

経済指標の変動の解析的研究Ⅱ

—— 株価が下降局面から上昇局面に転ずる時点を探る ——

香村 俊武・野澤 智

過去 30 年間の東証日経平均株価の変動を解析して、平均株価が下降局面から上昇局面に転じた 12 事例を選び、それらに共通する変動の特徴を調べ、株価が下降局面から上昇局面に転ずるための必要十分条件を得る。そして、株価が下降局面から上昇局面へ転ずるための得られた条件を低迷している現在の株価に適用して、株価が今後下降局面から上昇局面に転ずる時点を探る。

1. 株価は過去を記憶して変動する

株価の時々刻々の変動は互いに独立であり、今月株価が上昇したことは、来月の株価の変動を予想する材料にならない、つまり、株価はランダム・ウォーク^①であるというのが学説である。しかし、株価は、上昇するときには続けて上昇し、下降するときには続けて下降するように見えて、株価がランダム・ウォークであるとは実感されない。私達は、前論文（今後「論文Ⅰ」と称する）において、過去 30 年間の東証日経平均株価の変動を解析した。その結果、株価は、変動位相^②を順に巡りながら、変動する傾向が強い。すなわち、株価は、ランダム・ウォークではなく、過去を記憶して変動するという結論を得た。本論文において株価が過去を記憶して変動することをより明確に示す。

第 2 節において、論文Ⅰにおいて展開した経済指標の変動傾向と変動位相を判定する方法を簡略に再掲する。株価の変動傾向と変動位相は、今後の株価の変動を予測する際に重要な判断材料になる。

株価が過去を記憶して変動することを明確に示すために、第 3 節において、株価が上昇する局面と下降する局面ではその変動が対称ではなく、それぞれの特徴をもって変動することを示す。1978 年から 1989 年にかけて株価は一本調子に急上昇して大上昇局面を形成した。この 144 月のうち日経平均株価が上昇した月が 97 月あった。株価が 144 月のうち 97 月において上昇する確率をランダム・ウォークの理論で計算すると 5 万分の 1 になる。ランダム・ウォークの理論では起きる確率がこのように小さいと推定される事象が僅か 30 年の間に起きたことは、株価の変動をランダム・ウォークの理論で説明するのは非常に難しいことを示す。

第4節においては、低迷している現在の株価が今後早かに上昇局面に転ずることを期待して、過去30年間に株価が下降する局面から上昇する局面に転じた事例を選んで、これらの事例に共通する特徴を調べる。そして、これらの事例から、株価が下降局面から上昇局面へ転ずるための必要十分条件を導き、得られた局面転換の条件を現在の株価に適用して、株価が今後下降局面から上昇局面に転ずる時点を探る。

2. 経済指標の変動傾向と変動位相

論文Ⅰにおいて、経済指標の変動を振動論的に解析することを提唱し、経済指標の具体的例として株価を選び、その変動傾向と変動位相を判定する方法を示した。以下にその概略を示す。

2.1 変動傾向の判定

株価は複雑に変動するが、その時々刻々の変動の特徴に着目して、変動の状態を下記の方法で、振動、上げ、下げ、上げ傾向、下げ傾向、不安定（上げ）と不安定（下げ）の七つの変動傾向に分類する。

時間 t とともに変動する株価を $x(t)$ と表す。時間間隔が Δt である四時点 $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$ における株価 $x(0), x(\Delta t), x(2\Delta t), x(3\Delta t)$ の各時間間隔 Δt 毎における変動量を

$$y\left(\frac{1}{2}\Delta t\right) = x(\Delta t) - x(0) \quad (1)$$

$$y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) = x(2\Delta t) - x(\Delta t) \quad (2)$$

$$y\left(\frac{5}{2}\Delta t\right) = x(3\Delta t) - x(2\Delta t) \quad (3)$$

と表す。また、時間間隔 Δt における二次の変動量は

$$z(\Delta t) = y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) - y\left(\frac{1}{2}\Delta t\right) \quad (4)$$

$$z(2\Delta t) = y\left(\frac{5}{2}\Delta t\right) - y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) \quad (5)$$

であり、三次の変動量は

$$w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) = z(2\Delta t) - z(\Delta t) \quad (6)$$

である。そして、時点 $t = \frac{3}{2}\Delta t$ における三次の変動量と一次の変動量の比 $\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}$ を求める。

株価 $x(t)$ が、復元力を受けて、ある標準値 b を中心とする振動変動をするときには、方程式

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -w^2\{x(t)-b\} \quad (7)$$

に従い、この方程式の解

$$x(t) = a \cos(wt+\theta) + b \quad (8)$$

で表される。振動変動の場合には、時点 $t = \frac{3}{2}\Delta t$ における三次の変動量と一次の変動量の比

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} = -4 \sin^2\left(\frac{1}{2}w\Delta t\right) \quad (9)$$

であり、この比は

$$-4 < \frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} < 0 \quad (10)$$

になる。株価がこの条件を満たす場合には、株価は振動変動をしていると判定される。

株価がこの比を

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} < -4 \quad (11)$$

にする場合がある。この場合には、株価 $x(t)$ は解析関数で表されず、この条件を満たして、かつ、 $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) > 0$ である場合には、株価は、ジグザグの折れ線を描いて、上げ傾向の変動をしている。また、 $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) < 0$ である場合には、ジグザグの折れ線を描いて、下げ傾向の変動をしている。

また、株価に働く力が復元力ではなくて、反発力であると、株価の変動を表す方程式は

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = w^2\{x(t)-b\} \quad (12)$$

となり、その解は、

$$x(t) = a \cosh(wt+\theta) + b \quad (13)$$

または、

$$x(t) = a \sinh(wt+\theta) + b \quad (14)$$

となる。このいずれの場合についても、時点 $t = \frac{3}{2}\Delta t$ における三次変動量 $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)$ の一次変

動量 $y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)$ に対する比

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} = 4 \sinh^2\left(\frac{1}{2}w\Delta t\right) \quad (15)$$

であり、この比

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} > 0 \quad (16)$$

になる。株価がこの条件を満たすときには次の四つの場合がある。まず、 $z(2\Delta t) > 0$ で $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) > 0$ の場合には、株価は次第に上昇する勢いを増しながら上昇して、上げ変動と判定される。また、 $z(2\Delta t) < 0$ で $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) < 0$ の場合には、次第に下降する勢いを増しながら下降して、下げ変動と判定される。そして、 $z(2\Delta t) > 0$ で $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) < 0$ である場合には下げ基調で変動が次第に乏しくなり、また、 $z(2\Delta t) < 0$ で $w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right) > 0$ である場合には上げ基調で変動が次第に乏しくなる。この二つの場合は、ともに不安定な減衰変動であり、不安定（下げ）と不安定（上げ）と判定される。

2.2 変動位相の判定

理想的な振動変動の場合に定義される位相の概念を拡張して、経済指標の変動について、四つの変動位相、Ⅰ、Ⅱ、ⅢとⅣを定義し、変動の進行段階を分類する。すなわち、

位相Ⅰ. 上げ幅が次第に小さくなる上昇変動をしている段階。上述の変動量で表すと、この期の第一次変動量 $y > 0$ であり、第二次変動量 $z < 0$ 。

位相Ⅱ. 下げ幅が次第に大きくなる下降変動をしている段階。第一次変動量 $y < 0$ であり、第二次変動量 $z < 0$ 。

位相Ⅲ. 下げ幅が次第に小さくなる下降変動をしている段階。第一次変動量 $y < 0$ であり、第二次変動量 $z > 0$ 。

位相Ⅳ. 上げ幅が次第に大きくなる上昇変動をしている段階。第一次変動量 $y > 0$ であり、第二次変動量 $z > 0$ 。

3. 上昇局面と下降局面の非対称性

株価の変動が上昇する局面と下降する局面では対称でないことを見るために、図1に1973～2002年の30年間における日経平均株価の月末毎の値を図示した。1978～1989年の間に株

値は急激に上昇して、大上昇局面を形成し、その後、1990～2001年には、大きく下降して、大下降局面を形成した。大上昇局面も大下降局面も12年ずつに限って、大上昇局面と大下降局面の資料点の数を等しくした。

また、表1において、大上昇局面と大下降局面に分けて、1)では日経平均株価の変動傾向別の頻度数を比較する。また、ランダム・ウォークの理論による変動傾向別の百分比を比較のために示した。株価の変動傾向別の頻度比はランダム・ウォークの理論が予想する頻度比に大変近く、変動傾向別の頻度数に関する限り、ランダム・ウォークの理論でよく説明される。なお、附録に、ランダム・ウォークの理論による変動傾向別の百分比を計算する方法を示す。

表1の2)では平均株価の前々月の変動傾向と当月の上昇、下降との相関関係を比較する。ランダム・ウォークの理論では、株価の前々月の変動傾向と当月の変動とは独立な事象であり、表2)の全ての場合について、当月上昇する頻度数と下降する頻度数が等しくなると予想する。しかし、実際の株価については、ランダム・ウォークの理論の予想に反して、当月上昇する頻度数と下降する頻度数が等しくならず、株価の当月の変動は前々月の変動傾向の影響を受けて、互いに相関関係があることが判る。

表1 大上昇局面(78年～89年)と大下降局面(90年～01年)の非対称性
(日経平均1978年～2001年)

1) 変動傾向別の度数

年 代	上げ	不安定 (上げ)	下げ	不安定 (下げ)	振動	上げ 傾向	下げ 傾向
78年～89年	19	8	6	1	82	22	6
90年～01年	4	3	10	3	88	16	20
計	23	11	16	4	170	38	26
百分比	0.0799	0.0382	0.0556	0.0139	0.5903	0.1319	0.0903
ランダムウォーク 百分比	0.0698	0.0281	0.0698	0.0281	0.6082	0.0980	0.0980

2) 前々月の変動傾向と当月の上昇と下降の相関

年 代	前々月 当月	上げ	不安定 (上げ)	下げ	不安定 (下げ)	振動	上げ 傾向	下げ 傾向	計	百分比
	78年～89年	上昇	12	6	4	0	54	15		
下降		7	2	2	1	28	7	0	47	0.3264
90年～01年	上昇	2	1	4	1	36	11	11	66	0.4583
	下降	2	2	6	2	52	5	9	78	0.5417
計	上昇	14	7	8	1	90	26	17	163	0.5660
	下降	9	4	8	3	80	12	9	125	0.4340

図1 日経平均株価の変動と下降局面から上昇局面への転換点
(1973年～1982年)

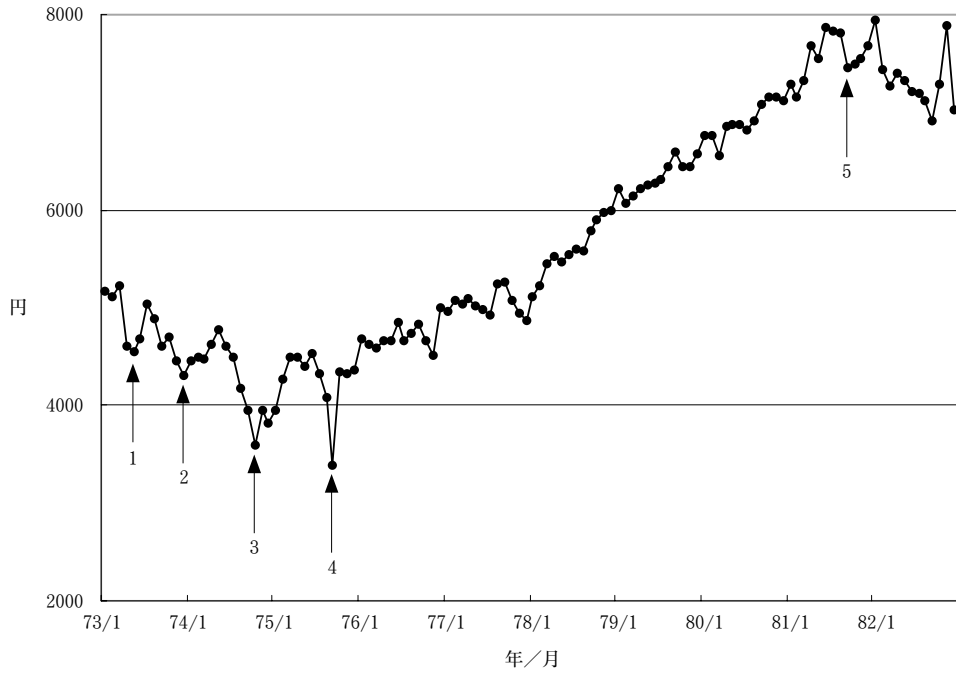


図1 (つづき) (1983年～1992年)

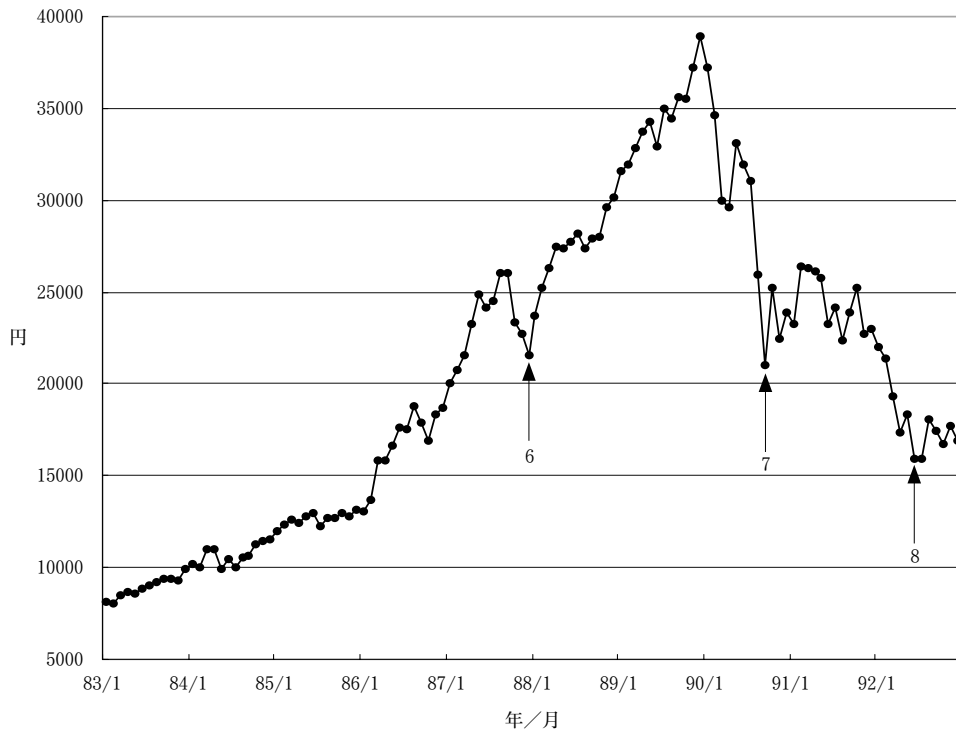


図1 (つづき) (1993年～2002年)

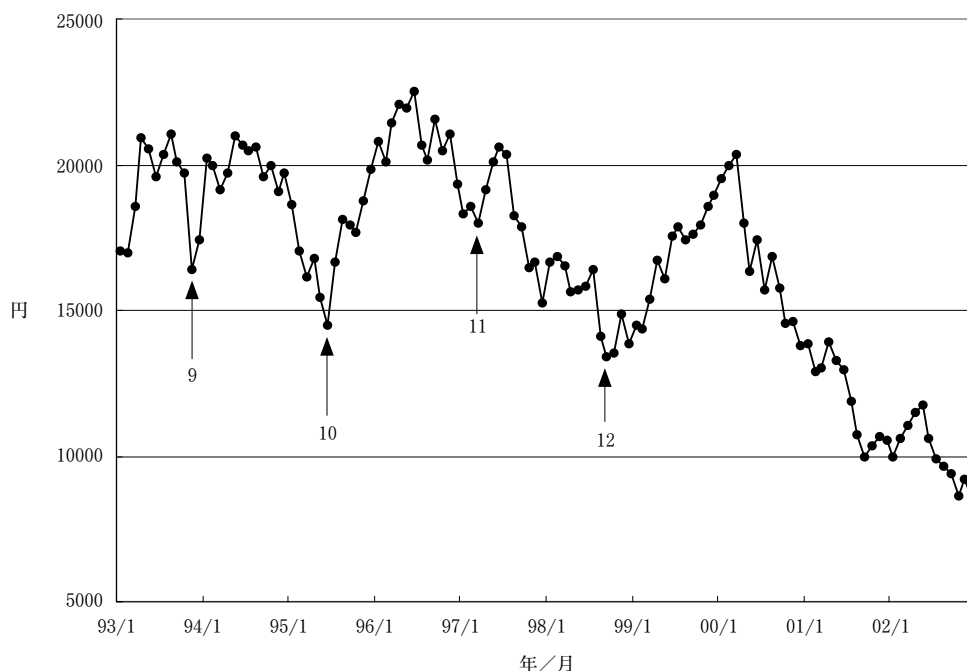


表1と図1から、以下のように、上昇局面と下降局面において株価の変動が対称でないことが判る。

- 1) 株価は、上昇局面においては一本調子に上昇するが、下降局面においては小さな上昇局面と下降局面を交互に何回も繰り返しながら下降する。
- 2) 変動傾向で分類すると、上昇局面においては上げが頻度(19)多く現れるが、下降局面においては下げ傾向が頻度(20)多く現れる。
- 3) 大上昇局面においても大下降局面においても、前々月上げ傾向を記録すると、当月株価が上昇することが多い(上昇と下降の頻度比が26～12)。

表1の2)に示したように、1978～1989年の144ヶ月間続いた大上昇局面において、日経平均株価は、144月のうち97月において上昇した。平均株価が、ランダム・ウォークの理論に従うとすると、上昇する月と下降する月は二項分布になり、上昇する月が144月のうち97月以上である確率は

$$P = \sum_{k=97}^{144} {}_{144}C_k \left(\frac{1}{2}\right)^{144} = 0.0000188 \quad (17)$$

となる。ただし、 ${}_{144}C_k$ は組み合わせの数である。すなわち、平均株価が97月以上において上昇する確率は5万分の1である。ランダム・ウォークの理論で推定すると起きる確率がこのように小さい事象が現に過去30年間の平均株価の歴史において起きたことは、ランダム・ウォークの

理論は株価の変動を説明できないことを示す。

一方、1990～2001年の144ヶ月間続いた大下降局面においては、平均株価は144月のうち78月において下降した。ランダム・ウォークの理論では株価が144月のうち78月以上で上昇する、あるいは、78月以上で下降する事象が起きる確率は

$$P = 0.359 \quad (18)$$

となり、1990～2001年の大下降局面における平均株価の変動は、ランダム・ウォークの理論も過去30年の間に十分に起こりうると判断する事象である。

4. 株価が下降局面から上昇局面に転ずる時点を探る

図1において、過去30年間に日経平均株価が下降する局面から上昇する局面へ転じた典型的な12の時点をを選び、それらを矢印で示し、順に番号をつけた。また、表2に平均株価が下降局面から上昇局面に転じたこれらの時点における変動の特徴を表示して、これらに共通する特徴から、株価が下降局面から上昇局面に転ずるための条件を得た。株価が変動局面を転ずるための得られた条件を以下に示す(表3参照)。すなわち、株価が下降局面から上昇局面に転ずるのは、次の二つの条件を満たす場合である。

- 1) 株価が安値をつけた月の前月から次月にかけて、変動位相が、ⅡあるいはⅢ→Ⅲ(安値)→ⅣあるいはⅠと変化する。
- 2) 変動位相がⅢとなり安値をつけた月と、その直前2ヶ月と直後3ヶ月の計6ヶ月の間に、変動傾向が下げあるいは下げ傾向から上げあるいは上げ傾向に変化する。

なお、平均株価が、1990年9月に変動局面を転じたときには、9月に安値をつけて、次々月に上げ傾向を記録したが、その次の月に下げ傾向に転じ、変動局面を転ずるための条件を逸脱した。しかし、さらにその次の月に再度上げ傾向を記録して、上昇局面へ転ずるための条件を満たすことになった。

過去30年間の日経平均株価の変動において、平均株価がこの局面転換をする条件を満たした時点は図1に示した12の時点以外には無い。この意味で、表3に示した株価が下降局面から上昇局面に転ずるための条件は必要かつ十分条件であると言える。

図2-1、2-2において、上で得た株価が変動局面を転ずるための条件を、低迷している現在の株価に適用して、株価が今後下降局面から上昇局面に転ずる時点を探る。図2-1には一昨年9月以降の日経平均株価の変動を図示した。平均株価は昨年の9月から11月にかけて変動位相をⅡ→Ⅲ→Ⅳと変え、10月に安値をつけて、9月には変動傾向として下げを記録した。したがって、下降局面から上昇局面に転ずるための条件としてあと残るのは本年1月までに、上げまたは上げ傾向を記録することである。昨年12月末の時点で、1月末の平均株価が9,277円以上であれば、

表2 日経平均株価が下降局面から上昇局面へ転換した月

番号	年 月	前月	前々月	前月	当月 (安値)	次月	次々月	次々々月	その後の高値	
									年月	高値
1	73年5月	4,557	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ 不安定	Ⅳ 上げ			73年7月	5,041
2	73年12月	4,307	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	不安定	上げ傾向	74年5月	4,773
3	74年10月	3,595		Ⅱ 下げ	Ⅲ	Ⅳ	上げ傾向		75年6月	4,533
4	75年9月	3,386		Ⅱ 下げ	Ⅲ	Ⅳ	上げ傾向	上げ	89年12月	38,916
5	81年9月	7,456	上げ傾向	Ⅱ 下げ	Ⅲ	Ⅳ 下げ傾向	上げ	上げ	89年12月	38,916
6	87年12月	21,564		Ⅲ 下げ	Ⅲ	Ⅳ	不安定	上げ	89年12月	38,916
7	90年9月	20,984	下げ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	上げ傾向	下げ傾向	91年2月	26,409
8	92年7月	15,910	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ 不安定	Ⅰ	上げ傾向		93年8月	21,027
9	93年11月	16,407		Ⅱ 下げ	Ⅲ	Ⅳ		上げ傾向	94年5月	20,974
10	95年6月	14,517	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ		上げ傾向	96年6月	22,531
11	97年1月	18,330	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ 下げ傾向	上げ傾向		97年6月	20,605
12	98年9月	13,406	下げ傾向	Ⅱ	Ⅲ 不安定	Ⅳ 上げ			00年3月	20,337

表3 下降局面から上昇局面への転換点の判定条件

<p>次の二つの条件を満たす場合</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 安値をつけた月の前月から次月にかけて、変動位相がⅡあるいはⅢ→Ⅲ（安値）→ⅣあるいはⅠと変動。 2. 変動位相がⅢとなり安値をつけた月と、その直前2ヶ月と直後3ヶ月の計6ヶ月間に、下げあるいは下げ傾向→…→上げあるいは上げ傾向と変動。
--

12月の変動傾向が上げ傾向になり、下降局面から上昇局面へ転ずる条件がすべて満たされることが判明した。このため、プロ野球のペナントレースにおいて優勝チームが決定する直前にマジックナンバーが点灯することになぞらえて、図の本年1月に9,277円の線を入れ、マジックラインが点灯したと称して、平均株価が、1月末にこのラインを越し、変動局面を転ずるための条件を満たすことを期待した。しかし、1月末に平均株価は8,340円で終わり、マジックラインを越すことができず、マジックラインは消滅した。このため、本年2月末の平均株価の値にもよるが、

図 2-1 上昇局面への転換判定図（日経平均株価）

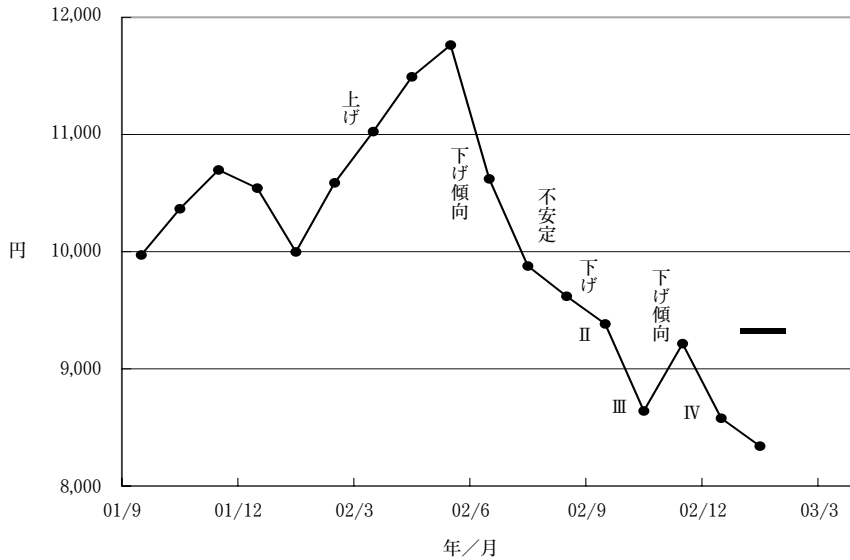
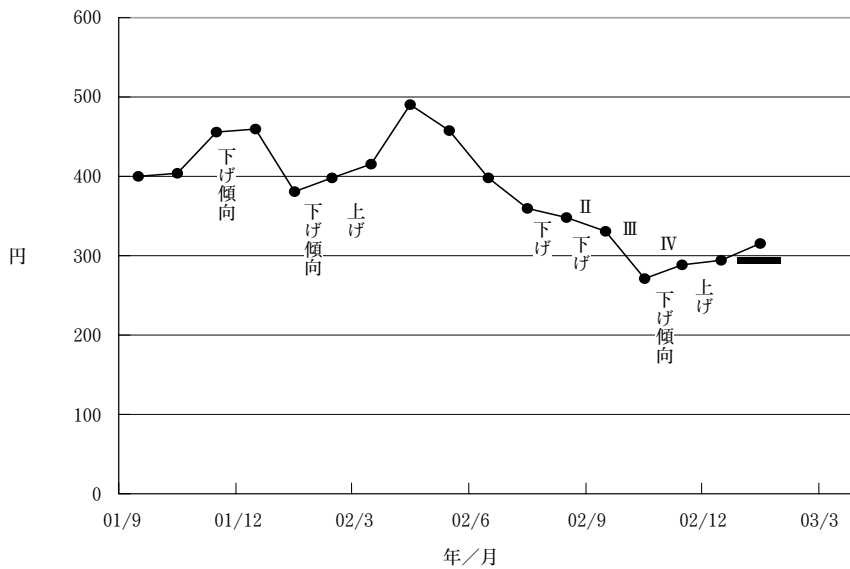


図 2-2 上昇局面への転換判定図（旭化成）



1月までに上げまたは上げ傾向を記録して、昨年10月の時点で平均株価が下降局面から上昇局面に転ずる条件を満たしたことを確認する可能性は小さくなった。しかし、平均株価は、本年1月に安値をあらためて記録しており、この時点で、3ヶ月のお預けの後に、上昇局面へ転ずる条件を満たす可能性が現れている。

個別銘柄では、株価が昨年10月に安値をつけて、しかも、上述の下降局面から上昇局面に転ずる条件を満たしたものがある。図2-2に旭化成の株価の変動を図示した。旭化成は1月末に株

表4 日経平均株価変動の解析(2002年)

月一年	x	y	z	w	w/y	傾向判定	位相
Jan-02	9,998		1,135				
		590		-1,288	-2.2	振動	IV
Feb-02	10,588		-153				
		437		183	0.4	上げ	I
Mar-02	11,025		30				
		468		-227	-0.5	振動	I
Apr-02	11,493		-196				
		271		-1,217	-4.5	下げ傾向	I
May-02	11,764		-1,413				
		-1,142		1,811	-1.6	振動	II
Jun-02	10,622		398				
		-744		87	-0.1	振動	III
Jul-02	9,878		485				
		-259		-463	1.8	不安定	III
Aug-02	9,619		23				
		-236		-529	2.2	下げ	II
Sep-02	9,383		-507				
		-743		1,825	-2.5	振動	III
Oct-02	8,640		1,318				
		575		-2,530	-4.4	下げ傾向	IV
Nov-02	9,216		-1,212				
		-637		1,609	-2.5	振動	II
Dec-02	8,579		398				

値がマジックラインを超して、条件を達成した。他に、麒麟、住友電、住友商やソフトバンクなどが上昇局面への転換の条件を満たした。今後、これらの銘柄がどのように上昇局面を実現してゆくかに注目している。

表4に、昨2002年の日経平均株価の各月末の値とその変動の傾向と位相を判定した結果を表示して、記録しておくことにする。3月に変動傾向が上げであった。これは1999年12月以来はじめての上げ、または、上げ傾向であり、2年3ヶ月にわたって続いた下降しっぱなし局面から徐々に上昇局面に転ずる兆候が見えてきたことを示している。

付録 ランダム・ウォークの変動傾向判定に対する解析的表式

1) モデル

ここではランダム・ウォークによる株価変動の傾向判定に対する解析的表式の導出を行う。はじめに本文で用いたランダム・ウォークのモデルを定義する。ある時刻における株価を x 、一次

の変動量を y 、二次の変動量を z 、三次の変動量を w とした時、一次の変動量 y が平均値 0、標準偏差 σ の正規分布に従うと仮定する。すなわち、一次の変動量 y の確率分布が

$$\rho(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A } 1)$$

で与えられるとする。すべての y の値について積分することにより、全確率は

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy \rho(y) = 1 \quad (\text{A } 2)$$

である。

同様に、三時点における一次の変動量 (y_1, y_2, y_3) に対する確率分布は

$$\rho(y_1, y_2, y_3) = \rho(y_1)\rho(y_2)\rho(y_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^3 \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)\right\} \quad (\text{A } 3)$$

で与えられる。この時、全確率は式(A 2)と同様に

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_2 \int_{-\infty}^{\infty} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) = 1 \quad (\text{A } 4)$$

である。式(A 3)を用いて、振動判定に対する解析的表式を求めていく。

2) 振動変動

本文で示されたように振動変動に対しては、三次の変動量 w と一次の変動量 y の比が

$$-4 < \frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} < 0 \quad (\text{A } 5)$$

の範囲に制限される。 w にその定義式を代入することによって、式(A 5)は3次元位相空間における2つの領域 A, B で表されることが分かる。

$$\begin{cases} A: y_2 > 0, -y_1 - 2y_2 < y_3 < -y_1 + 2y_2 \\ B: y_2 < 0, -y_1 - 2y_2 > y_3 > -y_1 + 2y_2 \end{cases} \quad (\text{A } 6)$$

従って、振動変動の確率は、式(A 3)を領域 A, B について体積積分することによって求まる。

すなわち

$$\begin{aligned} P_{\text{振動}} &= \int^A dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) + \int^B dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_0^{\infty} dy_2 \int_{-y_1 - 2y_2}^{-y_1 + 2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^0 dy_2 \int_{-y_1 + 2y_2}^{-y_1 - 2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \end{aligned} \quad (\text{A } 7)$$

である。式(A7)を計算するために、次式のように極座標表示に変換する。

$$(y_1, y_2, y_3) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta) \quad (\text{A8})$$

$$\int^V dy_1 dy_2 dy_3 = \int_0^\infty dr r^2 \int^\Omega \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{A9})$$

$$\rho(y_1, y_2, y_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^3 \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{A10})$$

これらの式を代入し、さらに r に関する積分を実行することにより、式(A7)は次のように変形される。

$$P_{\text{振動}} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \int^{\Omega_A} \sin \theta d\theta d\phi + \int^{\Omega_B} \sin \theta d\theta d\phi \right\} \quad (\text{A11})$$

ここで、 Ω_A, Ω_B はそれぞれ、式(A6)の領域 A, B を表わす立体角である。式(A11)は初等積分であり、解析的に求まる。その結果は次式のように与えられる。

$$P_{\text{振動}} = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right) = 0.608173 \quad (\text{A12})$$

式(A12)はランダム・ウォークのモデルの標準偏差 σ に依らない定数であることに注意したい。この数値が本文中の表1でランダム・ウォーク百分比の値として与えられている。

3) ジグザグ変動

本文で示されたように三次の変動量 w と一次の変動量 y の比が

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} < -4 \quad (\text{A13})$$

の場合の変動は、ジグザグ変動となる。振動変動の場合と同様に、 w にその定義式を代入することにより式(A13)は次の2つの領域 C, D に分類される。

$$\begin{cases} C: y_2 > 0, y_3 < -y_1 - 2y_2 & (\text{上げ傾向}) \\ D: y_2 < 0, y_3 > -y_1 - 2y_2 & (\text{下げ傾向}) \end{cases} \quad (\text{A14})$$

従って、ジグザグ変動の確率は

$$\begin{aligned} P_{\text{上げ傾向}} &= \int^C dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_0^{\infty} dy_2 \int_{-\infty}^{-y_1 - 2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right) = 0.097956 \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

$$\begin{aligned}
P_{\text{下け傾向}} &= \int^D dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^0 dy_2 \int_{-y_1-2y_2}^{\infty} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0.097956 \tag{A16}
\end{aligned}$$

と求まる。式(A15)および式(A16)の数値が、本文中の表1でランダム・ウォーク百分比の値として与えられている。

4) 発散および不安定な減衰変動

本文で示されたように三次の変動量 w と一次の変動量 y の比が

$$\frac{w\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)}{y\left(\frac{3}{2}\Delta t\right)} > 0 \tag{A17}$$

の場合の変動は、発散および不安定な減衰変動となる。 w にその定義式を代入することにより式(A17)は次の4つの領域 E, F, G, H に分類される。

$$\begin{cases}
E: y_2 < y_1, y_2 > 0, y_3 > -y_1 + 2y_2 \quad (\text{上げ}) \\
F: y_2 > y_1, y_2 < 0, y_3 < -y_1 + 2y_2 \quad (\text{下げ}) \\
G: y_2 > y_1, y_2 > 0, y_3 > -y_1 + 2y_2 \quad (\text{不安定(上げ)}) \\
H: y_2 < y_1, y_2 < 0, y_3 < -y_1 + 2y_2 \quad (\text{不安定(下げ)})
\end{cases} \tag{A18}$$

従って、発散および不安定な減衰変動の確率は

$$\begin{aligned}
P_{\text{上げ}} &= \int^E dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_0^{y_1} dy_2 \int_{-y_1+2y_2}^{\infty} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \frac{7}{48} - \frac{1}{4\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0.0698117 \tag{A19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{\text{下げ}} &= \int^F dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{y_1}^0 dy_2 \int_{-\infty}^{-y_1+2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
&= \frac{7}{48} - \frac{1}{4\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0.0698117 \tag{A20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{不安定(上げ)}} &= \int^G dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &= \int_{-\infty}^0 dy_1 \int_0^{\infty} dy_2 \int_{-y_1+2y_2}^{\infty} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &\quad + \int_0^{\infty} dy_1 \int_{y_1}^{\infty} dy_2 \int_{-y_1+2y_2}^{\infty} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &= \frac{5}{48} - \frac{1}{4\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0.028145 \tag{A21}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{不安定(下げ)}} &= \int^H dy_1 dy_2 dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &= \int_{-\infty}^0 dy_1 \int_{-\infty}^{y_1} dy_2 \int_{-\infty}^{-y_1+2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &\quad + \int_0^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^0 dy_2 \int_{-\infty}^{-y_1+2y_2} dy_3 \rho(y_1, y_2, y_3) \\
 &= \frac{5}{48} - \frac{1}{4\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0.028145 \tag{A22}
 \end{aligned}$$

と求まる。式(A19)～式(A22)の数値が、本文中の表1でランダム・ウォーク百分比の値として与えられている。

以上の確率を合計すると全確率は

$$P_{\text{振動}} + P_{\text{上げ傾向}} + P_{\text{下げ傾向}} + P_{\text{上げ}} + P_{\text{下げ}} + P_{\text{不安定(上げ)}} + P_{\text{不安定(下げ)}} = 1 \tag{A23}$$

である。上で見たように、それぞれの確率に対する表式はランダム・ウォークのモデルの標準偏差 σ の値に依らない定数である。

〈注〉

- (1) 一点から出発し、一歩ごとに勝手な向きに進むことを言い、酔歩とも言う。この見方を模型として物理現象に応用する理論をランダム・ウォークの理論と言う。
- (2) 振動や波動のような周期運動について、一周期内の進行段階を表す量を位相という。一周期ごとに同じ値になる。より複雑な変動について、私達は2節に示すように、この位相の概念を拡張して変動位相を定義して、変動の進行段階を表す。

引用文献

- 1) 香村俊武・野澤智『城西大学経済経営紀要』第21巻第1号 1-14。
ランダムウォークについては、次の文献を参照した。
- 2) 木島正明『経済学入門シリーズ 金融工学』日本経済新聞社、2002年。
- 3) 高安秀樹・高安美佐子『エコノフィジクス 市場に潜む物理法則』日本経済新聞社、2001年。
- 4) 東北大学統計グループ『これだけは知っておこう！ 統計学』有斐閣ブックス、2002年。
実際の株価のデータは次のホームページより引用した。
- 5) Yahoo! ファイナンス <http://chart.yahoo.co.jp/>