拡大再生産に於る
斉一成長径路に関する一覚書

藤　森　頼　明

序

再生産表式分析や産業連関分析を通じて明らかにされてきた問題の一つに，斉一成長の問題がある。

元来，再生産表式分析は，恐慌理論あるいは景気循環論への適用を志向してきたが，そこで成立する均等拡大再生産軌道の意義は，それ程明確にされているとは言い難い。

又，産業連関分析に於ても，その動学モデルの展開によって斉一成長径路の存在やその性質が明らかにされながらも，それはむしろ規範的なものとして位置づけられている。

そこで考えられる第一の問題は，産業連関体系による斉一成長径路と再生産表式による均等拡大再生産軌道を統一的に理解する事である。これは同時に，再生産表式と産業連関体系との関連を一般的に明らかにする事にも通じるものである。

第二は，均等拡大再生産軌道あるいは斉一成長径路の意義，特に計画経済に於る一の可能な径路としての意義は何処に求められるべきか，この点を確認する事である。その際，計画経済では不均等成長政策によって自由自在に成長しうるという見解の妥当性を問う事も必要である。

上記二点が主たる問題の所在である。

I．産業連関体系に於る斉一成長径路と安定性

1.

対象とする体系は，次のような前提を満たすものとする。即ち，

(i) n 種の生産物を生産する

(ii) 結合生産の捨象

(iii) 技術選択の捨象

(iv) 各生産物の再生産期間は全て同一で，単位期間に等しい。

(v) 剰余可能条件が満たされる。[(1)]

等々の前提が置かれ，更に，当面

(vi) 技術進歩の捨象

を想定する。体系を記述する記号については，次のように約束する。

A	$n\times n$	投入係数行列	x_t	$n\times 1$	t 期の産出量ベクトル
l	$1\times n$	労働係数ベクトル	S_t	$n\times 1$	t 期の剰余生産物ベクトル
d	$n\times 1$	消費財ベクトル	u_t	$n\times 1$	t 期の体系外消費ベクトル[(2)]
B	$n\times n$	資本係数ベクトル	α	$n\times 1$	生産物別蓄積係数ベクトル
ρ_K		非負行列 K のフロベニウス根[(3)]			
η_K		ρ_K に属する，Kの固有ベクトル			

$M=A+d\cdot l,\quad N=B+d\cdot l$

なお，度々フロベニウスの定理に基づきフロベニウス根を用いるが，その際該当行列は，（非負）分解不能であると仮定する。

さて，産出量体系は，

$$x_t=Mx_t+N(x_{t+1}-x_t)+u_t$$

で現わされる。剰余生産物ベクトルは，

$$S_t=x_t-Mx_t$$

であり，蓄積は

$$N(x_{t+1}-x_t)=\hat{\alpha}S_t$$

であるから，

$$u_t=(I-\hat{\alpha})S_t=(I-\hat{\alpha})(I-M)x_t$$

となる。故に，

$$x_{t+1}=[I+D]x_t$$

$$D=N^{-1}\hat{\alpha}(I-M) \qquad (1)$$

を得る。

特性方程式

$$|\rho I-D|=0$$

の根を ρ_i,[4] それに属する固有ベクトルを η_i とすると，体系(1)の一般解は，

$$x_t=\Sigma k_i(1+\rho_i)^t\eta_i,\ \text{但し，}k_i\text{ は定数。} \qquad (2)$$

で表現される。

斉一成長径路とは，各産業の成長率が斉一であるような成長径路である。そして，それは上記の一般解(2)の特殊ケースである。即ち，Dのフロベニウス根 $\rho_D(=\rho_1)$ 及びその固有ベクトル $\eta_D(=\eta_1)$ が体系の斉一成長径路を表現する。ここで，次の命題を得る。

命題 1. (i) 体系の斉一成長径路は，技術及び蓄積構造によって，一意的に決定され，

$$x_t=(1+\rho_D)^t\eta_D$$

で現わされる。

(ii) 斉一成長径路は，体系の唯一の持続的な成長径路である。即ち，他の成長径路によれば，早晩負の産出量が生じる。

斉一成長径路については，既にいくつかの命題が確立されている。[5]

命題 2. 体系が斉一成長を達成する初期条件は一意である。即ち，$x_0=\eta_D$ の場合のみである。

命題　3.　ρ_D で規定される成長率は，体系の最大斉一成長率である。

この二命題の意味を補足するならば，先ず命題2は，体系が一定の技術，一定の蓄積構造を維持する場合，体系の初期状態が $x_0=\eta_D$ であれば，体系はそのまま斉一成長を続けるという事である。もし，$x_0 \neq \eta_D$ であれば，後に見るように，安定問題が生じる。

命題3は，体系が一定の環境の下で斉一成長をしている場合，最大可能な斉一成長率は係数行列のフロベニウス根によって規定されるという事を意味している。

以上の点より明白なように，体系の初期状態が技術及び蓄積構造に照応した産出比率 η_D であれば，斉一成長径路の成立は容易に理解されうるであろう。しかし，そのような初期状態が常に所与であるとは限らないし，又，様々な原因により，現実の産出量は，それが到達した斉一成長径路から逸脱する可能性もあるのである。

そのような場合，差分方程式(1)の解(2)が必らず $(1+\rho_D)^t\eta_D$ に収束していくと考える事ができるであろうか。

命題1(ii)に見るように，持続性をもつ成長径路は斉一成長径路のみである，即ち，$\eta_2, \cdots \eta_n$ は負の元を含むから，それらによる場合にはいずれかの産業の産出量は早晩負値をとる事になる。

かくして，斉一成長径路の一意存在の後に直ちに問題となるのは，それへの収束性の問題，換言すれば安定性の問題である。この問題は，先ず産出量体系の安定性問題として，次いで双対体系との関連に於て考察されねばならない。

2.

産出量体系(1)に於る斉一成長径路の安定性(6)とは，一定の技術及び蓄積構造の下で，任意の初期状態から出発した産出径路が斉一成長径路に自律的に収束していく事と定義されるが，この事は数学的には，斉一成長率 ρ_D が他の成長因子に対して優勢である事と同値である。従って，次の命題は自明である。

命題　4.　体系(1)に於る相対安定の条件は，ρ_D が D の絶対値最大の正の固

有根となる事である。(7)

この命題によれば，安定性の判定は，個々の固有値の絶対値比較という，極めて煩らわしいものとなる。筑井〔22〕によれば，

命題　5.　産出量体系(1)が相対安定であるための必要十分条件は，$[I+D]^m>$ $\mathbf{0}$となる正整数が存在する事である。

ところで，これらの命題に基づく日本経済に関する大規模な計算結果によれば，日本経済の産出量体系は決して安定ではない。即ち，そのままの技術，蓄積構造が維持される限り，計算上いずれかの産業が負の産出量を生産する事になるのである。

しかるに，計算上の相対不安定性にも拘らず，現実の日本経済の動態は非常に強い斉一成長径路への収束性を示しているのである。このような収束性をターンパイク特性と言うが，かかる二律背反的な結果を統一的かつ整合的に理解する事は，斉一成長径路の探求に於て極めて重要である。

3.

以上の産出量体系に於ては，労働力部門が明示されていない。後の展開のために，ここで労働力部門を設定した場合の方程式を示しておく。(8)

形式的に$n+1$番目の産業を労働力部門として，その部門の投入産出関係を投入係数行列及び資本係数行列に追加する。即ち，

$$E=\begin{bmatrix} A & d \\ l & e \end{bmatrix},\quad F=\begin{bmatrix} B & d \\ l & e \end{bmatrix}$$

とする。(9) この場合の産出量体系は，

$$X_t=EX_t+F(X_{t+1}-X_t)+U_t$$

但し，X_t，U_t は各々 x_t，U_t に $n+1$ 番目の元を付加したもの。

この閉鎖体系の場合には，産業間の斉一成長径路に加えて，労働支出量の比率が付随的に得られる。体系全体の成長率は，高々労働支出の成長率に等しくなければならない。即ち，

命題　6.　前提(vi)の下では，斉一成長率は労働支出の成長率を越える事はでき

ない。

かくして，技術進歩は必然的となる。

なお，このような閉鎖体系の一般理論は未完成であるように思われるが，この体系の果す理論的役割は極めて大きいと言ってよい。計画経済体制は労働資源の完全利用から出発する。従って，計画経済を反映する理論は，労働力の拡大再生産とその利用を明示的に把握しうるものでなければならない。上記のような閉鎖体系は，そのための一の可能な出発点であると言えよう。

II. 価値・価格体系と双対不安定定理

ある産出量体系は，必らずそれに固有な価値体系と，その転化形態たる価格体系を伴なっている。産業連関体系は双対体系を俟ってはじめて完備なものとなる。以下，次の記号を追加的に使用する。

Λ	$1\times n$	価値ベクトル	p	$1\times n$	価格ベクトル
y	$n\times 1$	純生産物ベルトル	π		斉一利潤率

1.

産出量体系に対応する双対体系の一つは価値体系であり，これが現象面に於る価格体系へ転化される。根源的な存在である前者は，

$$\Lambda=\Lambda A+l=(I-A)^{-1}$$

で現わされる。このように，価値は技術によって決定されるが，いかなる産出量体系に対しても付随している。

即ち，形式的に見れば，$\Lambda=\Lambda A+l$ は，静学的産業連関体系，$x=Ax+y$ の双対体系と見做されるが，この双対関係は，価値が純生産物の利用並びに配分に依存しない評価である事を意味している。

又，技術構造が不変な場合には，価値水準は不変である。技術が変化し，労働生産性が変化する時，価値ははじめて変化する。即ち，価値は内包的な生産力水準の変化を反映する評価である。

なお，産出量と価値との双対関係は，次の命題に要約的に現わされる。

命題 7. $$lx=\Lambda y$$

産出量体系は再生産過程に於ける素材的補填関係を明らかにするが，上記の命題は，素材的補填と価値的補填との統一を表現している。

2.

現実の再生産過程では，生産物は価値で評価されず，価格で評価される。

さて，双対性の特徴の一つは数学的対称性にあるように思われるが，産出量体系に照応する価格体系としては，実は幾つかの異なる方程式が提示されている。しかし，ここでは Solow の流儀による価格方程式に沿って，双対安定の問題について述べる。

先ず，説明の便宜上，体系外消費 $U_t=0$，即ち，$\hat{\alpha}=I$ と前提する。

産出量体系は，

$$x_{t+1}=[I+N^{-1}(I-M)]x_t \tag{3}$$

価格体系は，

$$p_{t+1}=(1+\pi)p_t[I+(I-M)N^{-1}]^{-1} \tag{4}$$

となる。(10)

ここで，産出量体系に於ける斉一産出比率の安定性と，価格体系における均衡価格比率の成立との関連を問う問題が，双対安定の問題である。なお，価格体系(4)の解，均衡価格比率及びその安定性は，数学的には産出量体系の場合と同様に取り扱われる。この問題について，Jorgenson は次の命題を示した。

命題 8. 産出量体系(3)が相対不安定ならば，価格体系は相対安定であり，価格体系が相対不安定ならば，産出量体系は相対安定である。即ち，両体系の安定性は全く背反する。(11)

しかし，現実には体系外消費が存在するから，両体系の安定性が両立する可能性は皆無ではない。(12) 又，一旦斉一成長径路に乗るならば，両体系は持続的にその径路上に存在しうるかもしれない。

とは言え，前にも触れたように，初期状態は斉一産出比率と異なると考えられるし，斉一成長径路からの逸脱も可能な事態である。それ故，一定の技術及

び蓄積構造が維持される場合，斉一成長径路の安定性は非常に狭い範囲でしか成立しえないと言ってよい。

従って，次の問題は，斉一成長径路への収束が，どのような蓄積構造によってもたらされるものであるかを，明らかにする事である。

そのために，これまでの所では別々に切離された形になっていた産出量と価値あるいは価格とを結合して，総量の次元で拡大再生産の問題を論じる事にしよう。即ち，再生産表式分析の形式で問題を展開してみよう。

Ⅲ. 再生産表式と均等拡大再生産軌道

再生産表式の記述に使用される記号は以下の通りである。

$C_i(t)$	不変資本
$V_i(t)$	可変資本
$S_i(t)$	剰余価値
$W_i(t)$	総生産
$\Delta C_i(t)=C_i(t+1)-C_i(t)$	不変資本蓄積
$\Delta V_i(t)=V_i(t+1)-V_i(t)$	可変資本蓄積
$\Delta W_i(t)=W_i(t+1)-W_i(t)$	総生産増加
$S(t)=S_{\mathrm{I}}{}^{(t)}+S_{\mathrm{II}}(t)$	総剰余価値
$\xi_i(t)=C_i(t)/V_i(t)$	有機的構成
$\mu_i(t)=S_i(t)/V_i(t)$	剰余価値率
$\varphi_i(t)=\{\Delta C_i(t)+\Delta V_i(t)\}/S_i(t)$	蓄積率
$\phi_i(t)=\{\Delta C_i(t)+\Delta V_i(t)\}/S(t)$	蓄積率
$\delta_i(t)=\Delta W_i(t)/W_i(t)$	成長率
$Q_t=W_{\mathrm{I}}(t)/W_{\mathrm{II}}(t)$	部門構成

前後したが，最小限明示しておく必要がある前提は，

(1) 体系は生産手段生産部門（部門Ｉ）と消費財生産部門（部門Ⅱ）からなる。

(2) 固定的生産手段の捨象

(3) 部門Ⅰは蓄積率を自律的に決定する。

(4) 有機的構成一定，剰余価値率均等。[13]

等々である。

拡大再生産表式を一般的な記号で表現するならば，次のようになる。

$$C_{\mathrm{I}}(t)+V_{\mathrm{I}}(t)+S_{\mathrm{I}}(t)=W_{\mathrm{I}}(t)$$

$$C_{\mathrm{II}}(t)+V_{\mathrm{II}}(t)+S_{\mathrm{II}}(t)=W_{\mathrm{II}}(t)$$

需給一致を現わす均衡条件は，

$$V_{\mathrm{I}}(t)+S_{\mathrm{I}}(t)-C_{\mathrm{II}}(t)=\Delta C_{\mathrm{I}}(t)+\Delta C_{\mathrm{II}}(t)=W_{\mathrm{I}}(t)-W_{\mathrm{I}}(t-1) \quad (5)$$

である。[14]

まず，剰余価値が自部門に投資される場合を考察しよう。

さて，仮定(3)より，部門Ⅰの成長率は，$\varphi_{\mathrm{I}}(t)$ が所与であれば，

$$\delta_{\mathrm{I}}(t)=\frac{\mu_{\mathrm{I}}}{1+\xi_{\mathrm{I}}}\varphi_{\mathrm{I}}(t)$$

と決定される。それは蓄積率に正比例しており，蓄積率が一定ならば同様に一定水準を保つ。部門Ⅱに於ても，成長率と蓄積率との正比例関係は同じであるが，部門Ⅱでは蓄積率の自律的決定は行なわれず，需要と供給が一致するように $\varphi_{\mathrm{II}}(t)$ が決定される。そこで，先に導入した諸係数を用いて均衡条件を書き改める事により，

$$\delta_{\mathrm{II}}(t)=\left\{\delta_{\mathrm{I}}(t-1)+1\right\}\frac{1+\mu_{\mathrm{I}}-\xi_{\mathrm{I}}\delta_{\mathrm{I}}(t)}{1+\mu_{\mathrm{I}}-\xi_{\mathrm{I}}\delta_{\mathrm{I}}(t-1)}-1 \quad (6)$$

を得る。即ち，部門Ⅱの成長率は，$\delta_{\mathrm{I}}(t)$，$\delta_{\mathrm{I}}(t-1)$，従って $\varphi_{\mathrm{I}}(t)$ と $\varphi_{\mathrm{I}}(t-1)$ に依存して決定される。

次に，部門構成は次のように表現される。

$$Q_t=\frac{(1+\delta_{\mathrm{II}}(t))a_{\mathrm{II}}}{\ell_{\mathrm{I}}-\dfrac{1}{a_{\mathrm{I}}}\delta_{\mathrm{I}}(t)}$$

但し，　$\ell_i=\dfrac{1+\mu_i}{\xi_i+1+\mu_i}$　　$a_i=\xi_i/\{\xi_i+1+\mu_i\}$，$i=I, II$

以上によって，再生産表式に基づく成長率並びに部門比率の一般的公式が得

られたのであるが，これ等の公式に従って均等拡大再生産を考察するならば，次の点が明らかになるであろう。

即ち，蓄積率の自律的決定が行なわれる部門Ⅰでは，蓄積率に正比例して成長率が決定されているから，もし，$\varphi_{\mathrm{I}}(t-1)=\varphi_{\mathrm{I}}(t)$ であれば，$\delta_{\mathrm{I}}(t-1)=\delta_{\mathrm{I}}(t)$ となり，(6) より $\delta_{\mathrm{II}}(t)=\delta_{\mathrm{I}}(t-1)$ が従がう。要するに，両部門の成長率の等しい均等拡大再生産軌道は，部門Ⅱが一期遅れて部門Ⅰに追随するという形式で成立するのである。かくして，

命題 9. $\varphi_{\mathrm{I}}(t-1)=\varphi_{\mathrm{I}}(t)$ ならば，$\delta_{\mathrm{II}}(t)=\delta_{\mathrm{I}}(t-1)=\delta_{\mathrm{I}}(t)$（均等拡大再生産）となる。

均等拡大再生産軌道を規定する成長率 $\bar{\delta}$ ‘産出比率 $\bar{Q}$ は，各々

$$\bar{\delta}=\frac{\mu_{\mathrm{I}}}{\xi_{\mathrm{I}}+1}\bar{\varphi}_{\mathrm{I}},\quad \bar{Q}=\frac{(1+\bar{\delta})a_{\mathrm{II}}}{\ell_{\mathrm{I}}-\dfrac{1}{a_{\mathrm{I}}}\bar{\delta}}\quad \text{但し，}\bar{\varphi}_{\mathrm{I}}=\varphi_{\mathrm{I}}(t)$$

で与えられる。

次に，剰余価値が他部門に投資される可能性のある場合を仮定しよう。これは，総剰余価値が国民経済的視野から計画的に配分される場合にも通じる想定である。ここでは第二の蓄積率 ψ_i を用いる。

既述の再生産の均衡条件は，剰余価値がどの部門に投資されるかに依存せず成立する。ψ_i を用いて表現するならば，

$$\delta_{\mathrm{I}}(t)=\frac{\psi_{\mathrm{I}}(t)\mu_1}{\xi_1+1}(1+1/Q_t)\tag{7}$$

$$\delta_{\mathrm{II}}(t)=\frac{\psi_{\mathrm{II}}(t)\mu_{\mathrm{II}}}{\xi_{\mathrm{II}}+1}(1+Q_t)\tag{8}$$

$$Q_t=\frac{1+\delta_{\mathrm{I}}(t-1)}{1+\delta_{\mathrm{II}}(t-1)}Q_{t-1}\tag{9}$$

他方，均衡条件より(6)が得られる。

蓄積率 $\psi_i(t)$ を用いる場合の，最も重要な点は，$\delta_1(t)$ が Q_t に依存している事である。かくして，$\delta_{\mathrm{I}}(t)$ を決定しうるためには，$\psi_1(t)$ のみならず，前期の部門Ⅱの成長率，又は前期の部門構成が既知でなければならない。

次の命題の成立は自明であろう。

命題 10. (i) (7), (8), (9) が連立しうるのは,

$$\delta_{\mathrm{I}}(t-1)=\delta_{\mathrm{I}}(t)=\delta_{\mathrm{II}}(t-1)=\delta_{\mathrm{II}}(t)=\bar{\delta},\quad Q_{t-1}=Q_t=\overline{Q}$$

の場合，そしてその場合に限る。

(ii) 一度均等拡大再生が成立すれば，蓄積率は一定となる。

以上に基づいて，均等拡大再生産を達成する蓄積政策を考察しよう。

今，Q_0, $Q_1(\neq Q_0)$, $\phi_1(0)$ が所与であるとする。しからば，$\delta_{\mathrm{I}}(0)$, $\delta_{\mathrm{II}}(0)$ が決定され，Q_1 と Q_0 との比例関係も確定する。ここで，$\phi_{\mathrm{I}}(1)$ を操作して，$\delta_{\mathrm{I}}(1)=\delta_{\mathrm{I}}(0)$ となるような均等拡大再生産軌道に乗る事を考えよう。そのためには,

$$\phi_{\mathrm{I}}(1)=\phi_{\mathrm{I}}(0)\cdot\frac{1+Q_0}{1+Q_1}\cdot\frac{1+\delta_{\mathrm{I}}(0)}{1+\delta_{\mathrm{II}}(0)}$$

とすればよい。かくして，均等成長率 $\delta_{\mathrm{I}}(I)$，部門構成 Q_1 の軌道が成立する。

なお，Q_1 とは異なる部門構成，例えば Q_2，によって均等拡大再生産に入る事も勿論可能であって，その場合には Q_1 と Q_2 との差異に応じた部門間の成長率格差に基づいて，調整を行なえばよい。

このように，剰余価値の他部門への投資の可能性を認める場合，体系が均等拡大再生産軌道に乗るためには，部門 I の蓄積率は一般に前期の蓄積率と同じであってはならない。これがこの場合の調整過程の特徴である。

いずれにせよ，たとえ技術・蓄積構造が数学的に不安定であるにせよ，各部門の蓄積率や生産物毎の蓄積係数を意識的に与える事により，所望の斉一成長を達成する事ができる。計画経済の特質は，正にそのような操作が可能であり，現実的である点に求められよう。かくして，計画的成長径路は，初期条件に依存する事のないエルゴード的な径路となる。

翻って，資本主義経済たる日本経済の具有するターンパイク特性を考えるならば，市場を通じて同様な論理が，その形式は異なるにせよ，貫徹しているものと言えよう。

なお，以上の再生産表式は価値次元のものであるが，価格次元に於ても同様

な蓄積政策を論じる事ができる。

Ⅳ. 技術進歩と斉一成長

経済発展の窮極的要因は，人間労働の内に求められる。従って，労働支出の成長率という外延的大きさが，経済体系全体の成長率をまず規定する事になる。

しかし，前述のように，技術進歩がないならば，成長率は労働支出の増加率を越える事はできない。それ故，労働支出の内包的増加，即ち，労働生産性の上昇が実現されねばならない。かくして，前提(vi)を排除して，技術進歩が斉一成長に及ぼす影響を考察する事が，次の問題となる。

労働生産性の上昇を明示的に取扱うために，労働力部門を包摂した閉鎖体系で記述しよう。

さて，技術進歩が存在する場合には，技術的係数を一般に変数係数にして動学方程式が定立される。その一の具体的な表現としては，RAS 法によるものがある。

列間修正及び行間修正行列，RとSとが毎期同一であるとすれば，産出量体系は，

$$X_t=R_E^tE_0S_E^tX_t+R_F^{t+1}F_0S_F^{t+1}X_{t+1}-R_F^tF_0S_F^tX_t+U_t$$

で現わされる。但し，E_0, F_0 は初期条件で所与。

しかし，この体系の斉一成長径路を数学的に確定する事は，極めて困難であるから，ここでは特殊な場合について触れる事にする。以下，簡単のために，$U_t=0$ と仮定するが，結論の一般性は損なわれない。

$R_E=S_E=I$, $R_F=\varepsilon I$, $S_F=I$ の場合。

産出量体系は，

$$X_{t+1}=G_tX_t$$

$$G_t=\frac{1}{\varepsilon}I+\frac{1}{\varepsilon^{t+1}}H,\quad H=F_0^{-1}(I-E_0) \tag{10}$$

となる。記号の簡単化のために，$\rho_{Gt}=\rho_t$, $\rho_H=\rho_0$, $\eta_{Gt}=\eta_t$, $\eta_H=\eta_0$ とする

と，簡単な計算で公式

$$\rho_t=\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon^{t+1}}\rho_0, \qquad \eta_t=\eta_0$$

を得る。これが産出量体系⑽の斉一成長径路を与えている。(15) 次の命題は容易に確認されよう。

命題 11. (i) ε が増加すれば，ρ_t は t の増加と共に減少する。

(ii) $\varepsilon \underset{(>)}{<} 1$ ならば，ρ_t は各期毎に増加（低下）する。

実際，

$$\frac{d\rho_t}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon^2}-\frac{t+1}{\varepsilon^{t+2}}\rho_0<0, \qquad \frac{d\rho_t}{dt}=-\rho_0\frac{\log\varepsilon}{\varepsilon^{t+1}}$$

等により，明白である。

$R_E=R_F=\varepsilon I,\ S_E=S_F=I$ の場合。

この場合には，投入係数行列が一律ではあるが毎期変化する。産出量体系は，

$$X_{t+1}=\left[\frac{1}{\varepsilon}I+F_0^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon^{t+1}}I-\frac{1}{\varepsilon}E_0\right)\right]X_t$$

となり，産出比率は ε に依存して毎期変化する。従って，t 期の斉一成長率及び産出比率を ρ_0 及び η_0 で表現する事は，極めて困難である。

そこで，より特殊な場合，即ち，$E=F$ となる場合を考えよう。産出量体系は，

$$X_{t+1}=\frac{1}{\varepsilon}E_t^{-1}X_t$$

となる。$\rho_t^1=\rho_{E_t^{-1}}$，$\eta_t^1=\eta_{E_t^{-1}}$ と置いて，t 期の斉一成長，

$$\rho_t^1\eta_t^1=E_t^{-1}\cdot\eta_t^1$$

を考えると，両辺に $1/\varepsilon$ を乗じて，

$$\frac{1}{\varepsilon}\rho_t^1\eta_t^1=\frac{1}{\varepsilon}E_t^{-1}\cdot\eta_t^1$$

を得る。即ち，次期の斉一成長径路は，η_t^1 と $\frac{1}{\varepsilon}\rho_t^1$ で決定される。このように

産出比率は不変であり，拡大率は労働生産性の拡大率を前期の拡大率に乗じた大きさで現わされる。

以上の例解で明らかなように，技術進歩が存在し，労働生産性が上昇する場合には，斉一成長径路は技術進歩率に依存して，屈曲し，かつ成長率は逓増していく。とは言え，各期毎に確定される技術構造に応じて斉一成長径路は一意であって，それのみが持続性を具有する径路である事に変わりはない。

さて，ある技術体系の下で斉一成長径路を進んだ場合，技術進歩によって異なる技術構造が与えられるならば，その時の現実の産出比率は，新しい技術構造に応じた産出比率ではないのが，一般的な事態であろう。従って，次の所望の産出比率を達成すべく，何等かの法則的な蓄積政策が採られねばならない。その内部構造の探求には，以前と同様に再生産表式の形式での分析が有効であろう。

しかし，技術進歩が行なわれる場合，有機的構成や剰余価値率の水準の変化を確定する事は，統計的に未解決であるように思われる。

投入係数や労働係数が変化する場合には，所謂価値革命が生起する。以上の例解のように，技術進歩が均等である場合でも，$t+1$期の価値は，

$$\Lambda_{t+1}=\varepsilon l_t(I-\varepsilon A_t)^{-1}\quad<\Lambda_t\quad(\varepsilon<1)$$

となるから，価値革命は均等であるとは言えない。

価値革命と関係して，有機的構成も上昇，一定，低下の三様の変化をするであろう。重要な事は，有機的構成の変化は，その背景たる技術進歩を明確にする事によって論じられるべき点である。なお，技術進歩が均等で，消費財ベクトルdが一定ならば，剰余価値率は確実に上昇している。即ち，

$$\mu(t+1)=\frac{1-\Lambda_{t+1}b}{\Lambda_{t+1}b}=\frac{1}{\Lambda_{t+1}b}-1>\frac{1}{\Lambda_t b}-1=\mu(t)$$

なお，有機的構成が一定で，剰余価値率が上昇するような技術進歩の場合は，Ⅲ節の表式分析に於て，$\mu_i(t)$を時間と共に増大させればよい。

技術進歩の下での価格体系は，基本的には以前と同様に論じられるであろう。各期の技術構造その他が確定すれば，長期均衡利潤率π_tが決定されるが，

技術進歩が資本節約的であれば，π_tは各期毎に上昇していく。そして，そのような π_t を達成すべく価格の動態は展開される。又，価格比率は一定になる場合もあるが，一般には各期毎に変化するであろう。

V. 結

斉一成長径路の意義は，一定の蓄積率水準と結合した点にある。又，斉一成長径路の定義や安定性の理論に明白なように，一定の所与の技術及び蓄積構造の下で長期的に有意味な径路は，持続性を具有した斉一成長径路のみである。

従って，技術固定の場合には，計画的成長径路としての斉一成長径路の意義は，強調するまでもなく明らかであると言ってよい。もし，不均等発展が行なわれているならば，蓄積率が変動しているのであり，かくして，年々 U_t が変動する事になる。不均等発展径路は，この場合，調整過程としての意味をもつ事になるのである。

蓄積政策が一定である事，あるいは変化したとしても緩慢な変化である事の社会経済的な意味は，別の次元で問題とされるべきであるが，そのような情況の下では，斉一成長径路は計画経済にとって最も妥当な成長径路であると言ってよい。

技術進歩が行なわれ，斉一成長径路が屈曲する可能性がある場合には，現実の産出径路は，一見不均等発展径路の如き様相を呈するであろう。しかし，屈曲した斉一成長径路こそ，一般化された斉一成長径路と見做されるべきであろう。

そして，更に，斉一成長径路こそ，生産と消費との統一を表現するものと言ってよく，このような斉一成長志向の発展のみが，より高次の調和的発展の基礎たりうるであろう。

固より，本稿に於て以上の点の全てが解明された訳ではない。産業連関分析を再生産表式へ組替える事，特に技術進歩の場合の組替え，本稿では主として数量政策を考えたが，価格政策を含めた双対政策に関する問題，労働力の成長率と斉一成長率との関係，ターンパイク定理，調整過程という不均衡動学過程

に於る価格や産出量の運動の問題等々の詳論は，別の論文の課題である。

注

(1) 置塩〔15〕,〔16〕等参照。

(2) 計画経済では社会的消費，資本主義経済では資本家消費を指す。

(3) 多部門成長モデルでは，非負行列 K 自体よりも，むしろその逆行列 K^{-1} のフロベニウス根が問題になる。K^{-1} は一般に非負行列にはならないので，ρ_K に照応した $1/\rho_K$ を K^{-1} のフロベニウス根と呼ぶのは適切ではない。しかし，便宜上，そのような場合にも $\rho_K{}^{-1}$ の記法を採用する。

(4) 一般性を損う事なく，全て単根と仮定してよい。

(5) Dorfman 他〔2〕，古谷〔7〕等参照。

(6) ここで言う安定性とは，所謂相対安定性である。

(7) Solow〔17〕等参照。

(8) Bródy〔1〕は閉鎖体系を積極的に論じた。

(9) E, F の $n+1$ 列の元は，技術係数とは性格が異なる。

(10) Solow〔17〕等参照。なお，長期均衡価格は，この場合，$(1+\pi)pN=p$ で与えられる。$\pi=\frac{1}{\rho_N}-1$ であり，これが (4) の π を与えている。

(11) Jorgenson〔8〕，福岡〔6〕等参照。

(12) Murata〔12〕，Tokoyama=Murakami〔21〕等参照。

(13) A, l, b 等が固定係数故，実はこの仮定は自動的に成立する。なお，再生産表式分析については，高木〔18〕，高須賀〔19〕等参照。

(14) これらの均衡条件は，明らかに産業連関分析の影響を受けたものである。

(15) ρ_0 は初期の成長率を示しているが，ρ_t は t 期の拡大率＝1＋成長率を与える。この公式については，筑井他〔24〕参照。

参照文献

〔1〕 Bródy, A., *Proposition, Prices and Planning — A Mathematical Restatement of the Labour Theory of Value,* North = Holland, 1970

〔2〕 Dorfman, R., Samuelson, P., Solow, R., *Linear Programming and Economic Analysis,* McGraw-Hill, 1958,『線型計画と経済分析』I, II. 岩波書店, 1958/59

〔3〕 藤森頼明「産業連関モデルと労働手段及び労働力」『一橋研究』(22), 1971.

〔4〕 Fujimori, Y., "Dynamic inter-sectoral balance models and Marx's schema of reproduction",『エコノミア』(51), 1974.

〔5〕 福岡正夫「再生産表式と均衡成長」『新しい経済分析』森嶋他編著，創文社，1960

〔6〕 ———「動学的レオンチェフ体系に於る双対安定の非両立性について」『経済

研究』11（3），1960.
〔7〕 古谷弘「動学的投入産出モデルとその均衡的成長」『理論と統計』東大出版会，1956.
〔8〕 Jorgenson, D., "A dual stability theorem", *Econometrica* 28, 1960.
〔9〕 甲賀光秀「『均衡蓄積軌道』について」『立命館経済学』21（1），1972.
〔10〕 望月喜市「社会主義経済計画の用具としての再生産表式の発展」『立命館経営学』1（1），1962.
〔11〕 Morishima, M., *Marx's Economics — Dual Theory of Value and Growth* Cambridge Univ. Press, 1973.
〔12〕 Murata, Y., "On duality relations in a generalized Leontief model", 理論計量経済学会報告（名古屋市大）1974.
〔13〕 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店，1960.
〔14〕 ――――『経済のための線型数学』培風館，1961.
〔15〕 置塩信雄『再生産の理論』創文社，1957.
〔16〕 ――――『蓄積論』筑摩書房，1967，二版1976.
〔17〕 Solow, R. M., "Competitive valuation in a dynamic input-output system" *Econometrica* 27, 1959.
〔18〕 高木彰『再生産表式論の研究』ミネルヴァ書房，1973.
〔19〕 高須賀義博『再生産表式分析』新評論，1968.
〔20〕 武野秀樹，時政勗『線型経済学』有斐閣，1973.
〔21〕 Tokoyama, K., Murakami, Y., "Relative stability in tow types of dynamic Leontief models", *International Economic Review* 13（2），1972.
〔22〕 筑井甚吉「資本蓄積計画へのターンパイク定理の応用」『経済成長の理論と計測』岩波書店，1966.
〔23〕 ――――「産業連関分析と動学的計画モデルの発展」『近代経済学の理論構造』安井琢磨，熊谷尚夫，福岡正夫共著，筑摩書房，1974.
〔24〕 筑井甚吉他『ターンパイク・モデル――多部門最適化モデル――』経済企画庁経済研究所，1974.
〔25〕 吉原泰助「拡大再生産表式と部門間成長率開差」『経済研究』22（3），1971.