意思決定論

原田行男

目　次

以上第3章，第4章，第5章に関しては次回において論ずることとする。

序

我々は人間である以上，個々人が特有の能力を有して何らかの欲求を満足せんとする。この場合，欲しようと欲しまいと無意識の中にあるいは衝動的に意思決定をなしてしまうことがある。個人であろうと集団であろうとを問わず行動の諸代替的コースの中の1つを選択し実行に移すものである。この場合，いかようにして選択決定が行なわれるのであろうか。これに関して考察するのが意思決定論の一つの領域を形成するものである。

意思決定がいかように**なされるべき**かということと意思決定がいかようにな

されるかということとは非常に本質的に異なるものであり，この意思決定がいかようになされるべきかに関しての研究は余り科学的でないということから数年前までは関心をよせられなかったことは事実である。しかし，諸科学の発展と共に最近になって，こういったことが非常に注目されるにいたっている。

ところで意思決定といった場合に近代理論としては２つの大きな流れを有していることがわかる。その１つは規範的決定論というものであり，他の１つは記述的決定論といわれるものである。前者はある特定の目的を最適に達成するためにはどのような選択原理に従って行なわなければならないかとか，企業とか個人とかが直面する決定問題を可能なかぎり合理的に決定するにはどのような選択原理や技法を開発し活用しなければならないかといったことに関して考察するものであり，これはマネジメント・サイエンス（Management science），マネジリアル・エコノミックス（Managerial economics），オペレーションリサーチ（Operations research）などとして一般に研究され，展開されているのが今日の状況である[(1)]。

また，後者の記述的決定理論（Descriptive）というのは組織体において人間は実際にどのように意思決定を行なっているか，人間は組織体において何を意思決定しているか，組織といったものは意思決定にどのような影響を及ぼしているかといったことに関して取り扱う領域である。この記述的意思決定理論は行動科学（Behavoriol Science）として今日において展開されてきている[(2)]。

本論文においては規範的意思決定理論（Normative Decision making theory）を取り扱うことにし，記述的意思決定理論（Decriptive Decision making theory）に関しては別の機会に取り扱うことにする。

意思決定の問題は社会生活の面，個人生活の面，経済活動の面といったように人間が関連を持つあらゆる分野において，形態は異なるにせよ生起する問題である。意思決定の自由のあるところにそれぞれの特性を発見できるのであり，個人生活の場における意思決定はその決定者の人格を表現するものである。どのような学校を選択すべきか，どの会社に就職したらよいか，どのような家屋を選択すべきかといったことは決定問題の領域に入るものであり，どのような

決定を下すかはその主体者の自由である。こういったことは日常生活のあらゆる局面，会社経営のあらゆる局面において経験するものであり，意思決定の連続であるといってよい。しかも，この意思決定のいかんによっては結果は異なり，人生の明暗もまたここに浮き彫りにされるのである。企業，社会といったものも個人の場合の意思決定と基本的に異なるものではない。企業とか国家といった組織の命運，明暗といったものもこの意思決定によって左右されるのである。ここにおいては**企業**というものを主体者として考察することにする。そこで，生産量と価格とをどのように決定するかとか，どのような新製品を開発すべきかとか，組織の改編，人事移動をどのように行なうかといったことに関して考察することになる。その前に一般的な事象に関して観察してみることは意義のあることである。

規範的意思決定が非科学的であるとして社会科学者から非難をうけてきたのは，その理由の1つとしては「価値評価」に関して全く無知で専門的知識を持ち合せていなかったことである。経済学者も経営学者も価値評価に関して論ずることは御法度であり，すでに他の領域において専門的に論じられているものであるから今さら口出しすべきでないという風潮が存在しているのである。社会科学者の多くは「価値」に関する考察は関係のないものとして科学的分析，調査を怠ってきた。ところが価値を無視しては規範的意思決定理論は成り立たないものであり，どうしても関連を有してくる。ここに規範的決定理論が看過されてきた根源があるのである(3)。

規範的意思決定論が「価値」とか「目標」といったものをアイデンティファイする場合にはその専門性は現在では存在していないのである。しかし，目標とか価値とか欲求といったものを与件とした場合，意思決定者がいかなる行動を取ったらよいかを知らしめる専門家を育成することは可能なことである。すなわち，スタッフを教育訓練することによって主体者が必要視している情報なり，決断をスムーズに行なえる場を提供するようにして適確な決定を下せるようにするのである。規範的意思決定の出発点はこの価値，目標といったものを与件として考察するところに特質が存在するのであるから，その前提条件の整

備が必要となる。与件に基づいて主体者は代替的諸案の中から取捨選択することによって最良の決定を為すことを目ざすものである。このことは人間行動のバイタリティを効果あらしめるようにするものである。欲求は常に与件ということにはならない。そこで，明確に目標とか価値といったものを明示できないところに最大の難問が潜んでいるのである。いかなる人間も価値観をもっており，それは人間の欲求を明確にするのに役立つとか，その人間の指示に応じて行動をとるのに役立つとかといった場合に急速に，しかも強く明示されるものである。

制度的な力といったものは個人の選好をゆがめ，ねじまげてしまう場合があり，それが為に何が適正なものかを判断する力を失わせてしまう場合がある。たとえば，現代における広告などは人間個々人の好みなどは無視してしまって，他人がどうであるかをアッピールして，その他人より，どのようにしたら優れたものとなりえるかということを指向しているものである。しかし，こういった計画，企てといったものは，しばしば間違った方向に向かわせる危険があり，非常に注意しなければならないものである。ここにおいてはこういった行動原理といったものに関しては論じないことにする。

しかし，欲求とか価値とかが与件であるといってもそれらを正当化する必要があり，目標を達成するには手段が必要であり，その手段を講ずることを正当視する必要がある。この正当化にあたって**合理的人間**というものを登場させ，その合理的人間の取る手段とか行為といったものを正当なものとして看なすのである。この**合理的人間**というのは非論理的行動を一切取らないものとし，選好が与件とされ，公理といったものに従って行動するものとする。この公理は逆にいうと合理的人間の行動を規制することにもなる。規範的決定論においてはこの合理的人間の行動を前提として考察するものである。

規範的理論においては目標とか価値といったものが与件のものとしていかに意思決定が**なされるべきか**を問題視するものであり，そこに合理的人間を登場させ，彼の行動は常に論理にかなっているものとするのである。しかし，目標は科学的に設定されるということはないし，価値自由といったものが規範的意

思決定理論においては矛盾するかの如くみえるが，そのようなことはない[4]。

意思決定の場合，全く理想的な，すなわち代替的行為の全てに関して結果が明確にわかっているといったような場合から，さらには結果が盲目であって，ある確率推定の下に何らかの行為をなすといった領域にまでかかわりを持つものであり，さらには情報といったものと深い関連性を有するものである。

以下においてはこのような前提の下に，いかに意思決定をなすべきかということに関しての選択原理を考察してみることにする。

第1章　確実性下の意思決定

幾つかの行動の代替的コースから1つのコースを選択するといった場合，意思決定が関連することとなる。なぜならば，未来を完全に予測できるものでないと信じているからには，この意思決定の如何が将来の結果を左右することになるからである。たとえば進学の場合，ある特定の大学に入学するか否かといったこと，就職に際しての特定の企業に入社するか否かの決定，家屋購入にあたっての購入物件の選択，決定とか，スペシャリストになる場合の分野の選択，といったような場合に必らず意思決定が関連してくるものであり，この一定時点での決定が将来における結果を規定してしまうのである。そこに意思決定の重要性が潜んでおるのである。ところが，こういった場合における決定はしばしば衝動的に無計画に行なわれる場合が多いのである。ごくわずかの場合に限って慎重に検討し，最終決定がなされる。全知全能の幻影を払拭するにはまず意思決定者が合理的人間であるということ，しかも合理的人間は自己の価値観を明瞭ならしめるものであるということにし，この合理的人間を前提にして意思決定がいかようになされているかを考察してみる。

第1節　確実性と戦略

ある一定の条件のもとでの諸種の行動とか諸戦略といったものをまず最初に考察してみる。この場合，とられる戦略を記号化し，それらの諸戦略に伴って生起する結果も記号をもって表示することにすると以下のようになる。

戦略：$S_1, S_2, \cdots\cdots, S_n$

結果：$C_1, C_2, \cdots\cdots, C_n$

ところで，この場合，各戦略を選択し，実践化した場合，全てが同一の結果をもたらすものとなれば，戦略などといったことにはならない。そうなると，単に合理的人間の諸欲求を満足せしめる目標に戦略が導いてくれるかどうかといったことにしか関心がよせられなくなってしまう。ここでの欲求というのはある何らかの目標を達成するために必要となる必要性の充足ということである。

ここでの結果は常にあらゆる局面を考慮してのものであり，最良の結果である。ある一定の状況の下での利用可能な戦略が S_1 であるとし，この場合の S_1 というものの実質的意味はいろいろに理解してもよいものであり，たとえばデパートでのショッピングといったことでもよいのであり，この S_1 戦略によって生起する結果が C_1 であるとする。実質的内容としてはショッピングによって洋服一着を５万円で購入したということであり，結果達成のための手段として S_1 という戦略がとられたということである。しかし，ここでショッピングに伴う不快感，あるいは何らかの苦労といったものが伴ってくる場合がある。たとえばショッピングに１時間を要し，やむにやまれず購入したといったような場合である。この場合，負の効果というものが伴うのである。こういったように戦略選択にあたってはあらゆる局面を考慮しなければ最終結論に算出できないものであり，また意思決定にあたってはあらゆる局面を考慮し，実行に移されなければならないものなのである。

全ての戦略が**一様な結果**をもたらすものであることがいついかなる場合においても**認知**されている場合には「確実性の下」にあるということにする。概念的にはこういった確実性の下での意思決定といったことは極めて単純なものとなる。一つの戦略を選択すれば，必然的に最も望ましい結果が生起せしめられるということである。しかし，確実性の下での意思決定を厳密に検討するならば，問題が多数存在する。また確実性下での意思決定を論じることは「不確実性の下」での意思決定を考察する場合，極めて参考になるものであり，接近しやすくなるのである。

第2節　合理的意思決定者

大方の経済理論とか経営理論といったものは確実性の下での議論であり，しかも主体者は合理的人間なのである。ある状況の下での行動は合理的判断に基づいてなされ，非論理的行動は一切取らないということである。理論といわれるものは事実をありのままに記述しうるものだろうか。行動を指示しうるものなのだろうか。これははなはだ疑問である。意思決定者はいかように行動すべきかということは必ずしも全ての人間もそれに応じて行動を取るべきだということを指示するものでない。これは合理的人間という前提条件の下でのことであり，この合理的人間をさらに精密に定義付しておくことが必要となる。ところで，この合理的人間というのは自己の選好を自覚しうるものであり，自己の嗜好を明確にしうるものなのである。合理的意思決定者は優生学上においても，その祖先においても全く同じであり，確固たる選好をなしうるものであり，社会環境の下に存在するものとする。ではここでいう合理的人間とはどんなものかを定義付しておく[1]。

〔公理1〕

ある何らかの可能な2つの結果 C_i と C_j に直面した場合，少なくとも C_j よりは C_i を選択するか，その逆に C_i よりも C_j を選択するというように，必らず選好順位を明らかにする。

記号で整理すると

C_i が C_j より選好される場合：$C_i > C_j$

C_j が C_i より選好される場合：$C_j > C_i$

C_i と C_j が同一選好の場合：$C_i = C_j$

〔公理2〕

多数の結果があっても，その中から1つを優先選好する場合がある。

C_i が C_j より選好され，しかも，C_j が C_k よりも選好されるといった場合，C_i は C_k よりも選好されるということである。この場合，C_i, C_j, C_k という三つの生起可能な結果が存在するわけである[2]。

こういった公理によって示される合理的意思決定者が常に現実に存在すると

は思わないが，全く効果のない戦略を選択することのないようにする場合には十分意義あるものである。

こういった公理は大方の場合に適用されているがそうでない場合もあり，公理1についてみれば，人々がショッピングに出掛けた場面などを観察すると侵犯されていることがわかる。この場合には顧客がいかなる商品が他よりどれだけ優れているかどうかはっきりと知らないために生起してくるものなのである。

公理2が侵犯される場合としては，個々の結果が意思決定者と密接な関連を有していない場合である。すなわち，諸結果について十分認知していない場合のことである。

しかし，意思決定というものは，少なくともこの2つの公理を前提として論じられなければならないものである。

第3節　意思決定問題

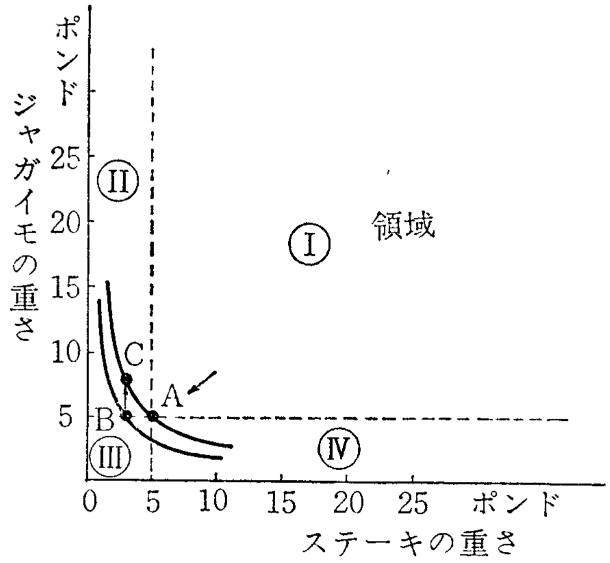
ある消費者が，ある財を購入するにあたって意思決定局面に直面した場合を想定してみる。この場合，消費者が合理的意思決定者ということになり，その場合の取りうる戦略が幾つか存在するものとすると，その多様性多種性にとまどいを感じることがある。ここで問題としては消費者の購入資金に制約があるとし，その予算枠内で購入財をどのように組合せるかといったことが問われる。

この議論を厳密にするために，数量化を図ってみることにする。いま，S_1 という戦略で1,000ccのミルクを購入し，そのミルクを意思決定者が消費することとする。そして，この結果を C_1 ということにする。但し，この場合，ある一定の期間においてのことで，戦略と結果との間にはタイムラッグが存在しないものとする。このような問題は確実性の下における意思決定の典型的なものであり，戦略と結果とが相互関連して同一となっているのである。これが同時性ということになるが，確実性の下では同時性が満たされていなければならない。

ここで非常に一般的な例題をもってこれらを表現してみることにする。まず，バーベキューを作るためにステーキとジャガイモを財として利用すること

にし，その場合の決定状況を考察してみることにする(3)。

前節における公理にさらにつけ加えて，一般的経済人は相対的に広範囲にわたって財をより多く獲得しようと欲するものであるということにする。財をより少なく欲する人があれば，それは正常であるというよりは異常の部類に属するものである。さらに，意思決定者は購入財が何であるかをはっきりと認識していることであり，購入財の選択に悩むといった場合には確実性の下での決定ということにはならないであろう。しかし，購入財が多数あって，それに関する確たる情報がない場合である。しかし，情報が確たる場合には確実性下の決定としてよいであろう。



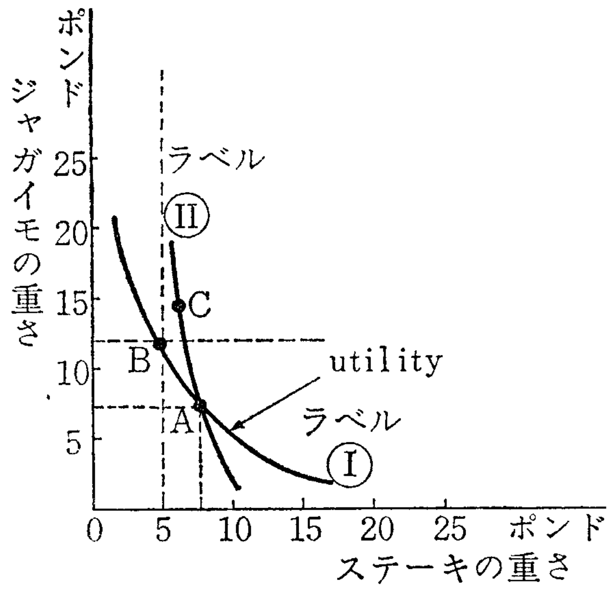
第1－1図

バーベキューの例にもどると，バーベキュー料理のためにいかほどのステーキとジャガイモを購入したらよいかということをグラフによって考察してみることにする。

グラフでは横軸にステーキの重量を，縦軸にはジャガイモの重量を示すことにする。各象限――第Ⅰ象限，第Ⅱ象限，第Ⅲ象限，第Ⅳ象限――はジャガイモとステーキの組合せによるバーベキューを示すことになる。例えば*A*点はジャガイモ5ポンドとステーキ5ポンドからなるバーベキューである。*A*点を中心にしての象限が図示した通りで，第Ⅰ象限から第Ⅳ象限にまで区分してある。そうすると，4つの領域に区分されたことになり，これを象限という数学的表現に代えて「領域」という用語を利用することにする。この領域は第Ⅰ領域から第Ⅳ領域にわたって区分されることになる。それぞれの領域は*A*を基軸として，北東の地域が第Ⅰ領域であり，これは*A*点での組合せによるバーベキューより重量の重いものの組合せということになる。また第Ⅲ領域は*A*より南西に位置し，*A*での組合せより軽い重量のバーベキュ

ーということになる。ジャガイモの量もステーキの量も共に軽いものとなる。すると，Aの重量と同等の組合せはどこに存在することになるだろうか。Aと同様の満足の得られる組合せはどの領域において求められるのであろうか。図から観察すると，領域IIか領域IVのどちらかにおいてであることがわかる。このA点と同等かないしはそれ以上の組合せを求めようとするのが意思決定者の本来の姿である。この場合，一つの制約があることを想起しなければならない。しかし，それは後において触れることにし，A点と同等の組合せを探出してみる。手始めにB点を観察してみると，それはジャガイモ5ポンドとステーキ3ポンドであり，この場合の満足度を測定してみると，A点での満足度より劣っている。そこで，このB点より優るような形で，しかもA点での満足度と同様の組合せはないものかと探り出してみる。その手始めにジャガイモの量を増加してみる。その増やした組合せでAと同様の満足度が得られたものとする。その点は図ではC点であるとする。そこで，このC点を分解してみると，ジャガイモ8.3ポンド，ステーキ3ポンドといった組合せであることがわかった。同様に領域IVにおいても試行してみる。その試行によってA点での満足度と同程度の満足を満たす組合せを多数探し出してゆくのである。これからAの満足度と同程度のものの組合せが算出されることとなる。こういった一連の組合せを連結することによって一つの曲線を描き出すことができる。この描かれた曲線を一般に「無差別曲線」(4) と呼んでいる。この曲線上の組合せ量は同程度の満足を与えるものであり，しかも原点（0点）に対して凸の凸曲線を成しているのである。それは，点Aと同一満足を与える領域がIIとIVに現実に存するからのことである。第1図においての無差別曲線は「消費者無差別地図」(5) と呼ぶことにする。これは，第3図においても示されるものである。こういった無差別曲線は決して交錯することはないのであり，交錯するとすれば，公理自体がくつがえされてしまうものである。そこである交錯を仮想してみることにし，それは第2図に示したとおりである。

第2図におけるAとBの組合せにおいては全く同一の満足が得られるものであり，それは同一無差別曲線に位置していることから明白である。その組合せ



第1－2図

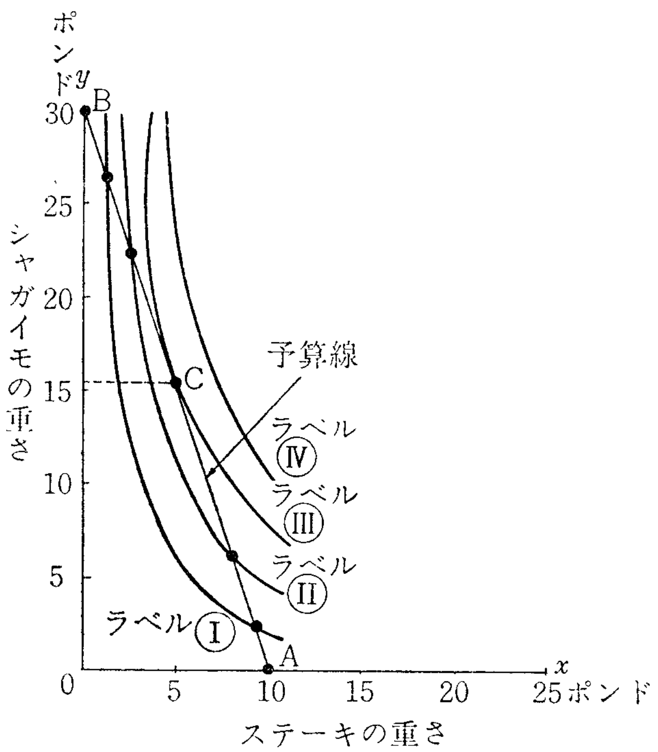
はラベルI，IIによって示したとおりである。ところが図ではAとCの組合せも同一満足水準に位置しており，それはラベルIIによって示した通りである。こうなるとラベルIとラベルIIとはA点において交錯することになり，前節における公理から推断するとBとCも同一満足水準に位置することとなる。しかし第2図からも明らかなようにCはBの北東に位置し，Bよりも選好される位置に存している。それゆえに，公理ならびに諸仮定は成立しなくなり，論理的でなくなる。しかし合理的人間は論理的に成立するものを選択するのであり，そのことからすれば，決してBとCとを同一満足水準であるとして評価することはない。合理的人間を前提とした場合，ラベルIとラベルIIとが交錯するような選択行為を取るようなことにはならないのである。よって無差別曲線が交錯するということはありえないということになる。

いま，非常に性急な意思決定者(6)を仮定してみることにすると，その決定は何の制約もない場合には，可能なかぎりジャガイモとステーキとを購入してしまうであろう。すなわち予算といった制約とか資源といったものに制約がなければ無限の行動をとりうることになる。現実には資源量も制限があり，価格といったものも存在する。こうなると意思決定者のとりうる戦略といったものは制約されることになる。いま

資金量　　　　　　　　　　：15万円
ジャガイモ1ポンド当り価格：5千円
ステーキ1ポンド当り価格　：1万5千円

であるとする。この場合ステーキを10ポンド購入してしまえば資金全額を消費することになり，ジャガイモは1ポンドも購入できず，バーベキューは作れな

くなる。またジャガイモ30ポンド購入してしまえばステーキは1ポンドも購入できなくなり，バーベキューはやはり作れなくなる。これらの関係を第3図においてグラフ化してみることにする。



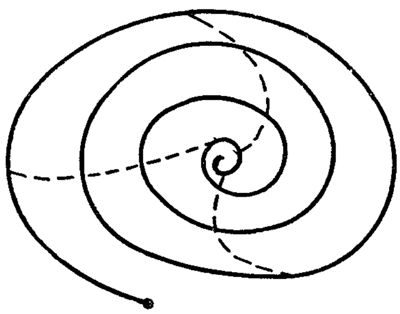
第1－3図

第3図において，A点はステーキのみ購入した場合，B点はジャガイモのみ購入した場合の予算状況を示したものである。このA点とB点とを結んだ直線が15万円という予算枠で購入できる組合せ量を示すことになる。この直線上か，あるいはそれより左側に該当する組合せであれば十分購入できるということになる。この直線を「予算線」と呼ぶことにする。この直線は財の価格と資金量の大小によって左右されるものであり，戦略の可能領域を明示するものである。合理的人間は最良の結果をもたらす戦略を選好するものであり無差別曲線でいうならば北東の位置する最右端のものを選択するということになる。高度の無差別曲線からは高度の満足が得られるのである。

第3図における各ラベルは各無差別圏域を示すものであり，その無差別曲線と予算線とがある一点において接触していることを示している。その接点がCであり，この点が最良の満足を得ると同時に，限られた予算枠内において達成できる組合せであることを示している。意思決定者が，予算線に沿ってB点からC点の方に向かってくると，より高度の無差別曲線に乗り換えられることになり，C点において最高の曲線に達したこととなる。これは予算枠内において最高の満足をC点で得られることを示すものである。

C点を通過してA点の方向に行くと，こんどは低い無差別曲線に直面するこ

ととなり，より低い満足しか得られなくなる。一般には無差別曲線は原点に対して凸であるということは始点よりラセン状に広がり上昇してゆくように本質的に構成されているからである。



こういったことは消費者行動から算出されたものであり，逆に凹形の曲線ということになれば，多数財のうちから唯一つだけを購入するという意思決定問題におきかえられてしまうものである。こういったことは本来の消費者行動の現象と相反するものであり論理に欠けている。

以上のことから，意思決定者はまず自己の選好を明確にすること，無差別圏域が描写できること，利用可能な戦略が選択しうるということ，予算枠といったものが明示されるといったことが必要であることがわかる。その上で，最良の満足を得られるような戦略を選択するということである。これは確実性の下での意思決定にとって必要不可欠なことである。

こういったプロセスの中に意思決定者はある価値を見い出し得る。すなわち，財の価格が上昇した場合とか，予算制約が変更になった場合，どの組合せの財の購入を選択したらよいかを明らかにしうるということである。意思決定者の選好パターンが確立されている場合にはより一層容易に解明できることとなる。ある条件とか状況が変化した場合，それに適確に対応してゆくには，種々の手法が考えられるが，一般には図表化してみるとか，数学的方法を利用するとか，ラグランジュ乗数を導入して数学的解法を利用するといったことが取られている(7)。

こういったことから確実性の下での意思決定問題はとるに足らないものではないかと断定することは困難である。目標とすることはある戦略を取った場合に結果が確実に知られていない場合，いかに意思決定者が決断にあたって必要な情報を提供するかということであり，解法の難易によって意思決定問題を区分することは正しいことではない。正確な判断と決定が下せるように意思決定

問題を整理してゆかなければならない。

第4節　効用関数

無差別曲線と効用とは密接不可分の関係にあり，ここでは「効用」に関して考察してみる。いま，結果Aなるものが結果Bよりも選好されるものと，逆に結果Bなるものが結果Aより選好されるということになると両者は等しい選好を有することとなる。さらに結果Aと同一の効用をもたらす全ての結果群についてはAと同一クラスであると指定する。無差別曲線にあっては当該曲線上の全ての効用は等価効用を示すのと同じである。また無差別圏域はそれぞれ同一クラス毎に分割されているものであり，Ⅱのクラスに属するもの，Ⅰのクラスに属するものとそれぞれ分割されⅡがⅠより選好される場合にはⅡの全ての結果がⅠのいかなる結果よりも選好されることを示すものである。前節における第3図においては各々のクラスをラベルⅠとかラベルⅡという形で無差別曲線を呼称しているものと同じである。そこでそれぞれのクラスにある実数を付合させることにすると無差別曲線は実数で表現されることとなる。この実数を付与した関数を「効用関数」[8]と呼ぶことにする。こうなると効用関数というものは，個々の結果を実数化したということになり，結果C_1が結果C_2よりも選好される場合には，C_1に付与された実数はC_2に付与された実数よりも大きいということになる。前節の第3図の場合でいうと，無差別曲線のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳに，いま実数として，それぞれ5，6，7，8といったように付させれば，ラベル記号での大きさの順位はⅣ＞Ⅲ＞Ⅱ＞Ⅰということになり，実数では明らかに8＞7＞6＞5であるから当然のことである。こういったことを他の効用関数に関しても適用することにし，意思決定者の選択行為にあたってより適確な判断を下せるようにする。ここで実数を付与したことは任意に付与したものである順位を確定しようとしたからのことであり，順序付を効用関数に適用したもので，順序付された効用関数のことを「順序付効用関数」(Ordinal Utility Function) と呼ぶことにする。

こういった効用関数の考え方は多くの意思決定問題解決にあたって有用であり，第2節において示した公理1ならびに公理2とからも明瞭なことである。

効用関数を正確に表現できればできるほど意思決定問題はそれだけ単純化することが可能となる。無差別曲線を描くことによって，それによって選好順位を確定できるので容易なことである。バーベキューの例でいうならば，ステーキをxとし，ジャガイモをyとしてみて，xとyとを乗じてある数値を算出することにし，それを効用値ということにする。この値は意思決定者の具体的選好を示すものであり，他の組合せからの効用値と対比できるものである。このxとyの乗数が25と9である2つの値が算出された場合には，25の方の組合せが選好されることとなる。こういった効用値の最大のものが最良の意思決定の対象なのであるということになる。

本章の第1図における無差別曲線を効用関数に見なおしてみるならば，ステーキの効用とジャガイモの効用でバーベキューという料理の効用を作りあげ，それを測定するということになる。x(ステーキ)の効用を5としy(ジャガイモ)の効用を5とすると，U（バーベキュー）の効用は$5\times5=25$から25ということになる。そこでA点での効用は25であるとされ，これを一般化してみると，

$$U(x, y)=x\cdot y \qquad U: \text{効用}$$

ということになる。

これは2財から成る結果の効用を示すもので，効用関数は2つの変数の実測値で表現されることとなる。第1図でいうならば，点Aを通過する無差別曲線上の全てが効用25を有することとなる。また同様にして，点Bについても，この考えを適用してみると，$x=3$と$y=5$から$3\times5=15$ということで，この点を通過する無差別曲線の効用は15ということになる。こういったように実数（順序）を付すことによって最良の選好をなそうとするのである。このように効用関数が数学的に表現可能ということになれば，意思決定問題は極めて単純なエンジニアリング的操作をもって解決できることとなる。そうであれば，今日においてはすでに最適化問題解決のための手法が幾つか開発されているので，それを利用することによって――ラグランジュ乗数法線型計画法，動的計画法等々――意思決定問題を容易に解決できることとなる。

〔実例1〕

効用関数が数学的表現におきかえられる場合についての最適化，すなわち意思決定の最良選択について例をもって考察してみる。まず第3図をもとにしてみる。

第3図の横軸をxとし，縦軸をyとし，A点とB点とを結んだ直線（予算線）は勾配が-3であり，これを数式で示すと

$$y=30-3x \qquad \cdots\cdots(1)$$

ということになり，xの各々の値も，yの各々の値も効用値を示すということにする。そこで，無差別曲線とこの直線とが接した点がすなわち効用最大を獲得できるということである。ただ予算という制約条件が付けられていることに注目しなければならない。いま無差別曲線を数式で表現することにし，

$$xy=c \qquad \cdots\cdots(2) \qquad c=\text{constant}$$

あるいは

$$y=\frac{c}{x}$$

ということにする。ここでいうcは効用関数値であり，等価クラスの無差別曲線の効用値であり，実数化される。そこで(2)式をxに関して微分すると，

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-c}{x^2}$$

であり，これはC点の勾配を示すことになりこれは直線の勾配と等しいことを示すものであり，

$$-\frac{c}{x^2}=-3$$

となり，これより$c=3x^2$を求められる。これを(2)式に代入して

$$y=3x$$

を導出できる。これが接点での等式ということになり，これをさらに(1)式に代入してみることによって，

$$3x=30-3x \longrightarrow x=5$$

$$y=3\times5 \longrightarrow y=15$$

を求められる。よって意思決定者の最適の戦略はステーキ5ポンドを購入し，ジャガイモ15ポンドを購入してバーベキューを作るということが最良の戦略であるということになる。但し，この場合ステーキの重量とかジャガイモの重量が効用値と等しくなっているということに注目しなければならない。よってこの組合せから得られる効用は

$$5\times15=75$$

ということになる。これは何も数式でなくグラフからも求められるものである。グラフの場合，原点より北東に位置すれば位置するほど効用が大であることを示すことに注意し，それぞれに実数値を付与し遠方の無差別曲線には大なる値をつけるようにしておくと便利である。グラフによる場合の特長は選好順位が明瞭になるということである。数式でいうと同じ数値がある組合せから算出されることがあるが，それが同一無差別曲線にあるかどうか不明となる場合があるからである。しかし，乗数値の最大のものを選択すればよいことにはかわりない。

効用関数の定数倍は可能であり，当然，定数の大なる方が小なる方より効用値は大きいということになる。たとえば，この例でいうと，

$$3xy>2xy>xy$$

ということである。そしてその最大の組合せをなす戦略を選択すれば，最良の結果を獲得できることとなる。

〔実例2〕

確実性下の意思決定問題をもう1例掲げて検討してみることにする。

非常に身近な例として食事と栄養価ということを検討してみる。

ある料理を作りあげるには材料が必要であり，先のバーベキューにあたってはステーキとジャガイモが必要であったと同様である。しかし，ここでは2財ではなく多数財からの料理を考察するということと，ある一定の栄養価を達成しようとするものである。

いま利用可能な材料を

$$x_1, x_2, \cdots\cdots x_n$$

という n 財あるとし，それらを組合せての料理の栄養価を

$$a, b, c, \cdots\cdots$$

ということにする。料理を作りあげるにあたって各財の必要量を q_i で表現することにする。そうすると，必要量は x_i に対応して

$$q_1, q_2, \cdots\cdots q_n$$

ということになる。

x_1 財を使って，料理を作り，その a という栄養の中の a_1 だけをこれで満たせるものとする。また x_2 を使っての料理で，a 栄養のうちの a_2 だけを満たせるということにする。そうなると，この関係をある特定の組合せに関しての料理についてみると，

$$a_1q_1 + a_2q_2 + \cdots\cdots + a_nq_n \qquad \cdots\cdots(1)$$

という栄養価を持った料理ということになる。同様に b 栄養について検討してみると，

$$b_1q_1 + b_2q_2 + \cdots\cdots + b_nq_n \qquad \cdots\cdots(2)$$

という栄養価をもった料理ということになる。以下同様にして c，d 栄養についても検討することができることとなる。こういった組合せをもった食事で，最低必要な栄養価を達成するにはどうしたらよいかを考えてみるのである。また予算制約をこれに加味してみると最小のコストで最低必要栄養価取得という意思決定問題におきかえられることとなる。そこでいま x_i 財のコストを p_i で表わして，それによる組合せを価格評価してみると

$$p_1q_1 + p_2q_2 + \cdots\cdots + p_nq_n \qquad \cdots\cdots(3)$$

ということになる。ここで予算には一定の限度があることとする。最小コスト問題であるとしてみると，以上のことは次のように示せる。

$$\text{条件式} \begin{cases} a_1q_1 + a_2q_2 + \cdots\cdots + a_nq_n \geq a \\ b_1q_1 + b_2q_2 + \cdots\cdots + a_nq_n \geq b \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \end{cases}$$

こういう条件の下で，最小コストにしようとするのである。

$$p_1q_1 + p_2q_2 + \cdots\cdots + p_nq_n \leq p$$

も条件式となり，

$$a+b+c+\cdots\cdots=z$$

を最大にするということにもなる。

こういった問題を解くには，線型計画法という方法があり，それを利用すればよい。しかし，この条件式とか目的関数が非線型である場合にはこの手法は利用できなくなる。その場合には非線型計画法を利用することとなる。

この例においては線型関数にあるので，線型計画法を利用できる。これは実例1において考えた効用関数によるアプローチによって解決してみることも意義多いものである。

単純に栄養価は a と b だけから成り，財は x と y だけであるとする。また

x 財1ポンド価格　　2万円

y 財1ポンド価格　　3万円

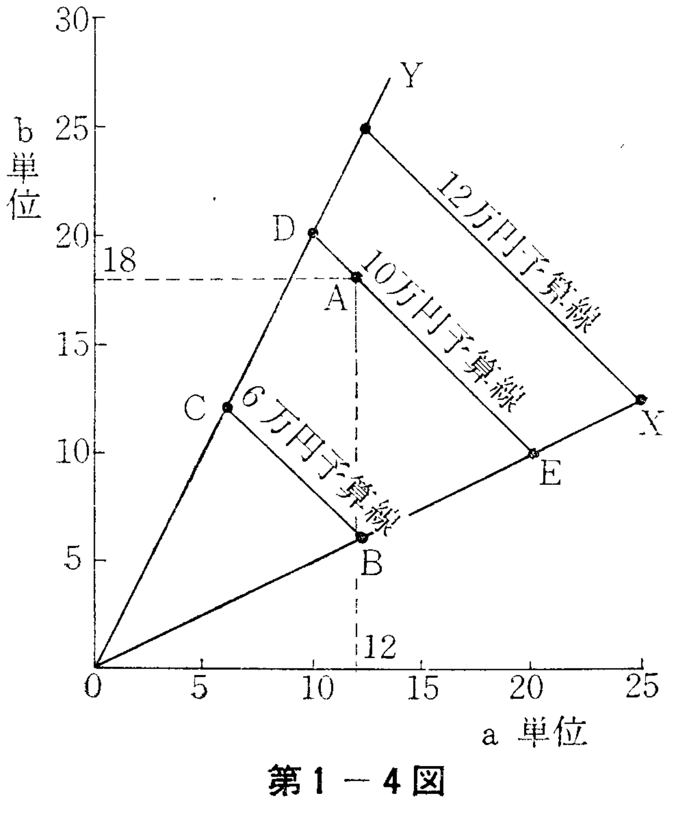
x の栄養価（1ポンド当り） $\begin{cases} a_1 & 4\text{単位} \\ b_1 & 2\text{単位} \end{cases}$

y の栄養価（1ポンド当り） $\begin{cases} a_2 & 3\text{単位} \\ b_2 & 6\text{単位} \end{cases}$

とする。また

最低必要栄養価 $\begin{cases} a & 12\text{単位} \\ b & 18\text{単位} \end{cases}$

であるとする。この場合，どういった組合せによる料理をしたら満足できるかを決定しなければならない。そこで第4図をここに掲げて，それによって考察してみることにする。



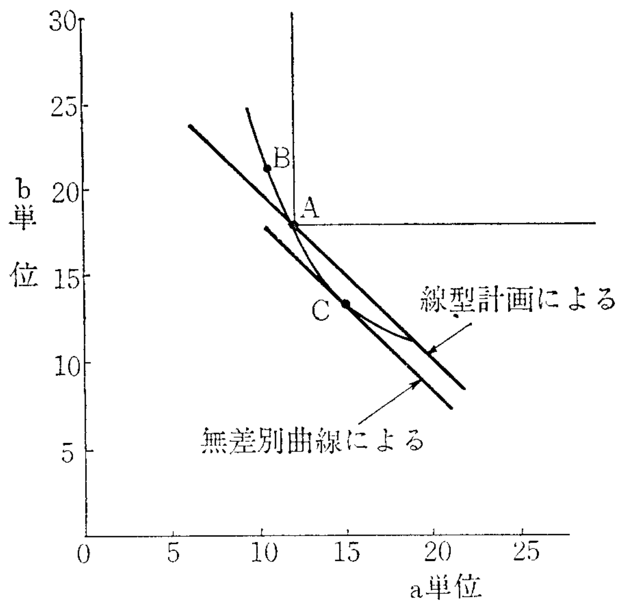
第1－4図

ここで，a と b との各種の組合せが可能となるが，極端

な場合の組合せを2つ考えてみることにする。その1つはx財だけを購入してa栄養とb栄養を満たそうとするもので，図ではX線がそれに該当する。他の1つはy財だけをもってa栄養とb栄養とを満たそうとする場合であり第4図にてはY線がそれに該当する。第4図のA点はa栄養12単位とb栄養18単位とを満たす料理であることを示している。

いま，予算線を登場させてみると，それは$\overline{BC}$, $\overline{DE}$, $\overline{XY}$といったもので，6万円，10万円，12万円という予算枠を示している。これは意思決定者のおかれている立場によって異なるものである。いま6万円を予算枠としてみると，x財を3ポンド購入し，a栄養価12単位（$3\times4=12$）とb栄養価6単位（$3\times2=6$）取得することがまず考えられる。さらに，y財を2ポンド購入し，a栄養価6単位（$2\times3=6$）とb栄養価12単位（$2\times6=12$）取得するということも考えられる。第4図においては前者はB点であり，後者はC点で示されている。このBとCとを結んでみたのが予算線ということになり，この予算線上の組合せであれば予算枠内においてa栄養とb栄養とを摂取できる料理を作れるということになる。また，$\overline{DE}$も$\overline{XY}$といった予算線もまた同様の勾配を持つことになる。そして最低必要栄養を予算枠内において求めるには，X線とY線とで囲まれた領域内においてであることがわかる。

最低必要栄養単位はa：12単位，b：18単位であり，第4図ではA点がそれに該当しており，この点を通過する予算線はどれかをまず算出してみる。すると図から明らかなように10万円線であることがわかる。これは$\overline{DE}$線で示される。E点はx財だけ購入した場合，D点はy財だけを購入した場合の予算消化点を示すものである。D点からA点までの距離を求めてみると，DとEとの距離の$\frac{1}{5}$にあたり，それから，予算額の$\frac{1}{5}$だけをx財の購入に支出し，$\frac{4}{5}$をy財の購入に支出すると，必要栄養価を達成できる料理を作れることになる。するとx財の購入額は2万円，y財の購入額は8万円となり，x財1ポンド，y財$\frac{8}{3}$ポンド購入できる。栄養価はx財よりaを4単位，bを2単位，y財よりaを8単位，bを16単位取得できることとなる。よって合計でa栄養$4+8=12$単位，b栄養$2+16=18$単位ということになる。



第1－5図

さらに厳密にこれらの関係を検討してみるために第5図を掲げて利用してみることにする。

a 栄養価12単位，b 栄養価18単位より少ない料理ではAより低い選好順序におかれる。逆に，a 栄養価12単位，b 栄養価18単位より大きい栄養を提供する料理はAより上位において選好されることとなる。A点を通過する無差別曲線はA点における垂線と水平線の枠のうちに少なくともおさまることになる。これが与件の水準の栄養を達成し，しかも最低のコストでそれを達成するということになる。

ここでは必要栄養価はコストと完全に独立であり，栄養士が他の代替を見出せる場合には第5図のような鋭角の無差別線でなく，曲線で示したようなものになるのである。こういった効用の代替性について，どのようになっているか少し検討してみることにする。まず最初に栄養価は個々に適切であるということにする。個々の栄養が混合する領域において栄養価水準は低くなるということはないものとする。a 栄養価と b 栄養価との間の代替性が存在するものとする。第5図においてはA点を起点として，a 栄養価を1.5単位減じて，その代りに b 栄養価を3単位増やしたということにしても栄養価水準は下らないものとする。このようにした点は図ではB点であり，そこをそのA点を無差別曲線が通るものとすれば，全体としての栄養価水準（効用）は何ら変わるものでないことがわかる。こういったことから,「無差別曲線によって指示される栄養価水準を与件のものとし，それを最低コストで達成するにはどうしたらよいか」という課題におきかえてみる。この課題を解くには無差別曲線に接する予算線を探出し，予算線と無差別曲線との接点での組合せの栄養価をもたらす財の組合せを見出せばよい。個々の栄養単位間の代替が同一無差別曲線上において行

なえるので，この方法による方が線型計画法によってその組合せを見出すよりも内容的に優れたものとなる。第5図でいうと，C点がこの栄養価を達成する財の組合せを示すものであり，線型計画によって求めるよりも少ないコストで達成できることがわかる。しかし，こういった方法による場合，線型計画法によって求める場合よりも正確な情報を必要とするものである。さらに，無差別曲線をすべての状況に応じてデザインし，それぞれの栄養価を規定しておかなければならないという煩わしさがある。その点，線型計画法によった方が面倒でもないし，一応納得のゆく解決策を得られるので便利である。また問題が簡単な場合はいづれの方法によるとも大きな変化はないが，問題が複雑になってきた場合にはむしろ，概括的に解答を得られる手法を選択した方が好ましい。そういった意味では線型計画法は優れたものである。

以上のことを要約してみると，意思決定者は合理的人間を前提とし，公理1，公理2に適った決定者であるということにする。しかも公理は意思決定局面のいかなる場合にも適用可能なものであり，生起する結果を全て見透しているのである。

利用可能な戦略が単一の結果をもたらすように正確にわかっている場合には合理的人間であれば，その個々の戦略の中から最良の結果をもたらす戦略を選択することとなる。

意思決定問題解決の手法として幾つかあるが，数学的なもの，図形的なものがあり，数学的なものの中には線型計画法，ラグランジュ未定定数法，動的計画法といったものがあり，図形的なものの中で典型的なのは無差別曲線によるものである。こういった各種手法によって最良の結果をもたらす戦略はどれであるかを確定し，その戦略を選択し実践化するのである。この場合，当然のこととして意思決定者は自己の選好と各種制約条件とを明らかにしておく必要がある。

公理は効用関数の存在を前提としており，この効用を数量化することによって，その数量の最大の値のものを選択すれば好ましい結果を獲得できるものであるとし，結果は全て効用によって表わされることになり，そこに意思決定者

はある満足水準を確定することにし，その基準を基にして，各戦略によって生起される諸結果の効用を比較検討し，その中から最大の効用をもたらす戦略を選択するのである。

第2章　客観的確率と意思決定

前章においては確実性の下での意思決定を考察したのであるが，現実の決定問題を観察してみるとき確実性の下の決定といったことは極めて少ないといえる。ここでは規範的な決定問題を取り扱っているので現実の状況を考慮する必要はないのであるが，それにしても確実性に基づいて意思決定がなされるよりも不確実性の下での意思決定問題がいかに多いことかがわかる。

人間は極端に不確実な状況の下におかれている場合，その不確実性に耐えがたくなってくるものであり，その不安を幾らかでも軽減しようとして，宗教とか科学とか労働組合とか失業保険制度とかカルテルとか物価凍結といった手段とか制度といったものを確立し，それに依存しようとする。そして，ひとたび将来のことに関して見透しが立つようになると制度なり手段といったものをいとも簡単に捨て去ってしまうのである。また，将来の事象に関して全て予測できるということになると喜びとか驚きといった感動などわかなくなってしまうことになる。しかし人間は将来のことを全て予測できるものでないのでそのような心配は全くない。必ず**不確実性**というものは存在するのであり，この不確実性の下にあっていかに意思決定をなしたならば悔いのない結果を達成できるかということを本章において考察する(1)。

第1節　客観的確率

次のような状況が意思決定にあたって生成しているものとする。個々の利用可能な戦略が1つないしはそれ以上の生起可能な結果を保有しているものとし，しかもその諸結果の生起するであろう確率が知られているということである。こういったことの典型的な例としては賭勝負であり，銅貨投げを行なって，裏が出るか，表が出るかで勝負を決めようというものである。この場合，二つの生起可能結果を有している。この銅貨投げの場合には表と裏の出現する

確からしさが等しいということであり，多数回試行するとほぼ等しくなるのである。こういったことを確率的表現においては，表の生起する確率は$\frac{1}{2}$であり，裏の生起する確率も$\frac{1}{2}$であるということになる。そこで表の生起する場合の確率を数値で表現してみると，

$$0<\rho<1$$

ということであり，このρの値は物理的実験を行なってみることによって算出することもできるし，多数の観察に基づいて算出することもできる。あるいはその両者の併合によっても求めることができる。銅貨投げを繰り返し行ない，その試行総数で表（あるいは裏）の生起する回数を除してみると，その値は$\frac{1}{2}$に接近することがわかり，これが確率というものの一つの特質なのである。こういったことに基づいて，ある戦略から生起する結果はある何らかの確率を有しているのである。それはまた物理的客観性を有することでもある。秤で9.3 kgという重量を測定した場合，それは確かに9.3 kgなのであろうか。きっかり9.3 kgであるという保証はないのであり，9.29999……kgかもしれないし，正に9.3 kgかもしれないし，9.30000001 kgかもしれない。しかし一般には秤で測定して9.3kgであれば，その物体の重量は9.3kgであるということで承認する。銅貨投げの場合においても同様にある一回の試行で表が出るか裏が出るかわからないがその試行で生起する確率は$\frac{1}{2}$であり，それを信頼してよいであろう。正確にいうと表が出れば1となり，裏が出れば0となる確率は$\frac{1}{2}$でなくなるが多数回の試行を行なった結果はそれぞれ$\frac{1}{2}$になるということで一般に承認しているのである。正確に$\frac{1}{2}$であることを証明するには**無限回**の試行をなす必要があるが現実には不可能なこといえる。この場合観察者はほぼ$\frac{1}{2}$の割合で生起するものと判断するわけである。こういった場合の確率のことを**客観的確率**と呼ぶことにする。これは極めて物理的要因に裏打ちされたものである。2人の合理的人間が裏の生起する確率について異なった確率を設定するかもしれないが，その両者の違いは極めてわずかなものである。本章においてはそういった違いのきわめて少ないものに関しては無視して，与件の意思決定状況の下においては合理的人間がいかなる結論に到達するかということに重点をおいて

考察する。こういった意思決定問題は「客観的確率の下における意思決定」であるということになる。

第2節　意思決定状況

具体的に論ずるために，記号化を図ることにする。

戦略：$S_1, S_2, \cdots\cdots S_n$

結果：$C_1, C_2, \cdots\cdots C_n$

ということにし，戦略と結果とは1対1の対応関係にあるわけではない。さらにそれぞれの結果の生起する確率を算出しておく必要がある。戦略と結果と確率の関係をわかりやすくするためにマトリックスを利用する。マトリックスの列には生起する結果を示し，行には戦略を配列することにする。そして，それぞれの因子を客観的確率をもって表現する。

マトリックス

		生起可能な結果			
		C_1	C_2	C_3	C_4
利用可能な戦略	S_1	0	1	0	0
	S_2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	S_3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

いまマトリックスにおいて利用可能な戦略は3つあり，それぞれから生起する結果が4つ存在するものとする。これが一種の**意思決定状況**というものである。これから，もし戦略 S_1 が選択された場合，生起すると予想される結果は C_1, C_2, C_3, C_4 であるが，マトリックスから C_2 のみが生起することがわかり確率としては1ということになる。そして他の結果が生起する確率は0で全く予想されないということである。そこでマトリックスでは第1行第1列は0，第1行第2列は1，第1行第3列，第1行第4列は共に0である。さらに戦略 S_2 を選択した場合，それから生起する結果は4つ考えられ，それぞれの結果が生起する確率は各々$\frac{1}{4}$である。また戦略 S_3 が選択された場合，やはり4つの結果が生起するものと予想され，それぞれの生起する確からしさは $\frac{1}{8}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$ということである。これから，行毎に因子を集計すると，1となり，とにかくどの戦略を選択しようとも何らかの結果が生起することがわかる。

この客観的確率のマトリックスからある戦略が選択された場合，どういった

チャンスがそれぞれの結果に追随するものであるかを推定できる。たとえば，S_2 という戦略が繰り返し選択されれば，チャンスメカニズムとして個々の結果の生起する割合は $\frac{1}{4}$ であるということである。具体的には C_1 の生起するチャンスが$\frac{1}{4}$，C_2 の生起するチャンスが$\frac{1}{4}$，C_3 の生起するチャンスが$\frac{1}{4}$，C_4 の生起するチャンスが$\frac{1}{4}$であるということである。

第3節　戦略期待値

合理的人間が以下のマトリックスで示されるような戦略 S_1 と戦略 S_2 のどちらかを選択するということにし，S_1 戦略はゲームを実行するいう戦略で，S_2 はゲームを行なわないという戦略である。S_1 戦略にあたっては銅貨投げゲームで表が出れば5万円をうけとり，裏が出れば4万円を相手に支払うというものである。

銅貨投げゲーム

戦略＼結果	C_1	C_2	C_3
	⊕5万円	⊖4万円	損得なし
S_1（実　行）	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
S_2（非実行）	0	0	0

このゲームにおいて，戦略の良し悪しの評価はどの戦略を繰り返し取って，その結果がどうなるかということで判定される。S_2 だけを常に取れば，マトリックスからわかるように，累積結果は0であり意思決定者は損得が0ということになる。結果はもちろん0である。S_1 戦略だけを常に選択したとすれば，多数回の試行になるのでゲームのうち $\frac{1}{2}$ は5万円を獲得することになり残りの$\frac{1}{2}$は4万円を支払うということとなる。たとえば100回のゲームを行なったとすれば，50回は5万円を受取るゲームとなり，50回は4万円を支払うというゲームになる。そうすると受取総額は250万円で，支払い総額は200万円ということになる。そこで100回のゲームで差引き50万円の利益をこのゲームで得ることとなる。また1ゲーム当り平均5,000円を利益として得られる勘定となる。さらにこのゲームの回数を多くすれば，1ゲーム当り得られる利益の確からしさは高まるばかりである。こういったように多数回の試行によって求める平均値のことを**数学的期待値**と呼び，ここでは**戦略期待値**ということにする(2)。この期待値は個々の結果に，その結果が生

起するであろう確率を乗ずることによって算出できるものである。先のマトリックスにおいてそれを求めると次のようになる。

$$\frac{1}{2}\times 5\text{万円}+\frac{1}{2}\times(-4)\text{万円}=0.5\text{万円} \text{ or}$$

$$2.5\text{万円}-2\text{万円}=0.5\text{万円}$$

ということである。これをもっと数学的に表現してみるならば，

$$E(S_1)=0.5$$

ということになる。期待値は多数回にわたって試行することによって得られる結果の平均値を示すものであり，この期待値計算によって戦略の選好順位を評価，測定しようとするのである。期待値の大きいものほど選択すればよい結果が得られるということである。そこで，この例においては S_2 よりも S_1 を選択した方がよい結果を最終的に得られることとなる。しかし，人によっては確率について無知であるわけではないのだが，ゲームなどやりたくないということがあり，一切危険にかかわりたくないというのである。こういった人にとっては S_2 の戦略が選択，実行されることとなる。期待値計算など，この場合には何の意味もなさないのである。しかし，そうでない場合においても，期待値計算によった場合，おかしなことが起るのである。これを一般にペテルスブルグのゲーム(3)ということで知られている。このゲームの規則は非常に単純なものであり，銅貨を繰り返し投げて表が出たらゲームはその場で終了するというものである。もし，第1回目の銅貨投げで表が出れば，それでゲーム終了であり，表に賭けた人は勝ちであり2万円を受け取るということにする。また2回目の投了でゲーム終了の場合には4万円を受取る，n 回目の投了でゲーム終了すれば2 n 万円を受けとるということで，回数が多く行なわれて始めて表が出れば，それだけうけ取り金額が大となっていくという勝負である。このゲームを行なうにあたっての賭け金額は勝負者の富の大きさによって幾らでも操作できる。しかもゲームに参加するもしないも全く自由意志である。さて，このゲームを行なう戦略を S_1 とし，実行しないという戦略を S_2 ということにして，期待値計算を行なってみることにする。S_1 の期待値計算は行なえるが S_2 の期待値は

0であるので計算不要である。S_1の期待値を求めるために生起可能な結果についての確率を知る必要がある。ただし銅貨は全く完全なものであり，表の出る確率は確かに$\frac{1}{2}$であるということにする。すると2回目の試行でゲームを終了する確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

である。同様にして3回目の試行で終了する確率は，

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

ということになり，これをさらに拡大しn回目の試行終了する確率は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\cdots\cdots\frac{1}{2}}_{n}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ということになる。そして，これらに可能な結果を乗じる。そしてそれらを累計すると

$$\frac{1}{2}\times2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\times2^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\times2^3+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n\times2^n$$
$$=\underbrace{1+1+1+\cdots\cdots+1}_{n}$$
$$=n$$

これから S_1 戦略の期待値n万円ということになる。これから当然，賭け金を差し引くことになり，その差額が純利益ということになる。こういった期待値が算出される場合には，S_1戦略が選択されることとなる。賭金を危険にさらして，ゲームを行なうことによってある期待値を得られるのである。ところが最初に表が出れば2万円を受けとってしまうことになり，こんな計算など意味がないという人がある。こういったことから期待値計算というものは本来危険を伴う戦略を無視しているということにもなる。

というのは，ある戦略で，10万円か20万円のどちらかをとにかく獲得できる

ものとする。しかも，それぞれの生起する確率が$\frac{1}{2}$であるということであれば，その戦略の期待値は

$$10万円\times\frac{1}{2}+20万円\times\frac{1}{2}=15万円$$

ということになる。ところが，これに対して100万円の失敗を伴うかもしれないが成功すれば130万円の利得を得られるかもしれないという戦略にあっては期待値はどのようになるかというと，まずそれぞれが生起する確率は$\frac{1}{2}$であるということにし，

$$(-100万円)\times\frac{1}{2}+(130万円)\times\frac{1}{2}=15万円$$

ということで，前と同じ15万円という期待値を得られた。しかし，これからほとんどの人がどちらの戦略を選択することになるかというと，千差万別である。同じ15万円という期待値でも意思決定者自身の態度，気質といったもので異なった戦略選択を行なうのである。たとえば，弱気の，リスク回避者である意思決定者である場合には，前者の場合の戦略をとることになろう。ところが強気で，リスクなど気にもとめないような意思決定者であれば後者の戦略を選択することになろう。どちらの戦略を選択しようと全く自由であり，どちらの意思決定者の態度が正しいなどといった批判も全く行なえるものでない。しかし，リスクというものをもっと明確に把握できるようにしておくことは大切であり，これに関して次節において論じてみる。

第4節　規範的決定

戦略＼結果	C_1	C_2	…………	C_n
S_1	P_{11}	P_{12}	…………	P_{1n}
S_2	P_{21}	P_{22}	…………	P_{2n}
⋮	⋮	⋮	…………	⋮
S_r	P_{r1}	P_{r2}	…………	P_{rn}
⋮	⋮	⋮	…………	⋮

次のようなマトリックスで示される客観的確率を伴う状況をまず設定してみる。

P_{ij}は戦略S_iを選択した場合のC_jが生起する確率を示すのである。

この場合結果については有限個

で $C_1, C_2, \cdots\cdots$ とし，戦略の方は無限にあるものとする。すなわちとりうる手段が結果より多いということであり，これは一般性を失うものでない。

合理的人間は第1章においても考えたように，諸前提とか公理に適って行動するものであり，ここに新に4つの公理を提示することとする。これらの公理を考慮し各戦略の優位性を検討し，導出してゆくことにする。

〔公理1〕

合理的人間は不変の選好を明瞭に行ない，たとえ2つ以上の戦略が存在してもそのうちのどちらか優先する戦略を選好する。相等しい戦略である場合には同等の選好を有することとなる。戦略を記号化し，S_i と S_j，S_k という戦略があった場合，それらの間に

$$S_i \geq S_j,\quad S_j \geq S_k$$

という関係があるとき，$S_i \geq S_k$ ということになる。そしてこれらの戦略をベクトル表示することにすると，

$$S_j = (P_{j1}C_1, P_{j2}C_2, \cdots\cdots, P_{jn}, C_n)$$

ということになる。n 個の戦略の中で，1つの戦略だけが客観的確率1をもっており，他の戦略が全て零である場合，この確率1である戦略を**純粋戦略**ということにする。これは確実性下の戦略と同一のこととなる。これを数学的に表現してみれば，

$$S_i^* = (0 \cdot C_1, 0 \cdot C_2, \cdots\cdots, 1 \cdot C_i, \cdots\cdots, 0 \cdot C_n)$$

ということであり，戦略から唯一つの結果だけを生起せしめるものである。S_i^* という戦略からは C_i という結果のみしかもたらさないのである。C_i という結果は S_i^* 戦略をとらなければ決して生起しないということにもなる。そこで S_i^* と C_i とは密接不可分の関係を有することとなる。純粋戦略にあっては結果は明確に確定されることとなる。

これが公理1であり，これから，全ての純粋戦略の順序付は可能となり，その中から最良の戦略を選択すればよい。たとえば S_1^* が最良の結果をもたらす戦略であるとし，次の戦略 S_2^* がその次に優位であるとし，それに続いて S_3^* 戦略が位置するとする。ここに順序付を行ない，それに応じての結果について

も順序付が可能となってくる。たとえば,

$$C_1 \geq C_2 \geq C_3 \cdots\cdots \geq C_n$$

といったようにである。

たった1つの戦略が与件の状況の下で利用可能である場合，第1章において すでに検討したところの確実性の下での意思決定ということで検討することができる。

〔公理2〕

全ての純粋戦略は一意の混合戦略に等しくなる。

これは S_i^* という戦略に一意の確率 (U_i) が伴うことを示すもので,

$$S_i^* = [U_i C_1, 0 \cdot C_2, \cdots\cdots, (1-U_i) \cdot C_n]$$

ということである。これをさらに簡略に表現するならば

$$S_i^* = [U_i \cdot C_1, (1-U_i) \cdot C_n]$$

ということになる。ここでいう確率 U_i は効用を示すもので結果 C_1 の効用が U_i であることとなる。意思決定者は S_i^* という戦略によって, $U_i C_1$ という結果と $(1-U_i) \cdot C_n$ という結果をもたらすものであり，これを混合戦略ということにするのである。

この公理は極めて意味深いものを示している。たとえば，C_1 なる結果を100万円であるとし，C_2 を99万円とし，C_3 を98万円とするといったように順次結果の値を減少してゆき，最後の結果 C_{100} をたとえば1万円にするといったようにし，C_1 から C_{100} までそれぞれ1万円刻みである結果を示すものとする。この結果のどれを選択するかということで最良の戦略であるかどうかが決まってしまう。いま S_{76}^* という戦略を考えてみると,

$$S_{76}^* = [U_{76} C_{24}, (1-U_{76}) C_{76}]$$

ということで，これが25万円という結果をもたらすということにする。また S_p という戦略を考え,

$$S_p = [p \cdot 100\text{万円}, (1-p) 1\text{万円}]$$

という結果をもたらす混合戦略とすると，最良の結果と最悪の結果とを生起せしめる混合戦略ということになる。そこで S_{76}^* と S_p とを比較してみることに

する。その前にpを0.01ということにする。そうなると，100万円を得られる確率は0.01であり，1万円を得られる確率は0.99である。こういった結果をもたらす戦略が S_p ということになる。これから最良でも1万円という期待値と最悪で0.99万円という期待値を得るということになる。そうなると S_{76}^* と S_p という戦略のどちらを選択するかというと当然 S_{76}^* を選択することになる。

しかし，pの値が増加していった場合にはどうなるかというと，S_{76}^* と S_p とが等しくなるpであるところで一意の混合戦略が成立することになる。すなわち $S_{76}^*=S_p$ のとき混合戦略となる。$S_p>S_{76}^*$ という結果になるpの値が存在するときには S_p 戦略が S_{76}^* 戦略より選好されるということになる。

これは，たとえば $p=0.99$ とした場合のことを考えてみれば

$$S_p=(0.99\times100万円,\ 0.01\times1万円)$$

ということで99万円と0.01万円という結果をもたらす戦略ということになる。当然のこととして S_{76}^* の25万円より優れているのでこの S_p 戦略を選好することとなる。S_p は100万円を獲得できる確率が極めて高いことを示すもので確実に25万得られる S_{76}^* 戦略より選好されるのは当然のことである。

また $p=0.25$ とした場合について考えてみると，

$$S_p=(0.25\times100万円,\ 0.75\times1万円)$$

ということであり，S_{76}^* と同一となることに注目したい。すなわち，25万円を確実に得られるという戦略と，最良にゆければ100万円を得られ，最悪にゆくと1万円しか得られなくなる戦略と同一結論に達するということになる。

$$S_{76}^*=\left(\frac{1}{4}\times100万円,\ \frac{3}{4}\times1万円\right)$$

$$S_p=(0.25\times100万円,(1-0.25)\times1万円)$$

ということで，

$$S_{76}^*=[U_{76}\cdot100,\ (1-U_{76})\cdot1]=\left[\frac{1}{4}\times100,\frac{3}{4}\times1\right]$$

ということである。確率 $U_{76}=\dfrac{1}{4}$ は25万円という効用を示すことになる。この確率ないしは効用といったものは本来は不確実性の世界に入っていくべきもの

ではない。しかし意思決定にあたっての選好には有用な手法となる。

この公理2は微妙な意思決定問題解決にあたって有用なものとなる。しかし結果を見てどれが優れているかがわかる場合にはこの公理は使われなくともよいことになる。

〔公理3〕

いかなる戦略であっても，C_1 と C_n とからなる結果だけをもたらす戦略によって代替される。

純粋戦略 S_i は S_i^* なる混合戦略によって代替されることを示すものであり，しかも S_i^* は一意の混合戦略というものである。

$$S_i^* = [U_i \cdot C_1, (1-U_i) \cdot C_n]$$

この公理3に基づくならば，ある C_i なる結果をもたらす混合戦略は他の戦略によって代替されることを示すものである。

たとえば，任意の戦略を S とし

$$S = (P_1 \cdot C_1, P_2 \cdot C_2, \cdots\cdots, P_n \cdot C_n)$$

ということにする。それぞれの C_i を混合戦略によって達成できるものとすれば，

$$S = \{P_1[U_1 C_1, (1-U_1) \cdot C_n], P_2[U_2 \cdot C_1, (1-U_2) \cdot C_n], \cdots\cdots, \\ P_n[U_n \cdot C_1, (1-U_n) \cdot C_n]\}$$

ということとなる。この S なる戦略を積戦略ということにする。それぞれの結果 C_i は混合戦略におけるところの C_1 か C_n のどちらかで表わされることになる。しかし直観的には，たった1つの結果だけが意思決定者に関係がある場合に限って，この公理3は有用であるようである。

結果がどのようにして得られたかは意思決定者にとっては大した意味がない。第1章において考察したように，当初の結果は個々の意思決定者の相対的利害感によって規定されてくるものである。特に効用といった場合がそうである。こういった相対観念が存在している場合には公理3は該当する。しかし，戦略それ自身が結果と明瞭に関連づけることができない場合には何らかの満足基準というもので関連性をもたせる以外にない。そうなると，この公理を侵害

することとなる。この公理はいかなるゲームを行なおうと問題が生じないという状況の下で適用できるものである。ともかく勝負に勝てばよいといった場合に適用されるのである。

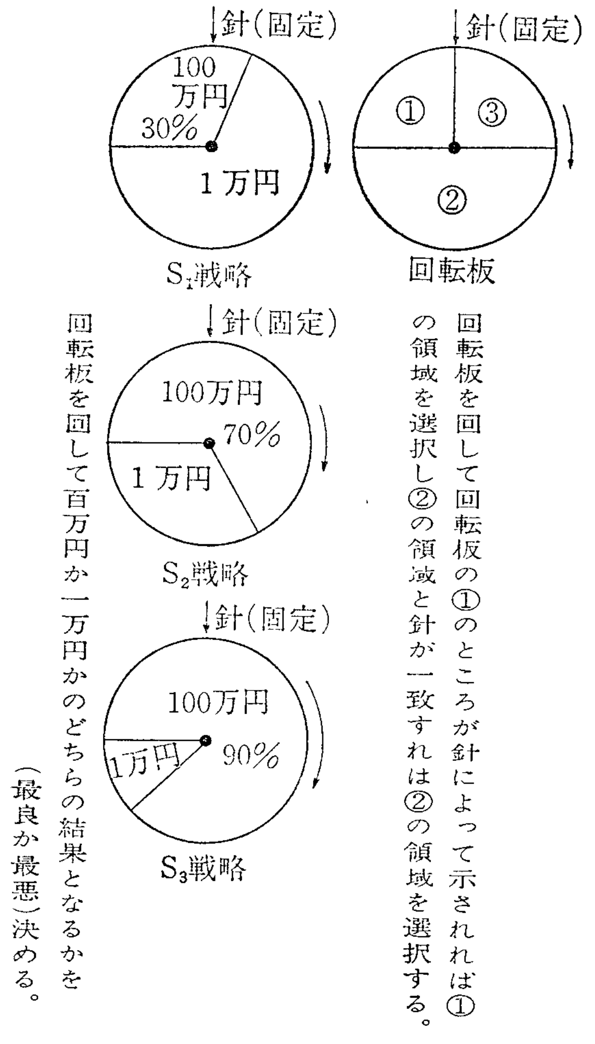
数値をもって具体化してみると,

$$S=\left[\frac{1}{4}\times 10\text{万円},\ \frac{1}{2}\times 40\text{万円},\ \frac{1}{4}\times 80\text{万円}\right]$$

ということにし,10万円という結果をもたらす確率は$\frac{1}{4}$であり,40万円は$\frac{1}{2}$,80万円は$\frac{1}{4}$という確率で達成できることを示すものである。ところが混合戦略〔0.3×100万円,0.7×1万円〕と,10万円を達成する戦略とが等しいものとし,また40万円を達成する戦略が混合戦略,〔0.7×100万円,0.3×1万円〕と等しいものとし,同様にして80万円を達成する戦略と混合戦略〔0.9×100万円,0.1×1万円〕と等しいものとすれば,これらの混合戦略を先のSの式に代入することにし,

$$S=\left\{\frac{1}{4}\times[0.3\times 100\text{万円},\ 0.7\times 1\text{万円}],\ \frac{1}{2}\times[0.7\times 100\text{万円},\ 0.3\times 1\text{万円}],\ \frac{1}{4}\times[0.9\times 100\text{万円},\ 0.1\times 1\text{万円}]\right\}$$

ということになる。これは,当初の結果,10万円,40万円,80万円を得るというものを混合戦略において達成するとどういうことになるかを示さんとするものである。そこで最終的には100万円と1万円の結果だけをもたらす戦略選択問題におきかえていったものである。積戦略は二つの段階を踏んで,最良か最悪の結果をもたらす戦略問題へとおきかえてしまうものである。それにはまず最初に,どの戦略を選択するかを偶然性に依拠させてみる。その次に,最良と最悪との結果がどうなるか求めるのである。最初の段階の偶然性算出にあたっては回転板を利用して決めるとよいであろう。最初の戦略は$\frac{1}{4}$という確率で選択されるものとし,第2の戦略は$\frac{1}{2}$の確率で選択され,第3の戦略は$\frac{1}{4}$の確率で選択されるものとする。次に,最良と最悪の結果が算出できるように回転板に工夫をこらしておく。この関係を示すと次のようになる。



第2段階　第1段階

2つのステップを踏んで，混合戦略に移行してゆくものであり，積戦略を分解し混合戦略に誘導してゆき，意思決定を容易にしようとするものである。回転板によると，積戦略はまず最初に回転板を任意にまわし，針は固定しておき，①，②，③が回転板でしめる面積がそれぞれ$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$となるようにしておくと，S_1戦略は$\frac{1}{4}$，S_2戦略は$\frac{1}{2}$，S_3戦略は$\frac{1}{4}$という確率で選択されることとなる。次に最良と最悪の生起する確率を求める。これはそれぞれの戦略において異なるので，回転板に工夫をこらし，S_1戦略にあっては30%対70%の割合になるように刻み，それを回して固定した針とどこが一致するかを観察する。S_1戦略にあっては，最良の100万円が生起するという確率は30%で第1と第2ステップとを組合せて，最良の結果が生起する確率を求めると$30\%\times\frac{1}{4}\longrightarrow 7.5\%$ということになる。$S_2$戦略については，$70\%\times\frac{1}{2}\longrightarrow 35\%$ということになり，$S_3$戦略については$90\%\times\frac{1}{4}\longrightarrow 22.5\%$ということとなる。最良の100万円という結果が生起する確率は混合戦略におきかえてみると以上のようになる。回転板の試行を無限回行なえば，以上求めた確率に接近してくることになる。すると100万円という最良の結果が得られると思われる確からしさは

$$7.5\%+35\%+22.5\%\longrightarrow 65\%$$

ということとなる。すなわち，これが最終の結果をもたらす確からしさである。これから当初の積戦略は〔0.65×100万円，0.35×1万円〕という戦略におきかえられることとなる。

以上のことから，任意の戦略 S から始まって，最良か最悪かの結果をもつ混合戦略におきかえ，それによっこ左右される積戦略へと展開してみた。この積戦略と混合戦略とは究極的には等しくなることを最後に示した。一般的に（$P_1C_1, P_2C_2\cdots\cdots P_nC_n$）を全戦略とすれば，それは混合戦略〔$q\cdot C_1, (1-q)\cdot C_n$〕に等しくなる。但し，$q=P_1U_1+P_2U_2+\cdots\cdots+P_nU_n$ であり U_i は C_i の効用を示すものとする。

〔公理 4〕

最良か最悪の結果しかもたらさない戦略であれば，最良の結果をもたらす戦略を選択し最良の結果が生起する確率が大きいほどより好ましい戦略となる。

これは，たとえば

S＝〔0.8×100万円，0.2×1万円〕

S'＝〔0.7×100万円，0.3×1万円〕

といった２つの戦略が存在した場合，合理的人間であれば S 戦略を選択するということである。

こういった４つの公理を基にして意思決定が少くとも行なわれるべきである。合理的意思決定者は公理３で考察した混合戦略に絡み合う２つの戦略を考慮して，選択，判断が容易になるように工夫し，選好順位に従って選択すると必然的に良い結果を獲得できるようになるのである。複雑な戦略が C_1 と C_n という結果しかもたらさない混合戦略に帰結される場合，この C_1 という結果に関連するところの確率は

$$P=P_1U_1+P_2U_2+\cdots\cdots+P_nU_n$$

となり，P_i は複雑な戦略によって生起せしめられる C_i の生起する確率であり，U_i はその生起する C_i の効用ということになる。統計学的見地からいうと，P は混合戦略の平均効用を示すこととなる。混合戦略を何回も試行するとすれば，U_i は確率 P_i によって示される頻度を伴うこととなる。また経験によ

る平均効用はPということであり，P_iU_i の和ということになる。よってこのPの大きい戦略が選択されることとなる。このPの特性と期待値の特性との類似性は注目に値するものであり，C_i に代って U_i を導入すれば，効用の期待値を得ることができ，戦略の期待値を算出することが可能となる。しかし，だからといって，戦略の順位付が容易となるかというと否定せざるを得ない。この公理系からは，C_i を U_i によって置き換えようとするものであり，それを容易ならしめるものなのである(4)。よって戦略の順位付は依然として，期待効用によって行なった方がよく，期待値計算によって行なわない方がよいのである。

こういったことから，与件の下において可能な全ての戦略の中で，合理的意思決定者が恒久的選好をなす場合には効用という概念で結果を測定することが可能となる。そこで，C_j よりも C_i が常に選好されるのであれば，当然 $U_i \geq U_j$ ということになるのである。さらには，これから S_i が S_j より選好されてくるのであり，そうであれば，S_i の期待効用は S_j の期待効用よりも大ということになる。これから戦略の選択が容易になることがわかる(5)。

第５節　可測量効用と順序付効用

当初の結果に効用を付加せしめることによって効用関数を算出することにする。効用関数は合理的人間のリスクに対してどういった主観的判断を下すかを示し，それが結果に対して相対的にどのような価値を付加せしめることになるかを示すものである。第１章において考察した効用関数は確実性下の状況でのものであり，ここでとりあげようとするのは不確実性の下での効用関数であるが本質的に異なるところのものでない。効用は結果に対する欲求が強いか弱いかによって異なり，欲求が強いほど高度の効用が付随するものである。しかし，リスクを伴わない状況下での効用とリスクを伴ったものの効用とでは異なったものとなる。多くの戦略の中から恒久的に選好され，それから算出されるところの効用関数は確実性の下での順序付効用関数とは本質的に異なってくる。しかし，リスクを伴うところの効用関数に確実性下の効用関数を転換することは可能であり，その転換後の効用関数で順序付を行なえば，不確実性の下での価

値の順序も可能となる。

いま，C_1, C_2, C_3, C_4 結果という結果に対して効用数値として，それぞれ，0, 0.1, 0.3, 0.4を付与することにし順序付効用関数を算出する。これは確実性の下での順序であれ，不確実性の下での順序であれ，転換を行なうと同一選好パターンをとることがわかっているので，どの場合であれ問題はない。すると，全ての与件の下での戦略選択にあたって，効用の最大のものを選択すればよい。またC_1, C_2, C_3, C_4 という結果に対する効用を1，3，9，18といったように順序付を行なっても一向に変りはないのである。

こういった順序付効用の特性と同時に諸効用の相対的大きさはどうなのかを考察してみる。諸効用の特性としてはある確たる効用を持つものであり，これが可測量効用である。この可測量効用を特殊な方法で転換した場合，その結果としての順序効用はやはり同一選好パターンを示すものである。たとえば，効用価値にある定数（$k>0$）を乗じて，その乗じた結果に固定値（たとえばa）を加算して順序付を行なうといったことになる。その結果は混合戦略において考えた選好と同等の選好順位を示すことになることがわかる。すなわち，

$$u'=a+k\cdot u$$

ということになり，u' は u と同様の選好パターンであるということになる。

いま，

$$u(C_1)=1,\ \ u(C_n)=0$$

ということにしてみると，最良の結果に対しては1という効用値（可測量）を伴わせ，最悪の結果に対しては0という可測量を併わせるということで，効用関数は一意的に測定できたこととなる。この効用関数は相対的大さによって示されたものであるが，これが可測量効用関数を構成するものである。しかしこれは一種の順序を示すものであり，順序特性を明示するものである。しかしこれに対して可測量効用ということになると順序はもとより大きさを含んだところの特性を示すものであり，相対的大きさによって確実に測定できるという特性を有する。

第1章においては確実性の下では合理的人間が恒久的選好を示すとしたが，

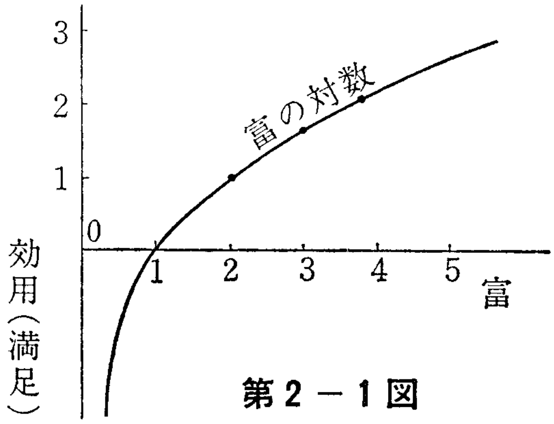
それは合理的意思決定者が順序効用に基づいて，その最大のものを選択するということである。この章で論じようとしたことは合理的意思決定者はリスクを伴った状況で，諸戦略を選択するが，その場合，当然のこととして客観的確率を伴ったところの諸結果を生起せしめる。その戦略による結果を可測量効用関数で表現しそれを最大にする戦略を選択しようとするものである。こうなると，恒久的選好から効用の順序を見出すといったことでなく，効用関数を可測量関数とすることによって，その可測量効用に基づいて恒久的選好をなそうとするものである。効用関数は単に合理的人間の選好を簡潔に記述したものにすぎないのであるが，これを客観性あるものとするには本章に考察した如き方法によって測定することも意味がある。しかし一般には利用可能な戦略群の中から，最良の結果をもたらす戦略を選択するという手法が利用されているのでそれを利用すればよい。しかし可測量効用による方が正確であるし，判断に窮しないですむということがわかっている。

第6節　パラドックス

効用の概念は公理的な構成にむいているがさらに効用について検討してみる。効用は合理的人間の満足度合を示すものである。ベルヌーイはこのところに目をつけてペテルスブルグのゲームにおけるパラドックスを説明できる根拠があるとした。ベルヌーイの仮説は富が増えるにつれて満足水準は高くなってゆくが，ある一定の水準までゆくと富の増加と満足の増加とはその比例関係において逓減するというものであり，収獲逓減の法則と同様の傾向があることを示したものである。低所得者と高額所得者とがあった場合，同じ1万円の所得増加があっても，それによる満足度合は非常に異なるもので，低所得者は大きな満足感を味わうのに対し，高額所得者は大した満足感を味わえないのである。ベルヌーイの仮説は人間は誰しも自己の満足度を高めようとするものであって，富を最大にしようとするものでないことを説いたものである。従来から，この人間の満足といったものを何らかの法則とか数式で表現しようということが試みられてきた。こういったことはごく自然のことであり，結構なことである。この世に妥当性ということが存在するのであれば当然のこととして満足に

関する妥当性も存在するはずであり，その妥当性をエレガントな方法で表現できないこともない。そういったことから対数の性質を利用して，富の法則と効用（満足）といったものを対数表示できることがわかった。

最初に富の大きい者には高い効用を対応させることにし，しかも微分係数は⊕であるということにした。次に，効用の増加率は富の増加率に比して減少するものとした。このとき微分係数は⊖ということになる。この関係をグラフによって示すと次のようになる。



第２－１図

いま合理的意思決定者がペテルスブルグのゲームを行なうということにした場合，そのゲームの期待効用を計算し，それに基づいて決定することにした。すると，

$$\frac{1}{2}\log 2+\frac{1}{4}\log 4+\frac{1}{8}\log 8+\cdots\cdots$$

といった効用計算になる。これからさらに入場料の効用を差し引いて，正味の期待効用を算出することになる。ゲームが無限に続くかぎり，すなわち銅貨を投げて表が無限回にわたり出てこないかぎり無限のゲームということになる。しかしこれは一定の和に収れんすることが予測できる。しかし，対数表示でパラドックスが解決されたわけではない。プレイヤーの期待効用は無限なものであり，入場料など問題にしないプレイヤーがいた場合，そのプレイヤーにとっては何が何でも賭け事をやるということになる[6]。

ところでゲームが最初の試行で終了した場合には，e^2 の勝ちを得ることになり，第２回目で終了する場合には e^{2^2} の勝ちということになる。第３回で終了すれば e^{2^3} という勝ちを得ることとなる。そこで n 回の試行で終了したという場合には e^{2^n} の勝ちを得ることとなる。ここに効用を登場させて，e^2 の効用を２とし e^{2^2} の効用は 4，e^{2^3} の効用は 8，e^{2^n} の効用は 2^n ということにする。こ

れがベルヌーイの効用関数ということになる(7)。ここでゲームの期待効用を計算してみると

$$\frac{2}{2}+\frac{4}{4}+\cdots\cdots+\frac{2^n}{2^n}=1+1+\cdots\cdots+1$$

ということになり，一向にパラドックスは解決されたことにはならない。

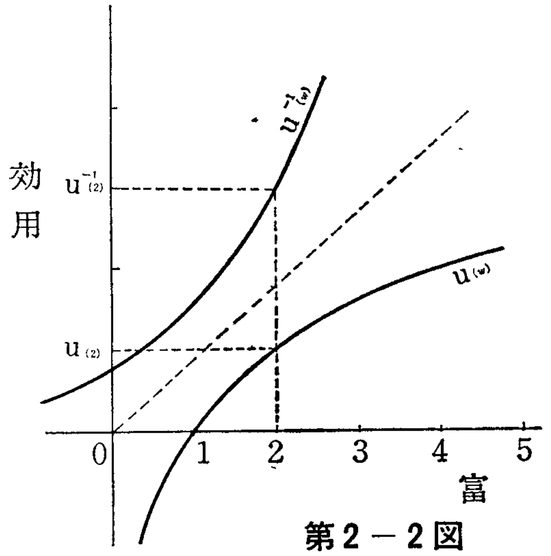
そこで，$u(w)$ を無制約の富の効用関数ということにし，u の逆数を考えて，u の逆数を u^{-1} ということにする。$u(w)$ と同様に w に関して u^{-1} も同様に成立するものとする。いまペテルスブルグのゲームに関して，これを適用してみると，n 回の試行における $u(w)$ の逆数は $u^{-1}(2^n)$ ということになる。これを第2図に示すと次のようになる。この場合の効用は

$$u[u^{-1}(2^n)]=2^n$$

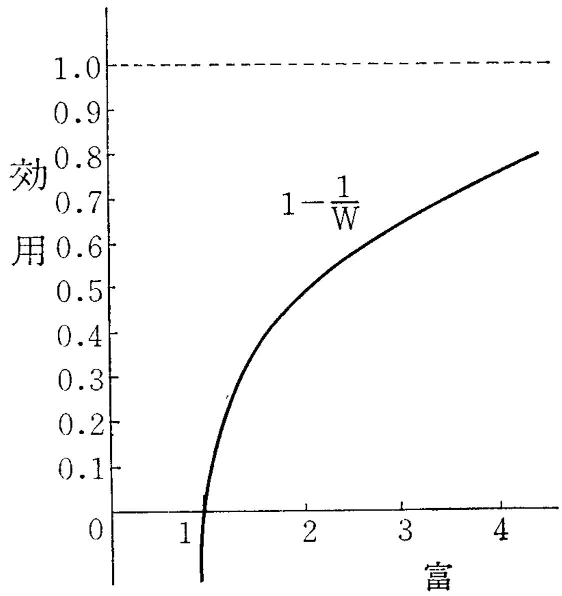
ということになり，少々やっかいな無限級数の和を求めることとなる。

このパラドックスを脱け出す方法の1つとして効用に限界を設けることであり，ある一定値以上には決して効用は上昇していないかということにするのである。効用はいかに富が増加したところで効用値を決して越すようなことはないということにするのである。これは確率の場合と非常に類似しているものがある。こういったことからこのことを図示する。また，このことから，

$$u=1-\frac{1}{W}$$



第2－2図



第2－3図

ということになり，グラフによって示したとおりとなる。そして，その無限級数の和は

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\cdot\frac{7}{8}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^n}\cdot\frac{2^n-1}{2^n}+\cdots\cdots$$

ということとなる。これは$\frac{2}{3}$という値に限りなく接近することとなる。よって期待効用は$\frac{2}{3}$ということになる。また第3図から，3万円という富で $u(w)=\frac{2}{3}$ となることがわかる。よって，この効用関数のもとにおいては，入場料が3万円を越えるかどうかによって，プレイヤーが参加するか否かが左右されることになる。入場料が3万円以上であればプレイには参加しないであろう。こういった意思決定をなすプレイヤーは非常に用心深く，消極的な精神の持主である。ところが非常に積極的で精神が図太い意思決定者であれば，次のような効用関数を考えることになろう。

$$u(W)=1-\frac{1}{W^z} \qquad \text{但し}\quad 0<z<1$$

z の値が小さくなればなるほど効用は得られなくなり，支出の方が大となり満足は小さくなってゆくのである。しかし，富の効用といったことはこの場合問う必要はないのであり期待効用を問えばよいのである。リスクに対する受けとめ方は決定者それぞれによって異なるものであり，しかも一方のリスクは他方の保証をなすことになるということを注目しておけばそれでよいのである。

〔注〕

序

(1) こういった領域に関しての文献は近年非常に多くなってきている。
Joel Dean "Managerial Economics" Prentice-Hall 1959.
W. W. Hynes "Managerial Economics Analysis and Cases" Dorsy press 1963.
Miller and Starr "Executive Decision and Operations Research" Prentice-Hall 1960
H, M. Wagner "Principles of Operations Research" Prentice-Hall 1969.
W. Sadowski "The Theory of Decision Making" Pergamon 1965.

(2) この分野に関してはサイモンの主張によって近年脚光を浴びるようになってきた。
H. A. Simon "The new Science of Management Decision" Management Science 1960.

R. M. Cyert and J G. March "A Behavioral Theory of the firm" Prentice-Hall 1963.

(3) これに関しては井尻雄士著「会計測定の基礎」において価値概念を会計概念の中にユニークに取り入れられている。なお価値論に関しては優れた先駆者達が論議し続けている。

(4) I. Horowitz "Decision Making and the Theory of the Firm" Holt-Rinhart and Winston 1970.

S. Kassouf "Normative Decision Making" Prentice-Hall 1970.

第1章

(1) H. A. Simon「人間行動のモデル」宮沢訳 同文館。

(2) S. Kassouf, 前掲書。

(3) こういった例題に関しては一般的な形で説明を行なった方がよいであろう。しかし，非常に特殊な場合に関して述べていることに注意する必要がある。

(4) 効用を順序数として定義する場合には，無差別曲線を利用して効用の分析を行なう。無差別曲線は異なる2財の種々の組合せの中で等しい効用を与える組合せを示すものであり，選択は無差別に行なった場合の2財についての組合せをここでは考慮している。

(5) 無差別曲線によって構成される一定のゾーンを示すものであり，第3図がその一種であることを示している。

(6) 合理的人間の場合であれば，こういった性急な行動をとらないであろうことを前提にしているが，現実には合理的人間ばかりが存在するとは限られていないことは明白である。

(7) ラグランジュ乗数は等式制約条件付の最適化問題を解く場合によく利用されるもので，このラグランジュ関数を導入することによって最適化を図ろうとするものである。これはまた，クーンターカーの定理としても知られているところのものである。

C. R. Carr & C. W. Howe "Quantitative Decision Procedure in Management and Economics" Magraw-Hill 1964.

(8) 効用は財の消費によって得られる満足の程度または財に対する欲望の強さを表わす尺度であり，順序数あるいは可測量として定義づけできる。これに関してはフィッシャー，マーシャル，フリッシュ，ノイマンといった先達によって測定が試みられた。なお，ノイマンとモルゲンシュテルンとは効用の分析から効用の測定可能性を見出し，これをゲームの理論へと展開している。

第2章

(1) 客観的確率（Objective Probability）は先験的にか経験的にかいずれにせよ，客観的に確率が求められる場合のことである。

Dwass "Probability" Benjamin Inc 1970.

(2) この期待値計算に関する文献は多数存在している。

J. L. Riggs "Economic Decision Model" Mcgraw-Hill 1968.

J. C. G. Boots & E. B. Cox "Statistical Analysis for Managerial Decision" Mcgraw-Hill 1970.

(3) 銅貨投げによる賭けであり，この遊戯において勝負を決するのであるが賭け金と受取り金との間に大きな矛盾が生じることがわかってきた。

(4) C_i は客観的測定に基づくものであり，U_i は合理的人間の個々によって異なるものであるので，主観的確率が介在してくることとなる。

(5) 本節においてとりあげた公理は数学上でいうところの公理とは異なるものであり，社会科学的見地からのものである。

S. Kassouf “前掲書”

(6) ある事象の起る確率をpで与えておき，そのとき，n回の観察によって実際にその事象が生起した回数がx回であったとすれば，$\frac{x}{n}$とpとの間の差があり，その差がεより小さくなる確率は$1-\frac{pq}{n}\cdot\varepsilon^2$より大きくなる（但し$q=1-p$とする）

(7) 対数を自然対数ということにしたので，底はeで表現することとする。