

## 組織の数学的モデル 2

大 木 靖 郎

### 1) <グラフ理論とその応用>

近年、社会科学の分析手法として様々の方法が開発されてきているが、その中でも、グラフ理論は最も注目すべき手法であろう。

経営学の研究に於て、グラフ理論の適用例は未だ数少ない。組織問題に於ける適用例は、更に少数である。しかし、社会現象上の「関係」概念やデータベース的な関係処理を明らかにするという方法としては、最も明快な方法であろうと思われる。

Kemeny, J. G.=J. L. Snell (1962) は、グラフ理論の組織問題への適用例として、次の三つを紹介している。

- 1) 社会構造の中の、成員間の関係を考えるケース。
- 2) 社会構造のコミュニケーションのネットワークを問題にする場合。
- 3) 階級組織に於ける優越・従属関係を考察する場合。

以上のように、主として、ある状況間における「関係」を問題とすべき場合に、グラフ理論は威力を発揮する物と言ひ得る。

ケース(1)の場合の心理学に於ける適用例では、すでに数多くの成果が上がっている。特に、Heider (1946) のバランス理論は有名である。

しかし、これらのグラフを解く場合に、ダイナミック・プログラミングを用いて解析的に求めるか、或は、「行列に変換して解く」のが通例であるが、何れもコンピューターを用いるとしてもかなり面倒な計算を行なう必要が生じる。

その場合に、通例、Fortran、もしくは Pascal 言語を用いるのが最も有用であるが、プログラムは相当に複雑となる。又、大きな行列はメモリー消費の上からも、計算上も望ましくない。であるから、通常、グラフで表現した物のうち、何を求めるのかによって、そのみに特定化してプログラム化される。であるから、ネットワーク上の「関係」のみに問題を絞れば、Fortran、Pascal 等が最上とは一概に言ひ得ない。

Lisp も、又、非常に有用であるが、これも「関係」を求める手段としては、複雑すぎると言っても過言ではない。

現在、ようやく「Prolog」が、一般のパソコン上でも使用可能になってきており、16ビット

ト・マシンによる、多少の不便が存在するにしても、「関係」問題の解決用具としては、最上の手段であろうと思われる。Prolog はその名前の由来の通り Programming in Logic の省略形であり、「関係」の様な論理演算の記号処理に対して威力を発揮するものと思われている。そこで AI (Artificial Intelligence) の本命とも目されている位である。無論、これが32ビット・マシンのパーソナル・コンピュータの上で使用できるようになれば、その威力は計り知れないであろう。

以上の様なコンピューター言語の進歩を前提にするならば、記号処理で処理可能になった現在では、グラフ理論を再考する必要が有るものと思われる。

グラフ理論は、点と線で表現される無定義述語およびいくつかの公理とそれから導かれる定理から理論を組み立てる。

しかし、関係を行列表示するのは最も基本的なものであるが、それを処理するのに、行列を使用していたのでは、簡単な問題以外処理し切れない。簡単な例題でそれを示そう。

人類学のような込み入った親戚関係を明らかにするのに、グラフ理論は多用されてきたが、そのような込み入った親戚関係は、次のように定式化される。(Busacker=Saaty, 1965)。

例えば、David (D)、彼の息子 John (J) 及び娘 Grace (G)、それに John の妻 Silvia (S) 及び二人の息子 Michel (M)、Richard (R) と娘 Emily (E)、及び Grace の息子 Ben (B) からなる家族を考える。「…の息子である」という関係 P と「…の子供である」という関係 Q は、図のように示される。

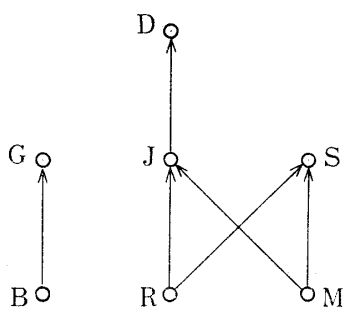


図 1

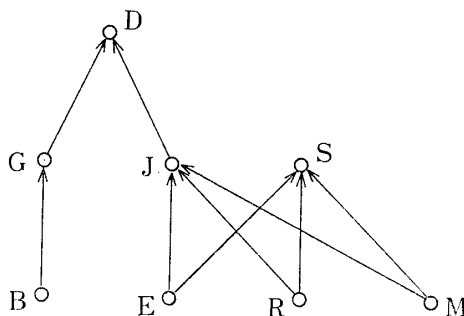


図 2

これらのグラフを行列表示すると

	D	G	B	J	S	E	R	M
D	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0
J	1	0	0	0	0	0	0	0
P=S	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
R	0	0	0	1	1	0	0	0
M	0	0	0	1	1	0	0	0

図 3

	D	G	B	J	S	E	R	M
D	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0
J	1	0	0	0	0	0	0	0
Q=S	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	1	0	0	0
R	0	0	0	1	1	0	0	0
M	0	0	0	1	1	0	0	0

図 4

で与えられる。

そうすると、「…の子供の息子である。すなわち…の男の孫である」という関係は、二つの行列を掛け合わせて得られる。

即ち、

	D	G	B	J	S	E	R	M
D	0							
G	0							
B	1							
J	0			他は全て 0				
PQ=S	0							
E	0							
R	1							
M	1							

図 5

関係には多くの物が考えられるが、親戚関係の様な単純なものから、支配・優越関係の様な多少複雑な物も存在する。

しかし関係表現はこれに留まらない。システムの「状態の推移」を問題にすることも可能である。但、この場合は問題となる状態の表現（状態空間と言う）が大変複雑になる。しかし、グラフ表現の可能性は同様である。

制御工学におけるシグナル・フロー・グラフはその簡単な例である。状態空間を一般的に定式化すると、次のようになる。

任意の時刻において、有限個の状態が存在し、その中のどれかただ一つを取るようなある種のシステムが与えられている。そして、取り得る推移の集合が存在する。問題は、一つの特定期間が初期条件として与えられた場合、このシステムを望ましい最終状態に、直接の推移の適当な列を用いて、移すことが可能かどうかということ、決定できるかどうかである。

状態とその推移をそれぞれ適当なグラフの頂点（点）と弧（線）で表せば、問題は指定された頂点（状態）の対を結ぶ一つのパスを見いだす問題となる。この種の状態とその推移の問題のグラフ表示の例は経営学には今だ見あたらない。

そこで相当複雑なシステムでも表示可能という意味で、パズル問題において有名な「人食い人種と宣教師」という問題を取り上げてみよう（Busacker=Saaty, 1965, Bellmann=Cooke=Lockett, 1970）。

三人の宣教師と三人の人食い人種がある河の岸Aにやってきた。彼等はたった二人だけを乗せることの出来るボートを用いて対岸のBへ渡らねばならない。ただし、どちらの川岸でもボートのなかでも、宣教師の人数が人食い人種の数より少なくなると（制約条件）、宣教師は人食い人

種に食べられてしまうという。無事に全員が河を渡るには、どうすれば良いか。

この問題は、状態システムとして、岸Aと岸Bおよびボートの中の三つの状態を考えれば、全ての、宣教師と人食い人種の組み合わせを列挙することが出来る。そして最初の考えとしてはこれをそのまま定式化して良いのだが、しかし、状態は岸Aに於ける宣教師と人食い人種の人数だけでも、次のようにシステムの状態を数の集合によって表せる。そして、この方が推論的に簡単になる。

今  $m$  = 出発側の岸Aにいる宣教師の人数

$c$  = 出発側の岸Aにいる人食い人種の人数 とすると、

この時  $(c, m)$  の組を考えるだけで、ボートが渡河中である状態以外の全ての状態を表示出来る。ここで、宣教師が食われる事態が無いようにして、 $(c, m)$  を考えると、 $(3, 3)$  は各々三人の宣教師と人食い人種が岸に居て、岸Bには誰もいない事を示し、 $(1, 3)$  は、一人の宣教師と三人の人食い人種が岸Aにいて、当然残りの二人の宣教師が岸Bに居る事を示す。システムを二つの数の組みで表すこの方法は計算上大変有利となる。

さて、今の場合、全ての可能な状態を幾何学的に表現すれば、次の様なグラフで表される。許される組みを直交座標にプロットしてみると、この問題では  $c$  と  $m$  は、 $0, 1, 2, 3$  の値のみを取ることが可能であることが分かる。従って、16個の可能な組み合わせ方の  $(c, m)$  が存在し、この内の幾つかのみが可能解である。 $c > m > 0$  ならば、宣教師よりも人食い人種の方が多くなるから許されないが、 $c > m$  で  $m = 0$  なる状態は、食われる宣教師が居ないので許される。もし、 $3 > m > c$  ならば、岸Bで宣教師より人食い人種の方が多くなるので、この状態は許されない。

このように、許される状態の全ての集合は、次の制限を満足するあらゆる組み  $(c, m)$  より構成されるのが分かる。

$$3 \geq c \geq 0$$

$$3 \geq m \geq 0$$

$$m = c \text{ 又は } m = 0 \text{ 又は } m = 3$$

この場合の状態集合は次の図に表される。図上の点が可能な状態である(図6)。

例えば、このパズルの解は右上隅より始まり、最後に左下隅に至る流れを作る問題に変換される(図7)。またこの図から、状態間の推移も幾何学的に表わし得る(図8)。

ところで、この問題の解の存在と一意性はどうか。グラフによる方法はこれにも、

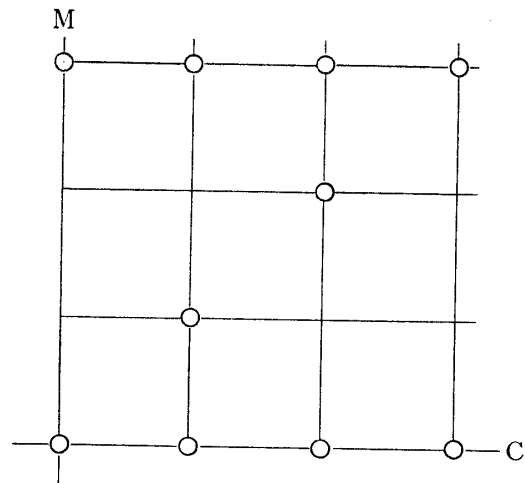


図 6

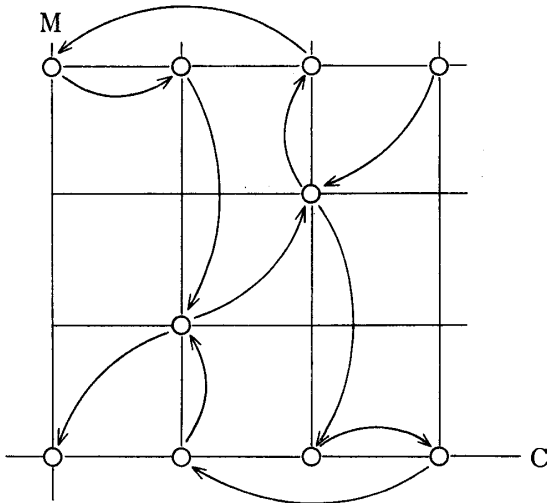


図 7

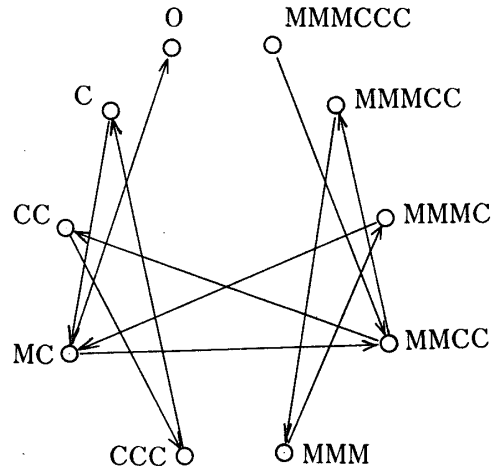


図 8

答え得る。

許容状態を次の三つのクラスに分類する。

- (T) 最上段にある状態のクラス ( $m=0$ )
- (B) 最下段にある状態のクラス ( $m=0$ )
- (D) 対角線にある状態のクラス ( $0 < m = c < 3$ )

ボートは二人しか乗れないので、Tに属する状態からBの状態へ直接には移動できない。したがって、必ずいかなる解もDの状態を含まねばならない。もしTのある状態から(2, 2)状態へ動いたとすると、次はTの状態へ戻る以外に方法は無い。したがって、推移は必ず(2, 2)より下の対角線上の状態において行なわなければならない。すなわち(1, 1)へである。その上B, Bの状態へ推移するにはまず(2, 2)へ行き、そこから(2, 0)に行く方法のみである。従って、解は次の推移を含まねばならない。

$$\dots > (1, 3) > (1, 1) > (2, 2) > (2, 0) > \dots$$

そして、(1, 3)にはT状態を通して次の様に行ける。

$$(3, 3) (1, 3) (2, 3) (0, 3) (1, 3)$$

または、(3, 3) (2, 2) (2, 3) (0, 3) (1, 3)

同様に、(0, 0)には(2, 0)から二つの方法で行ける。であるから、この問題には四つの解(すなわち、4通りの方法)が存在することになる。

所で、コンピューターのアルゴリズムの中で、リストというデータ構造を持つものがある。グラフはそれの特別な場合として考える事が可能である。

リストとは非数値処理を行なう場合に良く用いられるデータ構造であって、リストは任意の長さの順序を持つ要素の系列を表わしている。リストの要素は対象となる物なら何でも良い。従っ

て、要素としてリストの大きさや、それにどんな情報が含まれているか、前もって予測できない場合など、この性質は大変有用である。さらに、記号処理に於て使用される全ての構造はこのリストによって表現可能である。リストの表わし方は種々あるが、ツリー（木）に依るものとリスト記法というのに依るのが分かりやすい。それで、各状態をリストの要素として表わして、表示するのが便利となる。

## 2) <組織目標のグラフ表示>

経営組織の重要な問題の一つに組織目標の問題がある。組織目標は組織構造と組織戦略とに密接に結びついており、組織目標イコール組織戦略と考えても良いくらいである。現在では、組織戦略が組織構造を決定する事は当然とされている。

組織は、例えば野中（1978）のように組織環境、組織コンテクスト、組織構造、個人属性、組織過程、組織有効性のような区分で概念化される。そしてそれらは全て相互関連のフィードバック回路を持つと考えられている。

ここでは、その中で組織コンテクストの中に含まれると考えられる組織目標について、Perrow（1961, 1968, 1970）に拠って考察してみよう。

Perrow は、組織が所有する技術と原料が組織構造と組織目標を規定し、組織構造は又組織目標を規定するという仮説をたてる。即ち、技術をT, 原料をM, 組織構造をO, 組織目標をG, とするならば、

$$f(O)=g(T, M)$$

$$h(G)=i(T, M, O)$$

の様な関係が得られる。そこで結局、 $h(G)=j(T, M)$  になり、組織目標は技術と原料の関数という事になる。

所で、Perrow の言う技術、原料は相当特殊なものなので、説明が必要であろう。

彼は「技術」を「原料」に何らかの変化を生じさせる為に、道具あるいは機械的手段によって、個人がその対象に対して遂行する行為、と定義する。すなわち、原料（人間、表象、物質）を望ましい商品、あるいはサービスに変形する方法として技術を考える。技術は原料を組織の望むものに変換する手段なのだが、その原料の中には人間も含まれていて、その様な変換過程を取る組織は病院や大学などがそれに該当するという。

そして、技術を適用すべき方法自体の確実性、不確実性の度合によって、組織構造も変化するというものである。

彼は組織目標を大きく五つに分類する。それらは、社会的目標、製品目標、システム目標、商品目標、及び派生的目標である。

社会的目標とは、社会一般を対象として、組織の生み出すべき商品やサービスの生産、それによつての社会秩序の維持などに関係するもので、組織の機能それ自体とはあまり関係がない。

次いで、製品目標は組織と接触する公衆を対象として、具体的には消費者に対する製品に関係している。確かに組織目標として大変重要であるが、この種の、組織がPRする製品目標の変更はほとんどありえないので、組織の分析にとってはあまり重要ではない。これは定款にうたわれている様な内容である。

そこで、企業にとっての組織目標としては、三番目のシステム目標からが重要なものとなる。

システム目標はその組織にとって望ましいと思われる諸条件に関する目標であつて、それはその組織全体についての特別な強調点を物語るものである。その場合、どの項目が強調されるかは、それぞれの組織によって異なる。主要な項目としては、安定指向か成長指向か、進んでリスクを受け入れるのか、リスクを回避する性向があるのか、利益率の高低の決定、組織の運営方法の遵守態度などがあげられ得る。これらの項目が各々技術と原料によって左右されるのである。

商品目標とは組織の生み出す商品の特性に関する目標で、商品の質とか、量とか、機種とか、コストとか、スタイルとか、便益性とか、信頼性などに関してどの程度のレベルに目標値を置くかという事である。

派生的目標とは、組織が存在して、何かを遂行しているというその事実によつて、その組織とコンタクトを持つ全ての人々の生活に影響を与える様な潜在力を組織は所有していることにより、派生してくる目標である。この目標に対する指標としては、変化に対して保守的かフリーかといった区分で Perrow は評価している。

組織目標は組織内のいろいろな影響力の所産である。それら影響力を幾つか列挙すれば、例えばトップのパーソナリティ、組織の歴史、組織の伝統、組織の地域社会的環境、その組織と関係を持つ他の組織の規範や価値、組織の技術や組織構造、文化的背景などが挙げられる。

その上、いろいろな目標が組織の内部で確立されると、組織は変化するのが困難になる。この事は組織の構成員が、その組織目標の周りに自己の組織生活を組みこんで個々人の規範を立てるからである。人々が組織環境の変化に抵抗するのではなく、相互作用のパターンや、人間関係、取引、交渉、相互調整の様式、問題解決方法やその取扱い方の形態が変化に抵抗するのである。そこで組織目標の概念、それによる組織の特性は組織の公式化のタイプを示すものと言ひ得るのである。

組織はあくまでも目標達成の為の道具である。組織目標は人々の協働の努力に不可欠である。組織目標がなければ組織は、たとえ成長や繁栄をしたとしても、内外からの組織環境の変化に対して、非常に不安定となる。組織は道具であり、システム目標、商品特性目標、派生的目標が、その道具を形づくるのである。組織目標は多元的であり、相互に衝突する。組織は次から次ぎ

へ、また同時に、いろいろな組織目標を追求する。

そこで、以上の様な説明された項目をグラフで表示しておこう。この項のみではあまり効果的とは思われないが、後で他の組織環境、組織構造などとの関連で組織を考える場合に効果があるものと思われるので。

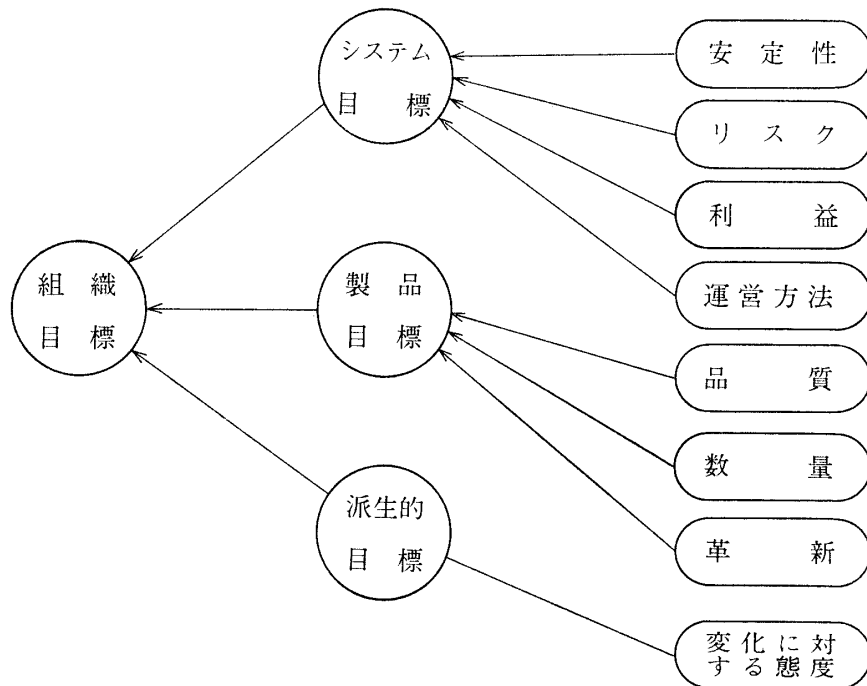


図 9

(続 く)

#### 参考文献

- (1) Bellman, Richard, Kenneth L. Cooke, and Jo Ann Lockett, 1970. Algorithms, Graphs and Computers, Academic Press, Inc. (渡辺茂監訳, 「計算機のためのグラフとアルゴリズム」, 共立出版, 1972.)
- (2) Busacker, Robert G., and Thomas L. Saaty, 1965, Finite Graphs and Net work: An Introduction with Applications, McGraw-Hill, Inc. (矢野健太郎, 伊理正夫共訳, 「グラフ理論とネットワーク/基礎と応用」, 培風館, 1970.)
- (3) Heider, F., 1946. Attitudes and cognitive organization, J. of Psychol., 21, pp. 107-112.
- (4) Kemeny, John G. and J. Laurie Snell, 1962. Mathematical Models in the Social Sciences, Ginn and Blaisdell, NY, NY. (甲田和衛, 山本国雄, 中島一共訳, 「社会科学における数学的モデル」, 培風館, 1966.)
- (5) 野中郁次郎, 加護野忠男, 小松陽一, 奥村昭博, 坂下昭宣共著, 「組織現象の理論と測定」, 千倉書房, 1978。
- (6) Perrow, C., 1961. "The Analysis of Goals in Complex Organization," ASR, 26: pp. 854-866.
- (7) Perrow, C., 1968. "A Franework for the Comparative Analysis of Organizations," ASR, 32: pp. 194-208.
- (8) Perrow, C., 1970. Organizational Analysis: A Sociological View, Belmont, California: Wadsworth. 1970. (岡田至雄訳, 「組織の社会学」, ダイヤモンド社, 1983.)