経済学における数学的方法に寄せて

藤　森　頼　明

Ⅰ　序

およそ如何なる個別科学にとっても，その理解と発展のために，科学的な方法論が必要とされよう。方法論の確立は，無意識的なものであれ，意識的なものにせよ，一個別科学の展開にとって重要な意味を持っているのである。従って，方法論についての議論は，折にふれて，活発なものとなる。

経済学における方法論一般についても同様なことが言えるであろう。経済学の方法論といっても，それ自体が非常に幅の広いものであって，また，方法論としての成熟度にも相違が見られる。

本稿の課題は，もとより方法論一般を論ずることではなく，その一部面である数学的方法について，全体的な素描を与えることである。数学的方法についての検討は，例えば関，岩崎，是永等の諸氏によって行なわれてきている。本稿では，関の立場に拠りつつ，若干の考察を行なう。

Ⅱ　弁証法と数学

経済学の方法論を論じる場合，その出発点をなすものは，弁証法に関する考察である。つまり，数量的方法にせよ，歴史的方法にせよ，それらと弁証法と

の関係が明らかにされなければならない。

まず第一に確認すべきことは，事物には質と量の二側面があるということである。換言すれば，事物は，質と量との統一体であり，統一体としてのみ存在しうる。従って，事物の把握に際して，その質と量とを把握するのでなければ，その事物を認識し，理解したことにはならない。

ところで，質とは，ある事物をして，他者から区別させる要素である。本質，性質という語は，事物の質的規定それ自体ではないが，質の中味を明示する語である。

他方，量とは何であろうか。事物の側面のうちで，測定可能な性状を量という。（ここでは，測定とは何か，についてはふれない。）

さて，事物の存在はその運動を通してより深く把握されていかねばならない。弁証法は，次の三つの法則を基本的なものとして挙げている。すなわち，対立物の統一と闘争の法則，量の変化から質の変化への法則，および否定の否定の法則の三法則である。明らかに，第二の法則は，事物の存在・運動における量の把握の重要性を示しているものと言えよう。

以上のような規定に従うならば，事物の質を論じる科学が，量に関する分析と相伴なって発展する必要があることは，歴然としている。

一般に，各事物の質の研究を使命とする科学は，物理学，化学，経済学，歴史学等々の個別科学である。また，量的規定性が事物の存在・運動の理解に対して重要である限り，量を対象とする科学が存在しうる。すなわち，数学がこれである。

数学が対象とする量は，質的規定を捨象した量である。別言すれば，事物の普遍的な側面としての量から抽象されてきたものが，数学の対象としての量である。このような抽象が可能であり，数学が一個の科学として成立しうるのは，量が普遍性を有しているからに他ならない。弁証法においては，質と量とが区別されるが，この区別は絶対的なものではなく，一度量一般が対象とされるや否や，量一般の分析自体が弁証法的に把握され，量一般に固有な質が登場せざるを得ない。すなわち，弁証法に規定されるような，質に関する個別科学

に弁証法が適用される如く，量の科学にも弁証法が適用されるのである。このように，科学には階層性が見られることになる。量の科学としての数学は，かくして，弁証法的構造を有し，固有の質を内包するのである。

各事物の質を研究対象とする個別科学が，必然的に量的分析を伴なわざるを得ないとするならば，各個別科学における数量的方法は，その基礎を量一般に関する数学に求めることになろう。数学と各個別科学における数量的方法との間の関係は，一般と特殊との関係にもたとえることができよう。

各個別科学において，量的分析の必要性は単なる事物の重要な側面の把握に尽きるものであろうか。この点を論理学と数学との関係を取上げて，今一歩立入って考察してみよう。

数学と論理学，特に形式論理学との密接な関係は，過大に強調され過ぎている。既述のように，数学はそれ自体弁証法的な構造をもっており，形式論理学との関連のみで数学を正確に理解することは不可能である。このことを，最もよく示すのが，ゲーデルの不完全性定理であろう。すなわち，ある一定の項，a，b，……，zから，一定の形式論理的操作によって命題を作成し，その集合を考える。そうすると，その命題間の無矛盾性は，出発点に与えた項のみでは証明しえないのである。もし，数学を弁証法的に見るならば，ゲーデルの不完全性定理は，当然の帰結といえよう。

従って，数学あるいは数学の個別科学への応用を考える場合には，弁証法的論理学との関連で数学を見るのでなければならない。

因みに，弁証法的論理学と形式論理学との関係は，絶対的に矛盾するものとして考えられるべきではない。後者はいわば閉じた静態的な論理学であるが，前者は後者をも含む，より広汎な，開いた動態的な論理学である。

さて，今ある質的な二つの概念，A，Bが分析の一段階において得られたものと考えよう。そして，「AならばB」という一の命題が考えられうるものとする。但し，ここでの考察は，いわば意味論 (Semantics) のそれであって，形式論 (Syntax) 一般のそれでない。ここで重要な点は，A，Bがどれ程完全な質的分析の結果であるにせよ，「$A \rightarrow B$」なる命題は，まだ証明されていない

ということである。

意味論の観点から，自同律を前提として推論するならば，AとBとが全く同一の質である場合，「$A \to B$」は自明であって，論証の必要はない。そして，このような論理は，個別科学への応用の場合，それ程重要でないから，これ以上の考察を要しない。

AとBとが異質である場合，如何にして両者の連関が確立されうるのであろうか。分析の進展によって，順次媒介環が得られ，例えば，

$$A \to I_1 \to I_2 \to \cdots\cdots \to B$$

のような系列が得られたものとしよう。しかし，媒介環 I_1，……，の存在は，それが互いに異質である限り，当面の問題の解決にはなっていないことは明白である。

具体的な例として，次の問題を考えよう。今，Aとして，n次正方行列Mの階数がnであること（但し，行列の階数を，一次独立をなすMの行ベクトルまたは列ベクトルの個数），とする。Bについては，Aの行列式の値が非零であること，とする。既述のように，数学はそれ自体に固有な質を有しており，行列の階数，行列式等は異質な概念である。そして，数学にとっても重要なことであるが，異質なもの同士が如何にして連関させられるのか，これが問題である。

異質な二者の連関は，実は普遍的な量を通じて確立される。上記の例でいうならば，A，Bという異質のものの連関は，計算（量）を通じて，「$A \to B$」という命題の正当性として確立されるのである。

以上のような関係，異質なものの関係が量を通じて体化されるということは，恐らく，他の個別科学においても同様であろう。後段において，若干経済学の例に即した議論を展開するが，個別科学において質的関係の解明は，必然的に量的分析を伴なわざるを得ないということができよう。

数学はしばしば，同義反復の学問であるといわれる。従って，「同義反復」の意味を正しく解釈することは，非常に重要である。ここで次のような連立方程式に関する同値命題を考えよう。すなわち，「n元n連立方程式 $Mx=0$ が非零解をもつことと，Mの行列式が0であることとは同値である。」今，記号

的に，$A: Mx=0$が非零解をもつ，$B: M$の行列式が0である，とおけば，この同値命題は，「$A \rightleftarrows B$」と書かれる。既に述べたように，非零解の存在と，行列式の値とが零となることとは，数学的には質の異なる事柄である。上記の命題は，量を通じて，両者が論理的に対等であることを示している。同義反復の内容は，あくまで，論理的な対等性にあるのであって，何かしら同質なものへの還元による「AならばA」式の自同律への帰着と見誤まわれてはならないのである。ここでも重要な点は，論理的な対等性が普遍的な量を通じて確立されるという点にある。

一般に，AとBとが同値であるということは，両者が互いに必要十分条件であることを意味している。「$A \rightarrow B$」において，BはAのための必要条件であり，AはBに対して十分条件となる。必要十分条件ということは，所詮同値ということを言い変えたに過ぎないが，$A \rightarrow B$，および$B \rightarrow A$の表現に見られる如く，論理に方向性が暗示されている点を見過すことはできない。

次に，いわゆるヒルベルトの公理主義について述べる必要があろう。現代数学の方法の特徴の一つが公理主義にあることは，論を俟たないであろう。従って，数学的方法を個別科学に応用する場合には，数学の拠って立つ方法をどう評価するかが，大きな論点とならざるを得ない。

ヒルベルトの公理主義が数学の発展に及ぼした影響については，未だ断定的なことを述べ得ない段階であるかも知れない。あるいは，数学の学派によって，その評価を異にするかも知れない。しかし，最小限いえることは，ヒルベルトの公理主義がもたらしたものは，集合論を基礎とした数学の再構成であった，ということであろう。従って，ヒルベルトの公理主義の出現は，必然的に集合論の登場をその先振れとして必要とするのである。

公理主義の基礎たる集合論は，現実世界において質が捨象された時に対象とされる量的構造を，全体的に把握するものと，一応考えることができよう。もし，数学という弁証的構造を有する科学が，客観世界に以前より強固な唯物論的基礎をもつとするならば，その契機は集合論であろう。

いずれにせよ，公理主義とその帰結を，二千年前のユークリッドの方法等の

場合と単純に同一視することは明白な誤りであるし，また，公理主義は，形式論理学と数学との平行関係を確立するものなどでは，決してないのである。

以上が，以下の議論の前提となる，数学の位置付けであるが，次の点だけは注意されなければならない。

数学とは何か，に関する数学者自体の見解は，実は一つではない。形式論理学においても，異なる見解が併存しているのが実状である。従って，数学的方法論を云々する際には，どの見解による数学を考えているのかが，明確にされていなければならない。以上では，例えば，自同律「AはAである」に言及した。しかし，それを必要としない形式論理学も厳然と存在していることは忘れられてはならないのである。

意味論を問題にせず，形式論のみを論ずる数学の一学派によれば，解釈上無意味なものまで含まれてくる。

いずれにせよ，数学自体が弁証法的構造をもつものであり，発展させられていくものであるから，固定的な観念をもって数学論を考え，数学的方法を論じるべきでない。

Ⅲ　経済学における数学的方法

経済学における数学的方法の是非あるいはその有効性をめぐる議論は，主としてマルクス経済学に関わる経済学者・統計学者によって提起されているという事情もあって，その論点もいくつかの領域に限られている。それらを大雑把に総括すると，数学的理論展開一般に関するものと，個別の領域，特に再生産論やそれに隣接する産業連関論・国民経済計算論に関連するもの価値・価格論（転型問題）に関するもの等々に区分することができよう。

本節の課題は，経済学上の重要問題を例としながら，前節における数学と弁証法との関連に基づいて，経済学における数学的方法の必然性を示すことである。論点は次の二つである。

第一は，いわゆるマルクスの基本定理を例としながら，「$A \to B$」という命題の論証が持つ意味を考察する。

第二は，更に深く，マルクスの方法，すなわち下向法・上向法と必要十分条件との関連についての考察を試みることである。

さて，マルクスの基本定理とは，「利潤の源泉は剰余価値・剰余労働である」という命題の呼称である。一見して明らかな如く，この定理の本質は，利潤と剰余価値・剰余労働という，異質の二概念より構成されている。今，「(正の)利潤を資本家が獲得する」という命題をA，「剰余労働が社会で行なわれている」という命題をBで表わすならば，マルクスの基本定理は，「$A \rightarrow B$」の形式で把握されることになる。

前節で述べたように，この定理を証明するために，AとBとの媒介項を無限に導入しえたとしても，定理の論証は完結しえない。この定理の論証には，異質なものに共通のもの，すなわち量を通じて証明する以外に道はないのである。

マルクスの基本定理の主な含蓄は，富の源泉が労働にあること，従って富の増殖は剰余労働によること，資本主義経済においては，剰余労働は利潤として搾取されること，の三点にある。この定理が資本主義経済の質を表わすものであることは，余りにも明白であるが，その論証は量を通じた方法，即数学的方法に基づいてしか完結しえないのである。

注意すべきは，一個の特定の数値例に基づいて，この定理が論証されたというように考えてはならないということである。(ここでも，一般と特殊との問題が生ずる。) 一個の数値例による定理の成立は，一時的なものに過ぎないのであって，定理に対する反例の存在を排除するものではない。一般に，論理的に厳密な科学においては，およそ定理と呼ばれるものは，反例の可能性の皆無なものでなければならないはずである。但し，付け加えておくが，数値的例証 (特殊) も数学的なものであって，一般的でないというだけのことである。

以上のように，経済学の基本定理自体が，特にその論証過程において，数学的方法を必要不可欠なものとして要求しているということが明らかになったものと思う。

次に，視野を広げて，マルクスが『資本論』の展開において採用した，下向法・上向法と数学的方法との間の関係を探ってみよう。ここでも，展開の鍵

は，やはりマルクスの基本定理である。

マルクスの下向法とは，現象から本質へと迫っていく過程であり，その過程のなかで，本質的な概念が何であるかが明らかにされていくのである。経済現象において，例えば，価格が観察され，資本家が利潤を得，労働者が賃金を得るという分配が観察される。年々歳々，生産と消費を両極とする再生産過程が進行していく。全てが常識的であるかの如き現実の動きも，より一歩立入って考察してみるならば，解明さるべき多くの論点を含むことが明らかになる。そのなかで，最も重要なものは，何故利潤が可能であるか，という問であろう。現象面における価格・利潤を分析することによって，その背後にある価値・剰余価値・剰余労働概念を剔り出すことが，マルクスにおける下向法の一の使命であったと言えよう。その際，剰余労働は，利潤の背後に必らず存在するものとして展開されている。つまり，剰余労働の存在は，利潤にとって必要条件を構成している訳である。従って，マルクスの基本定理の意義は，利潤の背後に必らず剰余労働が存在することを主張する点にある訳で，その意味で，利潤の源泉を明らかにしているといえよう。

逆の方向での論理展開に眼を向けてみよう。数学的には，十分条件としての記述を検討することを意味するが，マルクスの基本定理との関連でいえば，剰余価値・剰余労働から出発して利潤へ至る道筋をたどることとなる。すなわち，剰余価値・剰余労働が存在すれば，利潤が現象し得るという命題を得るのである。

集合の包含関係と「$A \rightarrow B$」の図示との関係から知られるように，十分条件として剰余価値・剰余労働を把えることは，それだけでは決定的重要性を持たないかの如くである。

しかし，先ず第一に明らかなことは，剰余価値・剰余労働を十分条件として措定し，利潤を説明する論理の方向は，マルクスの上向法と同一性をもつということである。第二に，マルクスにあっては，この上向法，つまり剰余価値・剰余労働から出発することは，下向法，すなわち利潤の源泉は何であるかを確定すること，と密接に関係づけられている。

かくして，利潤の源泉は剰余価値・剰余労働であることと，剰余価値・剰余労働が利潤として取得されることという，二つの逆方向の命題から，一の同値命題，すなわち，利潤は剰余価値・剰余労働の一形態である，が得られるのである。剰余価値・剰余労働と利潤という二つの異次元に属するものが，結びつけられるのである。

従って，大局的にマルクスの方法を検討してみても，そこには数学的方法を排除する必然性は何も存在しないし，逆にそれどころか，数学的方法を必然的たらしめる方法論上の特質を指摘しうるのである。（マルクス上向法＝叙述の方法が，形式的には，仮説を提示し，それを十分条件として展開していくものである事は，より深く検討すべき点であるように思われる。）

Ⅳ　数学的方法批判への若干の反批判

本節の課題は，経済学・統計学における数学的方法への批判を全面的に反批判することではなくてここではその幾つかの論点を取り上げるに留める。

数学的方法批判の論点は，非常に微妙な点を含んでいる。前述の如く，批判の論点は，数学的方法一般の否定，社会科学，経済学に関連する数学的方法の批判，近代経済学批判としての数学的方法の批判等々，種々の色分けが可能である。

数学的方法一般に対する拒否は，現代では問題にならない。しかし，そのような傾向が存在したこと，将来再生してくるかもしれない可能性があることを指摘しておくことは，非常に重要である。事実，現代の物理学の成立しても，数理物理学の存在意義をめぐる議論があり，物理学における数学的方法の意義が問われた経緯がある。しかし，物理学に限らず自然科学においては数学的方法は定着しており，数学的方法のもたらした重要な成果も容易に確認できよう。

社会科学，特に経済学における数学的方法に関する論争の歴史も，非常に古いものである。近代統計学の原型たる政治算術学派とドイツ大学派統計学との間の論争とその帰結については，ここに記す迄もなく周知のことがらであろ

う。現代においては，近代経済学批判の問題と，「数学の遊戯」という標語に体化されている，いわゆるスタリーンのテーゼの二点が重要であるが，後者については深くはふれない。スターリンのテーゼは，恐らく多くの数学的方法の批判家達が拠り所とする「金科玉条」の一つであろうけれども，それ自体は当時のソ連における数量分析の欠陥の一つを指摘したものに過ぎないのであって，哲学的な深い基礎もなく，固有の数学観にも裏打ちされてもおらず，一般化して把えらるべき性格のものでは全然ないのである。

近代経済学批判との関連で数学的方法を批判する立場は，多くの論者に共通のものであるらしい。近代経済学批判の一環としての数学的方法批判は，度々数学的方法批判としてその悪しき例として近代経済学を持ち出すという形を取って現われる。両者の間には相当のニュアンスの違いがあり，後者は数学的方法一般を拒否する立場に近いようであるが，ここでは両者の差は捨象する。

さて，数学的方法を批判することによって近代経済学を批判することは，一体何を意味するのであろうか。前節でも検討したように，数学的方法は特に推論過程に適用されるが，今，「$A \rightarrow B$」という推論において，現実を説明しえないBという命題が「形式的」に成立したものとしよう。批判点の一つは，偽なるBの「成立」をもたらしたのは，数学の責任であって，それ故数学的方法は有効でない，ということにある。

確かに，形式論 (Syntax) の立場から言えば，数学的論理における真偽の判定においては，「$P \rightarrow Q$」はP，Qが共に真あるいは偽である場合に真の論理値をもっと考えられている。このことよりすれば，応用上意味論 (Semantics) を考慮に入れて考えれば明らかになる如く，偽なる命題がもたらされたのは数学的方法の故ではなく，前提（P）の側の事情によるのである。つまり，近代経済学の理論が現実を説明しえなかったり，首尾一貫性を欠くとするならば，それは絶対に数学的方法によるのではないということが，逆に明白になるのである。

従って，数学的方法の批判のみを通じて近代経済学を批判することは，ほとんど無意味である。実際，近代経済学者自身をして語らせしめるまでもなく，

「経済学は経済学であって，数学ではない」のであり，近代経済学上重要な学説が提唱された著作の多くも，数学的方法の批判者の言に比較すれば，驚く程非数学的である。

真に科学的な分析にとって，因果関係の探求は極めて大きな意味をもっていることは，詳しく述べる必要もない。因果関係を量の世界で把えるならば，数学的には函数の形式で表現されよう。因果関係の両極が，函数関係で表現されるや否やたちまち現象論的な事物に堕するものでもないことは，明らかであって，この面でも数学的方法は理由もなく批判されていると言わざるをえない。

数学のもつ同義反復的性格に対する過少評価も，数学的方法の批判者には強くみられる共通性である。もし同義反復が無意味以外の何物でないならば，マルクスの基本定理の如きも，全く意味を持ちえないであろう。

現実の経済分析の深化のためには，種々の統計資料を利用して分析することが不可避である。そのような現実的課題に直面して，数学的方法の批判者のなかには，数値解析的な側面を許容するものの，一般的な代数記号を使用しての分析を否定的に評価するという傾向が生じているように見られる。しかし，既述のように，具体的な数値を取り扱うことと，一般的な経済モデルの議論を展開することとは，数学の本質上差異はないのである。もし特殊を認め，一般を拒否するとするならば，それは明白に論理矛盾である。

数学と経済学との関係は，数学的方法の批判者の抵抗にも拘らず，より一層密接になっていくであろう。経済学は数学に種々の発展の芽を与える場でもある。両者の関係は，更に弁証法に一つの論点を付加している。すなわち，双対性がそれである。双対性は数学自体に固有するものであると同時に，近時経済学をはじめとする諸科学にも観察されている。これをどのように位置づけるかは，弁証法にとって重要な課題の一つというべきであろう。

V　結語――モノローグ

およそ，「意義と限界」を論ずる方法論談議ほど不毛なるものはない。それは何物をも生み出しえないのである。しかし，数学的方法の是非をめぐる議論

の存在自体が，経済学の未熟性を物語るものでもある。その結着は，経済学の発展のなかの事実によってのみつけられるであろう。

関（1979）によって，正しい数学理解に基づき，一般的科学方法論との関連において，数学的方法に対する視点が確立されたとしてよい。

数学的方法は方法論の全てではない。これは自明のことであろう。しかし，数学的方法を拒否することは，俗流に通じるのである。

参 照 文 献

岩崎允胤（1965），『現代社会科学方法論の批判』，未来社。

近　昭夫（1979）「書評，関恒義『経済学と数学利用』」，『統計学』(37)。

是永純弘（1969），「数学的方法の意義と限界」，芝田進午（編）『講座マルクス主義哲学 3 現代科学と唯物論』，青木書店。

是永純弘（1977）「近代経済学の方法の特質とその思想的背景」，経済理論学会（編）『現代日本資本主義と全般的危機』，青木書店。

関　恒義（1968）『現代資本主義と経済理論』，新評論。

関　恒義（1979）『経済学と数学利用』，大月書店。

安井琢磨（1979）『経済学とその周辺』，木鐸社。

山田耕之介（1976），「コメント・計量経済学批判」『統計学』(30)。

吉田　忠（1976）「計量経済学批判」『統計学』(30)。