組織のモデル その(1)

――ホマンズ＝サイモン・モデルの検討――

大木靖郎

Ⅰ 序

現代は組織の時代ともいわれ，我々は組織という言葉を日常用語としても用いている。この事は組織というものが，我々の生活にとって非常に重要な関係を持つようになってきたこと，また組織が我々にとって身近に存在するようになったことにもよる。かつては組織も，軍隊とか国家行政とか，宗教のような，一般大衆にはあまり意識されない所のものであったが，産業の発達につれて，企業組織というものが膨大に増加し，大低の人間が，組織に属しているという事を切実に感じるようになったことにより，組織が重要なものとして論じられるようになったのである。今日「組織」という用語は一般的に「企業組織」の代名詞の様に用いられているのも，そのことを物語っている。以下の論でも，特にことわらない限り，企業という形態の組織という意味・内容で「組織」という言葉を用いるものとする。

「組織とはいかなるものか？」という質問に答えることは，後に稿をあらためて論ずることとして，ここでは，その側面として，地位・役割に基づくシステムとしての公式組織，その組織に属している人々の心的過程として生ずる人格的システムである非公式組織，上記２つのシステムの構成要素もしくは制約条件として働く技術・資源・情報のシステムが存在することに論を止めたい。もともと，組織＝公式組織の事であって，公式組織とは語義矛盾なのであり，非公式組織という用語は存在しないとも言われ，非公式組織というのは本来，インフォーマルなグループのことで，用語の使い方が間違っていると思われる面もあるが，ここではその事にはこれ以上立ち入ることはしないこととする。

さて，組織はその内に，人間集団であるグループを持つ事は確かである。人間を含まぬロボットだけ集めたシステムが，いかに組織の特長を有していても，それは機械のシステムに過ぎず，組織ではない。では組織とグループでは，どの点が異なっているのであろうか。グループに何が付け加わったものが組織といわれるものなのか。また，付加されたものは何か。この様なことを，ホマンズのグループ研究を手掛りとして論を進めてみたい。

ホマンズは「ザ・ヒューマン・グループ」(The Human Group) の中で，わずか4つの変数――相互作用，感情，活動，規範――によって，グループの基礎過程を分析した[1]。

この4変数の関係をサイモンは数式化し，コントロール・システムにまとめあげた。しかし，サイモンの定式化はコントロール・システムとして不完全なものであり，そのシステムは，システム内で単に変数間での動きがあるに過ぎず，そもそものコントロールすら不可能なシステムであった。このことは，現代制御理論という観点から見た場合に特に顕著になる。そこで，まずサイモンによるホマンズの数式化を眺めてみよう。

II　ホマンズ＝サイモン・モデル

サイモン[2]は，ホマンズのシステムを次のような変数によって定義する。

$I(t)$　構成員 (member) 間の相互作用の強度

$F(t)$　構成員の間の親近性 (friendliness) の水準（ホマンズの場合の感情）

$A(t)$　グループに属している構成員によって遂行される活動量 (amount of activity)

$E(t)$　グループ外のシステム（外部環境）により集団に課せられた活動量（ホマンズの場合の規範）

この様にして，ある時点 t において，グループの行動を I，F，A，E という4つの実数値により測定可能と仮定するのである。さらに，測定の尺度としては大小関係――序数的特性――を用い，変数値は，複数の人間行動に関するものなので，平均値または総和（合計値）で表示するものとしている。

そこで，相互作用の強度をあらわす変数 I については，I_{ij} でグループ内の i 番目のメンバーと，j 番目のメンバーとの1日当りの相互作用を行った回数，もしくは，相互作用に費やした1日の時間合計を表わすものとすれば，この様な観察のデータから，I はメンバー1人当りの相互作用の平均，すなわちメンバー数を n 人とするならば，$I=I_{ij}/n$ と定義しうるわけである。

同様に，F はメンバー同志の親近性の平均とし，A は各々のメンバーが1日にグループの内部活動の為に費やした時間の平均として定義できる。

さて，E について，サイモンはグループのメンバーが外部の圧力のみによって動機づけられた場合に，グループ内でメンバーが，グループ活動のために費やしたメンバー1日当りの時間の平均としている。

さらに，$I(t)$，$F(t)$，$A(t)$ の三つは内生変数であり，$E(t)$ は外生変数とするという仮定が与えられている。

以上の様に変数を定義した上で，変数間の関係を述べると，

(1)　相互作用の強度 $I(t)$ は，親近性の水準 $F(t)$ と，グループ内で行われる活動量 $A(t)$

に依存しており，$F(t)$，$A(t)$ の増加とともに増大する。すなわち，相互作用が，一方においては親近性により，他方では活動パターンに応じて作り出されると仮定するのである。また，2つのコミュニケーションの効果は加法的と仮定する。さらに，時間的にいって，相互作用の水準は瞬時に，依存している2つの変数により調整されるものとする。(即ち，タイム・ラグは無いものとする)

(2)　グループの親近性の水準 $F(t)$ は，実際の相互作用の水準 $I(t)$ が，現在の親近性の水準 $F(t)$ のある妥当な所よりも高ければ増大する。すなわち，親近性の低いグループが多くの相互作用が行われるように出来るなら，そのグループの親近性は高まるであろうし，一方，親近性の高いグループでも，めったに相互作用が行えないならば，そのグループの親近性は減少するであろう。所で，この様に親近性を相互作用の水準に調整するには時間がかかるものと仮定する（タイム・ラグが存在する)。

(3)　グループの活動量 $A(t)$ は，親近性の水準 $F(t)$ が現在の活動量のある水準よりも高い場合，およびグループに課せられた活動量 $E(t)$ が現在の活動量 $A(t)$ よりも大である場合に増大する傾向を持っている。さらに，課せられた活動の水準 $E(t)$ と現在の親近性の活動水準の調整には時間がかかるものと仮定する。

上記の三つの仮定を，サイモンは以下のように定式化した。

$$I(t)=a_1F(t)+a_2A(t) \tag{1}$$

$$\frac{dF(t)}{dt}=b[I(t)-\beta F(t)] \tag{2}$$

$$\frac{dA(t)}{dt}=c_1[F(t)-\gamma A(t)]+c_2[E(t)-A(t)] \tag{3}$$

これらの方程式に対して，サイモンは以下の様にその係数の関係を説明している。

式(1)により，a_1F はグループの活動が全く行われない場合，親近性のある水準 F によって生ずる相互作用の量と考えられる。そこで，$A=0$ であれば $I=a_1F$ である。係数 a_1 は親近性のない場合のグループ活動1単位当りに生ずる相互作用の量を示すことから，a_1 と a_2 は相互依存度を示すために，相互依存係数と名付けている。

式(2)より，βF が親近性のある水準に対して適当な相互作用の量であることが分かる。もし $I=\beta F$ の場合には，F は増加も減少もしないからである。この事から係数 β の逆数，$1/\beta$ は相互作用単位当りに生ずる親近性の量を示すものであるから統合性係数 (congeniality coefficient) と名付けている。

同様に，式(3)から，係数 γ の逆数はシステムに外部環境から何んらの圧力がかかっていない場合に，親近性1単位に対して生ずる活動量を示すから，$1/\gamma$ は自発性係数と呼ばれうる。

残りの係数 b，c_1，c_2 はシステムが不均衡の状態から調整されて，再び均衡を回復するまでの

速さを決定するもので，この値が大きいほど，dF/dt, dA/dt が大となり，均衡回復が早やまることになる。

さて，数学的見地からいえば，式(1)—(3)のような微分方程式に関しては次の事が問題となるだろう。

1) 解の存在

2) 解の一意性。

さらに，システムの安定性も重要な事である。サイモンはこれらに関して，詳細に分析しているが，我々には分析以前の，このシステムの定式化それ自体の内容を検討してみる必要がある。即ち，このシステムはグループ活動の何を明らかにしているものなのか，またどこまでを明らかにしているものなのか，という事柄である。

このホマンズ＝サイモン・モデルの全容を明示的に検討するために，我々はいわゆる「現代制御理論」(modern control theory) といわれるものの手法を取り上げざるを得ない。この理論のいくつかのチェック項目にてらしてみた場合に，はじめてこのホマンズ＝サイモン・モデルの内容が明らかになると考えるからである。

そのために，まずこれらの方程式群を伝達関数表示によるブロック線図であらわし，次に，システムで用いられている変数をそのまま状態変数とみなし，フローグラフ表示し，最後に状態変数の正準形表示 (canonical form) を用いる為に，少しく変形した形で取り扱おう。

ブロック線図表示の方法は市橋[3]によって行われているので，彼に従って，微分演算子$\dfrac{d}{dt}$をDで表わし，積分演算子をD^{-1}で表わずものとする。そうすると式(1)はそのまま。式(2)は

$$F(t)=D^{-1}bI(t)-D^{-1}b\beta F(t)$$

となるので整理して，結局

$$F(t)=\frac{D^{-1}b}{1-D^{-1}b(-\beta)}I(t) \qquad (4)$$

が求められる。同様に式(3)を整理すると，

$$A(t)=\frac{D^{-1}}{1-D^{-1}(-c_1\gamma-c_2)}\{c_1F(t)+c_2E(t)\} \qquad (5)$$

となる。そこで(1)，(4)，(5)の3式をまとめてブロック線図に表示すると，以下のようになる。

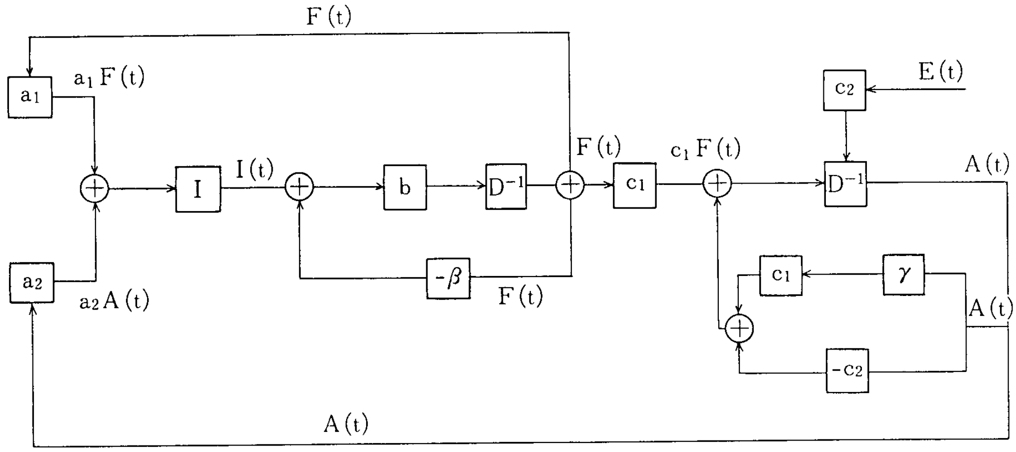

図1

次に(1)—(3)をフロー・グラフ(4)に表示することにしよう。

式(1)は次のように描ける。

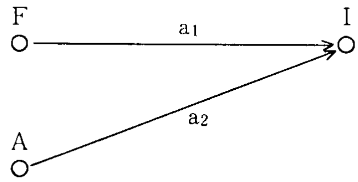

図2

式(2)は積分器を $\dfrac{1}{s}$ とすると次のようになる。ここで$\mathring{F}$は $\dfrac{d}{dt}F(t)$を表わすものとする。

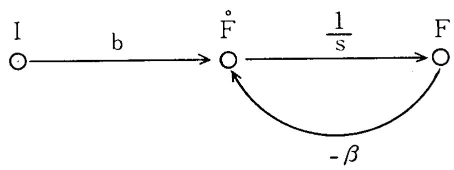

図3

式(3)も同様にして,

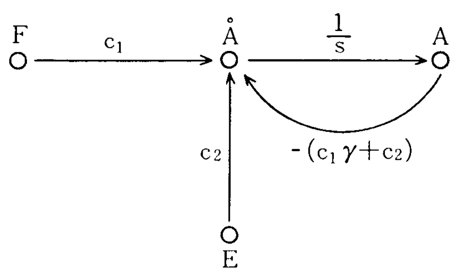

図4

となる。

かくして，この図(2)，(3)，(4)をまとめて1つにすると，以下の様なフロー・グラフが得られる。

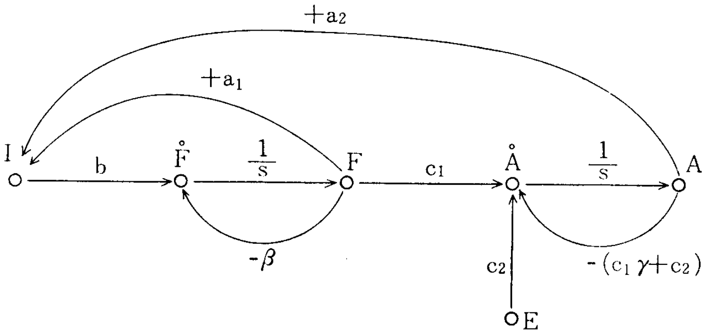

図5

この様にして得られた図(5)は，単に市橋によって描かれた図(1)を単に見やすいようにしたに過ぎない。

さて，次に状態変数の正準形を得るために(1)式を時間 t で微分する。そうすると

$$\frac{dI(t)}{dt}=a_1\frac{dF(t)}{dt}+a_2\frac{dA(t)}{dt} \tag{6}$$

が得られるから，これに(2)，(3)を代入して，

$$\frac{dI(t)}{dt}=a_1bI(t)+(a_1b\beta+a_2c_1)F(t)+a_2c_2E(t)-a_2(c_1\gamma+c_2)A(t) \tag{7}$$

が求められる。

前のと同様に $\mathring{I}$ で $\frac{d}{dt}I(t)$ を表示すると，システム(2)，(3)，(7)によるフロー・グラフは下図のようになる。

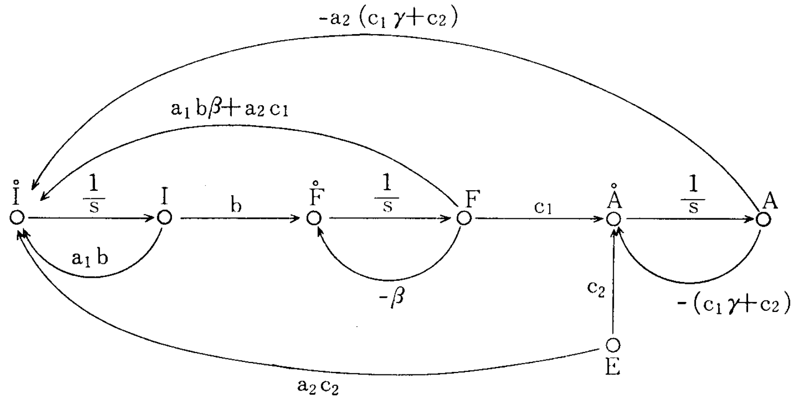

図6

さて，式(2)，(3)，(7)をマトリックス表示するために次の様に並べかえる。

$$\mathring{I}=a_1bI+(a_1b\beta+a_2c_1)F-a_2(c_1\gamma+c_2)A+a_2c_2E \tag{8}$$

$$\mathring{F}=bI\qquad\qquad -\beta F \tag{9}$$

$$\mathring{A}=\qquad\qquad c_1F\quad -(c_1\gamma+c_2)A\quad +c_2E \tag{10}$$

今 $I=x_1$，$F=x_2$，$A=x_3$，$E=u$ とおくと，

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1b & a_1b\beta+a_2c_1 & -a_2(c_1\gamma+c_2)\\ b & -\beta & 0\\ 0 & c_1 & -(c_1\gamma+c_2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_2c_2\\ 0\\ c_2\end{pmatrix}u(t) \tag{11}$$

の様に表わされる。

ここで，

$$\begin{pmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{pmatrix}=X,\quad \begin{pmatrix}a_2c_2\\ 0\\ c_2\end{pmatrix}=B$$

$$\begin{pmatrix}a_1b & a_1b\beta+a_2c_1 & -a_2(c_1\gamma+c_2)\\ b & -\beta & 0\\ 0 & c_1 & -(c_1\gamma+c_2)\end{pmatrix}=A$$

と表記すると，簡単に

$$\mathring{X}=AX+Bu$$

となり，Xは3次元の状態ベクトル，uは1次元の制御ベクトル，Aは 3×3 のシステム・マトリックス，Bは 3×1 の制御マトリックスである。

Ⅲ　現代コントロール・システム

コントロール・システムの研究において，システムの状態を論義するに際して，ある仮定がおかれているのが常であった。この事はコントロール・システムを論ずるに当っては当然の大前提として暗黙に仮定されていた。

即ち，問題になっているシステムは，ある明確に定義された計画に従って強制的に動作させる事が可能であるという事実である。一言でいえば，オペレーショナルでなければならないのである。

そこで，現代コントロール・システムに於ては次の概念が基本的前提として表われてくる。可制御性（controllability）と可観測性（observability）である。

可制御性の定義

システムは，あるコントロールuによって有限時間 $t_f\geqq 0$ の間に，任意の初期状態 $X(0)$ から，任意の終端状態 $X(t_y)$ に移すことができるときに，可制御（controllable）であるといわれる。

この様に，可制御性の概念は，その言葉自体が示しているように，それぞれの状態変数に作用

を及ぼすコントロールの可能性を意味している。いいかえるならば，そもそもコントロールするという事の意味それ自体である。

一方，この可制御性の概念に対して双対の意味を持つものが可観測性（observability）という概念である。

可観測性の定義

システムは，アウトプット y を有限時間 $0 \leqq t \leqq t_f$ 測定することによって，すべての状態 $X(0)$ が正確に決定できるとき可観測（observable）であるといわれる。

いうなれば，可観測性の概念は，システムのアウトプットに影響を及ぼすそれぞれの状態変数の可能性に関することを述べているのである。

このような可制御性及び可観測性の概念は，システムを状態変数表示することによってのみ定義することができ，また書き表わすことが出来るものである。重要な事実は，システムを表わすのに伝達関数を用いる古典的方法は，あらかじめシステムの可制御性と可観測性を仮定していて，その上で論を進めていたのである。したがって，伝達関数表示ではこれら2つの概念を議論すること自体無意味なのであった。

そこで，可制御性と可観測性の判別の為のテスト法として，一般的には次の様な方法が与えられている。

n 次のマルチ・インプット及びマルチ・アウト・プットのコントロール・システム

$$\dot{X}(t)=AX(t)+Bu(t)$$

$$y(t)=CX(t)$$

は，

(i) $n \times nr$ の合成行列

$$[B\ AB\ A^2B \cdots\cdots A^{n-1}B]$$

のランク（階数）が n の時，その時に限って可制御である。

(ii) $n \times nm$ の合成行列

$$[C^T\ A^TC^T\ A^{T^2}C^T \cdots\cdots A^{T^{(n-1)}}C^T]$$

のランクが n の時，その時に限って可観測である。

このテスト法はシステムがどんな状態変数系表示で記述されていても，そのシステムの可制御性，可観測性の判別に適用できるものといわれる。

この方法は，システムが1インプット，1アウトプットの場合には，少しく簡単になり，次の様に表わされる。即ち

n次の1インプット及び1アウトプットのコントロール・システム

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t)$$
$$y(t)=C^{T}x(t)$$

は，

(i)　$n\times n$ の合成行列

$$[b\ Ab\ A^{2}b\cdots\cdots A^{n-1}b]$$

が正則，すなわち，その行列式が0でないとき，その時に限って可制御である。

(ii)　$n\times n$ の合成行列

$$[c\ A^{T}c\ A^{T2}c\cdots\cdots A^{T(n-1)}c]$$

が正則のとき，その時に限って可観測である。

以上の2つが，可制御性，可観測性判定の基本的方法ではあるが，行列Aが個別個有値を持つような特別な場合には，以下の様な方法の方が簡単である。

$$\dot{x}=Ax+Bu$$
$$y=Cx+Du$$

とする。

上のようなコントロール・システムが，個別固有値系なら，Aは個別特性根を持ち，次の関係を満足する正則行列Tが存在する。

$$\Lambda=T^{-1}AT=\mathrm{diag}[\lambda_1, \lambda_2,\cdots\cdots, \lambda_n]$$

そこで，いわゆる正規座標（normal coordinates）z_i は次の線形変換により定義される。

$$x=Tz$$

このとき正準方程式の正規形（normal form）表現は次のように与えられる。

$$\dot{z}=\Lambda z+\Omega u$$
$$y=\Gamma z+Du$$

ただし，

$$\Omega=T^{-1}B$$
$$\Gamma=CT$$

である。

この様に線形変換したシステムの場合には，

(i)　Ωが0なる行を持たないとき，システムは可制御である。

(ii)　Γが0なる列を持たないとき，システムは可観測である。

この様に，システムの可制御性と可観測性という概念を取り上げてくると，コントロール・シ

ステムは理論上この2つの概念に関する4つの組合せが存在することになる。

すなわち，あるシステムは以下のようになる。

1. 可制御で，かつ可観測（Sco）なシステム——controllable & observable——
2. 可制御ではあるが，可観測でない（Scu)——controllable but unobservable——
3. 可制御でないが，可観測である（Suo)——uncontrollable but obrervable——
4. 可制御でもないし，可観測でもない（Suu)——uncontrollable & unobservable——

この概念は図7のように分割して図示しえる。

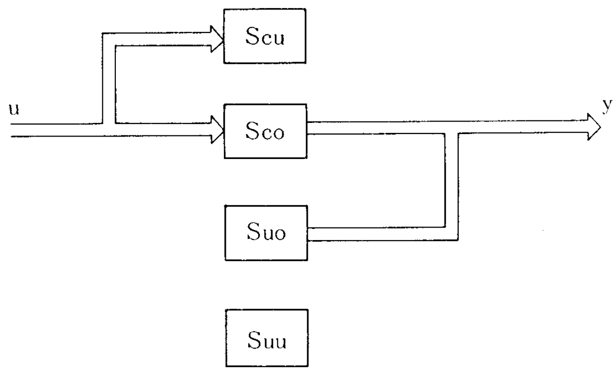

図7

この4つの概念を，前記の個別固有値を有するシステムに対応せしめると，次のように表わされる。

1. Sco 可制御かつ可観測

$$\dot{z}_1 = \Lambda_1 z_1 + \Omega_1 u_1$$

$$y_1 = \Gamma_1 z_1 + D_1 u_1$$

2. Scu 可制御かつ非可観測

$$\dot{z}_2 = \Lambda_2 z_2 + \Omega_2 u_2$$

$$y_2 = 0$$

3. Suo 可観測かつ非可制御

$$\dot{z}_3 = \Lambda_3 z_3$$

$$y_3 = \Gamma_3 z_3$$

4. Suu 非可観測かつ非可制御

$$\dot{z}_4 = \Lambda_4 z_4$$

$$y_4 = 0$$

以上の事から，古典的制御理論で用いられていた伝達関数とは，システムの可制御で可観測な

部分 Sco のみによっていた事が明らかとなるであろう。

Ⅳ　モデルの検討

さて，以上の様な現代コントロール理論の理解の上で，ホマンズ＝サイモン・モデルを検討しよう。

今の場合，システム・マトリックスA，及び制御マトリックスB，出力マトリックスCは次の通りである。

$$A=\begin{pmatrix} a_1b & a_1b\beta+a_2c_1 & -a_2(c_1\gamma+c_2) \\ 0 & -\beta & 0 \\ c_2 & c_1 & -(c_1\gamma+c_2) \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} a_2c_2 \\ 0 \\ c_2 \end{pmatrix}, \qquad C=(0 \quad 0 \quad 0)$$

このモデルの特徴は出力yが存在していないことである。即ち$C=0$で，Dが存在しないのであるから$D=0$となる。そこで，Aが個別特性根を持つシステムなので，$\Lambda=T^{-1}AT$となる正則行列Tが存在しなければならない。同様に$\Omega=T^{-1}B$も存在する。

しかしながら，$C=0$であるから，

$$\begin{aligned} \Gamma &= CT \\ &= 0 \end{aligned}$$

となる。したがって，この行列Γは調べることもなく，25頁の定義(ii)の 0 なる列を有し，可観測ではありえないことになる。

この事は，このホマンズ＝サイモン・モデルがコントロール・システムとして不完全なモデルであることを表わしている。この事実は，図６を詳細に眺めてみれば，大よそ推測出来ることでもある。このシステムでは入力として$E(t)$が存在している。では入力された$E(t)$によりシステムはどのような変化を起こすのだろうか。またシステム内の変化が，システム環境に何んらのフィードバックをもたらさないシステムであれば，これは単に自己安定性のみを持つクローズ・ド・システム（closed system）ではないだろうか。またこのシステムでは，$E(t)$の変化量はきわめて少くなければならず，多少の$E(t)$の増加によっても，システム自体が破壊されてしまうのではなかろうか，といった疑問が浮んでくる。

このような疑問の全ての発生源は，このホマンズ＝サイモン・モデルのシステムに於ては，出力が存在していないという事につきている。すなわち，$E(t)$はこのシステムに於てはグループ

内えの課業であるが，グループからこの課業に対するフィードバック・ループは全く存在せず，単に命令されたノルマのみの働きしかしていない。いうなれば，グループ内の対応によってグループの業績がどうあって，またどうなるのかというメカニズムはシステム内に存在しないという事である。

この事は，このホマンズ＝サイモン・モデルの基礎となっているホマンズの研究それ自体が，単なるグループの研究であって，組織としてのグループではなかったことによっている。彼，ホマンズが組織の研究を意図しなかったということではなく，ここに述べられている，すなわちサイモンが数学モデルとして取り上げた部分では，そうでなかったということである。

ホマンズがこのグループ研究として取り上げた資料はレスリスバーガー＝ディクソンの「経営と労働者」[8]の配電器巻線作業に於けるグループの観察に基ずくものであり，グループに課せられた活動量 $E(t)$ は，疑問の余地もなく，ノルマそのものである。そしてまたホマンズが解明しようとしたものが，ノルマを増大せしめる為の要因ではなかった事にも注意せねばならないであろう。彼は，この研究で，グループがある特定の環境の中で存続しつづけるために，そもそもグループは何を必要としているのかを明らかにしようと試みたものであった。この事から理解されうるように，単なるグループは組織の一部分ではあるが，それが組織となるためには，グループの外部環境えの働きかけが完全に行われていなければならないであろうという事が分かる。個人は集まってグループも作るし，組織も作るのではあるが，グループが組織となる為には，また別の変数もしくは，フィードバック・ループが必要とされるのである。単なるグループと組織の区別をなすものは，外部のシステム（組織環境）との間の相互作用を行なわしめるものが，システム内に含められねばならないのである。この事は，組織の分類における公式組織と非公式組織の区別をも完全に明らかにする。即ち，非公式組織はその外部環境えの積極的働きかけを持たなくても存在可能であるが故に，グループといい得るのである。外部環境と自己とのフィードバック・ループを必ずしも必要としないからである。

参 考 文 献

1) G. C. Homans, The Human Group, Harcourt, Brace & World, Inc., 1950.
馬場明男・早川浩一共訳「ヒューマン・グループ」，誠信書房，昭和34年。

2) H. A. Simon, Models of Man, §6, John Wiley & Sons, Inc., 1957.
宮沢光一監訳「人間行動のモデル」，同文館。
also Models of Bounded Rationality, Vol. 2, §5-4, The MIT Press, 1982.

3) 市橋英世「組織行動の一般理論」東洋経済新報社，昭和53年。

4) L. K. Timothy & B. E. Bona, State Space Analysis, McGraw-Hill, Inc., 1968.
飯田逵彦訳「制御系の基礎理論」東海大学出版。

5) Michael Athans & Peter L. Falb, Optimal Control, McGraw-Hill, Inc., 1966.

6) Olle I. Elgerd, Control Systems Theory, McGraw-Hill, Inc., 1967.

米沢洋他訳「制御システム工学」ライテス刊。
7) Lotfi A. Zadeh & Charles A. Desoer, Linear System Theory, McGraw-Hill, Inc., 1963.
関根泰次他訳「線形系の理論」コロナ社。
8) F. J. Roethlisberger & W. J. Dickson, Management and the Worker, Harvard Univ. Press, 1939.