消費者ローンにおける利回計算

野沢孝之助

一

最近わが国の商業銀行あるいはその他の金融機関においても、ホーム・ローン、オート・ローン、ピアノ・ローンなどの消費者金融が行なわれるようになってきた。

これらの貸付においては、指定商品の購入資金を消費者に手形を利用して貸付けられるもので、また、利息計算はアド・オン（add-on）方式が広く行なわれている。

ここにアド・オン方式とは、貸付額に、これに対する全貸付期間の単利利息を加算したものを、支払回数に均分した（ときに端数金額の関係で初回を多くすることもある）ものを割賦金とするものである。たとえば、五四〇、〇〇〇円を月利率〇・五％のアド・オン方式で十八ヵ月の月賦償還で貸付けるとすると、次のように月賦金が決定される。

全期間の利息　¥540,000×0.005×18＝¥48,600

元 利 合 計　¥540,000＋¥48,600＝¥588,600
月 賦 金　¥588,600÷18＝¥32,700

本小論は、次の二点を明らかにすることを目的としている。

(一) アド・オン方式における実質利率すなわち利回りを求める（二〜七参照）。

(二) 新観点から割賦償還法を考える（八参照）。

二

いまPを利率rで貸付け、n回の均等割賦払で返済を受けるとき、アド・オン方式では、割賦金は次のようであった。

$$\frac{1}{n}\left(\mathrm{P}+\mathrm{P}nr\right)=\mathrm{P}\left(\frac{1}{n}+r\right)$$

すなわち、アド・オン方式では、割賦金のうち$\mathrm{P}|n$を貸付金の返済と認めず単に預かっていると考えると次のようになる。割賦金のうち$\mathrm{P}r$は毎期の貸付金利息であり、$\mathrm{P}|n$は預りとし、最終期末に$\frac{\mathrm{P}}{n}\cdot n=\mathrm{P}$を貸付の返済に充当するものである。したがって、$r$が貸付利率であり、求める利回りであることは明らかである。

しかし、預り金（拘束預金）に対していくらかの利息をつけるのが普通であるから、利回りを求めることが問題となるのである。

三

いま、預り利率をi'、利回りをiとして、i（複利）を求めることを考える。

割賦金は、 n 期末に元利合計がPになるような積金と貸付金利息とから成り立つから、

$$P\left(\frac{1}{n}+r\right)=P\cdot\frac{1}{s_{\overline{n|}i'}}+Pi \quad \text{(注1)}$$

両辺をPで除して、

$$\frac{1}{n}+r=\frac{1}{s_{\overline{n|}i'}}+i$$

$$\frac{1}{n}+r=\frac{1}{a_{\overline{n|}i'}}-i'+i \cdots\cdots\cdots\cdots (1) \quad \text{(注2)}$$

この公式(1)が、複利を用いる場合のアド・オン方式の一般式と考えてよいであろう。

公式(1)において、i'を種々変えてみると、次のようになる。

(a) $i'=0$ のとき

$$\frac{1}{n}+r=\frac{1}{n}+i \quad \text{(注3)}$$

$$\therefore \quad i=r \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

これは二で述べた場合に当る。

(b) $0<i'<i$ のとき

$$\frac{1}{n}+r=\frac{1}{a_{\overline{n|}i'}}-i'+i$$

$$\therefore \quad i=\frac{1}{n}+r-\left(\frac{1}{a_{\overline{n|}i'}}-i'\right) \cdots\cdots (3)$$

(c) $i'=i$ のとき

$$\frac{1}{n}+r=\frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$$

$$\therefore\quad \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}=\frac{1}{n}+r \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$ 表を利用して i を求めることができる。$i'=i$ の場合とは、割賦金を直ちに貸付金元利の一部返済に充当すると考える従来の割賦償還の場合に当る（八参照）。

（注1）$\frac{1}{s_{\overline{n}|i'}}=\frac{i'}{(1+i')^{n}-1}$ で、i' における積金率を示す。すなわち、n 期末の元利合計が1となるために必要な毎期の積金を示す。

（注2）$\frac{1}{a_{\overline{n}|i'}}=\frac{i'}{1-(1+i')^{-n}}$　　賦金率

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i'}}-i'=\frac{i'-i'+i'(1+i')^{-n}}{1-(1+i')^{-n}}=\frac{i'(1+i')^{-n}}{1-(1+i')^{-n}}$$

分母子を $(1+i')^{n}$ で除して

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i'}}-i'=\frac{i'}{(1+i')^{n}-1}=\frac{1}{s_{\overline{n}|i'}}$$

（注3）$\lim_{i'\to 0}\frac{1}{a_{\overline{n}|i'}}=\lim_{i'\to 0}\frac{i'}{1-(1+i')^{-n}}=\frac{\frac{d(i')}{di'}}{\frac{d}{di'}\left\{1-(1+i')^{-n}\right\}}=\frac{1}{n}$

四

公式(4)から、

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=\frac{1}{n}+r$$

$$i=\left(\frac{1}{n}+r\right)\left\{1-(1+i)^{-n}\right\}=\left(\frac{1}{n}+r\right)\left[1-\left\{1-ni+\frac{n(n+1)}{2}i^2-\frac{n(n+1)(n+2)}{6}i^3+\cdots\cdots\right\}\right]$$

i^4以上の項は小さいから棄てて、両辺をiで除すと、

$$1=\left(1+nr\right)\left\{1-\frac{n+1}{2}i+\frac{(n+1)(n+2)}{6}i^2\right\} \quad \text{(A)}$$

i^2以上の項を省略して、

$$1=1+nr-\frac{n+1}{2}i(1+nr)$$

ここで、irの項を省略すると、

$$1=1+nr-\frac{n+1}{2}i$$

これから、iの第一近似値i_1を求める。

$$\therefore \quad i_1=\frac{2nr}{n+1} \qquad (4)'$$

次に(A)式のi^2の一つに(4)′の値を入れて、

$$1=(1+nr)\left\{1-\frac{n+1}{2}i+\frac{(n+1)(n+2)}{6}\cdot\frac{2nr}{n+1}i\right\}$$

ir^2の項を省略して、

$$1=1+nr-i\left\{\frac{(n+1)(1+nr)}{2}-\frac{nr(n+2)}{3}\right\}$$

これから、iの第二近似値i_2を求める。

$$\therefore\quad i_2=\frac{6nr}{3(n+1)+nr(n-1)}$$

$$=\frac{2nr}{n+1+\frac{1}{3}nr(n-1)}\qquad(4)''$$

近似式として公式(4)'・(4)''を得る。(注1)

この両近似式から、利回りは大約 r の二倍よりは稍々小であることを知る。

（注1）　公式(4)'は William R. Minrath, "Handbook of Business Mathematics," 1959, p.509 の式に、公式(4)''は Hugh E. Stelson, "Mathematics of Finance," 1957, p.79 の式に、簡単な変形で一致する。なお、両書には式の証明は行なわれていない。

五

〔算例〕　車両価格六四〇、〇〇〇円保険料および手数料六五、二四七円、十八回の月賦払で返済を受ける契約である。貸付額は所要資金総額から頭金一六〇、〇〇〇円を差し引いたもので、一〇、〇〇〇円未満の端数は頭金に加算する。利率は月〇・五％でアド・オン方式による。

〔解〕

所要資金総額　¥640,000＋¥65,247＝¥705,247

貸　付　額　¥705,247－¥165,247＝¥540,000

貸付元利合計　¥540,000×(1＋0.005×18)＝¥588,600

月　賦　金　¥588,600÷18＝¥32,700

(i)　公式(3)により、預り利率を月利〇・二％と仮定する。

$$i=\frac{1}{18}+0.5\%-\left(\frac{1}{a_{\overline{18}|0.2\%}}-0.2\%\right)=0.0555\ 56+0.005-(0.0566\ 17-0.002)=0.0059\ 39=\underline{\underline{0.594\%}}$$

$\dfrac{1}{a_{\overline{18}|0.2\%}}$表は，佐々木道雄「金利計算諸表」による。

参考に，計算表とその会計処理（銀行の立場）を仕訳で示しておく（第1表参照）。

会計処理を普通仕訳の形で示す。

第1期首	消費者貸付	540,000	当座預金	540,000

貸付金は消費者に貸付けられるが，消費者はそれによって指定商品を購入するから，銀行としては業者の預金となると考えられる。

第1期末	現金	32,700	貸付金利息	3,208
			別段預金	29,492

預り金は，特別の預金科目を用いた方がより明瞭と思われるが，一応ここでは別段預金としておく。

第2期末	現金	32,700	貸付金利息	3,208
			別段預金	29,492
	預金利息	59	別段預金	59
…………		…………	…………	
…………		…………	…………	
第18期末	現金	32,700	貸付金利息	3,208
			別段預金	29,492
	預金利息	1,032	別段預金	1,032
	別段預金	540,000	消費者貸付	540,000

本例は明らかに，いわゆる両建預金になっている。

(ii) 公式(4)による。

第 一 表

月	月首貸付金 (1)	貸付金利息 (2)	預 り 金 (3)	預り金利息 (4)	預り金元利 (5)	月首差引貸付金残高 (6)
1	540,000	3,208	29,492	—	29,492	540,000
2	540,000	3,208	29,492	59	59,043	510,508
3	540,000	3,208	29,492	118	88,653	480,957
4	540,000	3,208	29,492	177	118,332	451,347
5	540,000	3,208	29,492	237	148,061	421,668
6	540,000	3,208	29,492	296	177,849	391,939
7	540,000	3,208	29,492	356	207,697	362,151
8	540,000	3,208	29,492	415	237,604	332,303
9	540,000	3,208	29,492	475	267,571	302,396
10	540,000	3,208	29,492	535	297,598	272,429
11	540,000	3,208	29,492	595	327,685	242,402
12	540,000	3,208	29,492	655	357,832	312,315
13	540,000	3,208	29,492	716	388,040	182,168
14	540,000	3,208	29,492	776	418,308	151,960
15	540,000	3,208	29,492	837	448,637	121,692
16	540,000	3,208	29,492	897	479,026	91,363
17	540,000	3,208	29,492	958	509,476	60,974
18	540,000	3,208	29,492	*1032	540,000	30,524
19	0					0

* ¥13 調整

(2) ¥ 540,000×0.00594＝¥ 3,208

(3) ¥ 32,700－¥ 3,208＝¥ 29,492

(4) 前期(5)×0.002

(5) 前期(5)＋(3)＋(4)

(6) ¥ 540,000－前期(5)

$$\frac{1}{a_{\overline{18}|i}}=\frac{1}{18}+0.5\%=0.0605\ 5556$$

$\dfrac{1}{a_{\overline{18}|i}}$ 表18期において

	u	$\varDelta$	$\varDelta^2$
0.9%	0.0604 2609		
		0.0005 5596	
1.0	0.0609 8205		0.0000 0294
		0.0005 5890	
1.1	0.0615 4095		

から、二次逆補間法(注1)によって、

$$\theta_1=\frac{0.0605\ 5556-0.0604\ 2609}{0.0005\ 5596}=0.2329$$

$$\theta_2=\frac{0.0605\ 5556-0.0604\ 2609}{0.0005\ 5596+\frac{1}{2}\times(0.2329-1)\times0.0000\ 0294}=0.233$$

$$\therefore\ i=0.009+0.233\times0.001=0.0092\ 33=\underline{\underline{0.923\%}}$$

参考に、計算表とその会計処理を仕訳で示すと、第二表のようである。

第1期首	消費者貸付	540,000	当座預金	540,000
第1期末	現金	32,700	貸付金利息	4,984
			消費者貸付	27,716
…………		…………………………………		
…………		…………………………………		
第18期末	現金	32,700	貸付金利息	319
			消費者貸付	32,381

第　二　表

月	月首未済貸付金 (1)	月賦金 (2)	貸付金利息 (3)	貸付金返還高 (4)
1	540,000	32,700	4,984	27,716
2	512,284	32,700	4,728	27,972
3	484,312	32,700	4,470	28,230
4	456,082	32,700	4,210	28,490
5	427,592	32,700	3,947	28,753
6	398,839	32,700	3,681	29,019
7	369,820	32,700	3,413	29,287
8	340,533	32,700	3,143	29,557
9	310,976	32,700	2,870	29,830
10	281,146	32,700	2,595	30,105
11	251,041	32,700	2,317	30,383
12	220,658	32,700	2,037	30,663
13	189,995	32,700	1,754	30,946
14	159,049	32,700	1,468	31,232
15	127,817	32,700	1,180	31,520
16	96,297	32,700	889	31,811
17	64,486	32,700	595	32,105
18	32,381	32,700	*319	32,381
19	0			

*　￥20調整

(1)　前期(1)−前期(4)　ただし第１期は￥54,000

(3)　(1)×0.00923

(4)　(2)−(3)

(iii)　公式(4)''による。

$$i_2=\frac{2\times18\times0.5\%}{18+1+\frac{1}{3}\times18\times0.5\%\times(18-1)}=0.0092\ 26=\underline{\underline{0.923\%}}$$

（注1）u_0

$$u_1-u_0=\Delta u_0$$

u_1 $\qquad\qquad$ $\Delta u_1-\Delta u_0=\Delta^2 u_0$

$$u_2-u_1=\Delta u_1$$

u_2

$$u=u_0+\theta\Delta u_0+\frac{1}{2}\theta(\theta-1)\Delta^2 u_0+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

第一近似値として、$\Delta^2 u_0$ 以下を棄てた

$$u=u_0+\theta\Delta u_0$$

から

$$\theta_1=\frac{u-u_0}{\Delta u_0}$$

を得て、次に、原式において $\Delta^3 u_0$ 以下を棄てた式の（$\theta-1$）に θ_1 を代入して

$$\theta_2=\frac{u-u_0}{\Delta u_0+\frac{1}{2}(\theta_1-1)\Delta^2 u_0}$$

本例においては、$\theta=\frac{x-0.9\%}{h}$

$$\therefore\quad x=0.9\%+\theta h$$

ただし x は求める値で、h は表差〇・一％である。

六

四において述べたように、利回りはアド・オン方式の利率の大約二倍より稍々小であるが、n との関係の計算表を示せば、第三表のようである。これによれば、アド・オン方式は期間の長短によって利回りが異なり、均一の実質の貸付利率を適用するものではないことを知る。(注1)

たとえば、十八回払として年五％（月$\frac{5}{12}$％）のアド・オン方式の利回りは、年約九・三％（〇・七七三％の十二倍 nominal rate）、年六％（月〇・五％）で年約十一・一％となる。

（注1）公式を(4)″について微分し0とおくと、nは約二四を得る。したがって、六ヵ月単位では二四回払のとき利回りは最大となることを知る。

第三表

n \ r	$\frac{5}{12}\%$	$\frac{6}{12}\%=0.5\%$
12	0.759％	0.908％
18	0.773	0.923
24	0.777	0.927
36	0.776	0.924
48	0.770	0.914
60	0.763	0.904

七

参考に単利法による場合について考察しておこう。

三二、七〇〇円の単利年金現価が五四〇、〇〇〇円であるときの利率を求めればよい。

$$32,700\times\left(\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1+2i}+\frac{1}{1+3i}+\cdots\cdots+\frac{1}{1+18i}\right)=540,000$$

$$\left(\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1+2i}+\frac{1}{1+3i}+\cdots\cdots+\frac{1}{1+18i}\right)=16.5138$$

（　）のうちは、佐藤信吉教授の単利年金現価表(注1)、

0.9％　　16.6130

1.0％　　16.4754

から、一次補間法によって0.97％

また、支払期日平均法によって中間時に月賦金の総額を一時に支払うものに等しいと考えれば、次のようになる。(注2)

$$\frac{32,700\times18}{1+\frac{18+1}{2}i}=540,000$$

$$540,000\times(1+9.5i)=32,700\times18$$

$$1+9.5i=1.09$$

$$\underline{\underline{i=0.95\%}}$$

なお、この支払平均期日法による方法は、前述の近似公式の(4)′と全く一致することは僅かに式を変化すれば簡単にわかる。

(注1) 佐藤信吉「単利計算の理論と応用」春秋社。

(注2) 鎌倉昇「消費者ローン」(昭和四十一年五月刊)一四五ページには、年五%のアド・オン方式の実質金利(本稿の利回り)は一割をいささかこえるとされている。本稿は年六%の場合であるが、年五%で本稿の方法で試算すると複利・単利とも一致しない。いかなる計算法によるものであろうか。いささか気になる。

八

複利割賦償還法において、公式(1)を一般式と考えれば、両建預金の場合を含み、$i=i'$ とすることによって従来の割賦償還法も求めることができることは上述にみたところである。

念のために、前算例において、両建に考えた場合(ただし、$i'=i$ のとき)と従来の割賦償還の場合とを計算表で比較しておこう(第四表参照)。

また、割賦金のうち $P_{\overline{n}|}$ だけ貸付の返済に充て、残額を利息支払に充てるものと考えても結論は同一であることは既に発表した論文を参照せられたい。(注1) ここには計算表(第五表)を掲げておくに止める。

しかし、かく考えれば、従来のものに比較して会計処理は複雑となるであろう。

(昭和四一年六月五日稿)

(注1) 拙稿「複利均等割賦償還法について」商業数学会誌第十三号(一九六四・一二)

第 四 表

月	月首貸付金	貸付金利息	預り金	預り金利息	預り金元利	月首差引貸付金
1	540,000	4,984	27,716	—	27,716	540,000
2	540,000	4,984	27,716	256	55,688	512,284
3	540,000	4,984	27,716	514	83,918	484,312
4	540,000	4,984	27,716	775	112,409	456,082
5	540,000	4,984	27,716	1,038	141,163	427,591
6	540,000	4,984	27,716	1,303	170,182	398,837
7	540,000	4,984	27,716	1,571	199,469	369,818
8	540,000	4,984	27,716	1,841	229,026	340,531
9	540,000	4,984	27,716	2,114	258,856	310,974
10	540,000	4,984	27,716	2,389	288,961	281,144
11	540,000	4,984	27,716	2,667	319,344	251,039
12	540,000	4,984	27,716	2,948	350,008	220,656
13	540,000	4,984	27,716	3,231	380,955	189,992
14	540,000	4,984	27,716	3,516	412,187	159,045
15	540,000	4,984	27,716	3,804	443,707	127,813
16	540,000	4,984	27,716	4,095	475,518	96,293
17	540,000	4,984	27,716	4,389	507,623	64,482
18	540,000	4,984	27,716	*4,661	540,000	32,377
19	0					0

* ￥24 調整

本表の計算法は第一表と同様である。

従来の割賦償還法によるものは，第二表と同様であるから省略する。

第四表の「月首差引貸付金」と第二表の月首未済貸付金とを比較せよ。

四捨五入による小差はあるが一致している。

第五表

月	月首未済手形額面 (1)	手形償還高 (2)	利息充当高 (3)	貸付金利息 (4)	未収利息 (5)	未収利息元利 (6)	月首未済貸付金 (7)
1	540,000	30,000	2,700	4,984	2,284	2,284	540,000
2	510,000	30,000	2,700	4,707	2,007	4,312	512,284
3	480,000	30,000	2,700	4,430	1,730	6,082	484,312
4	450,000	30,000	2,700	4,154	1,454	7,592	456,082
5	420,000	30,000	2,700	3,877	1,177	8,839	427,592
6	390,000	30,000	2,700	3,600	900	9,821	398,839
7	360,000	30,000	2,700	3,323	623	10,535	369,821
8	330,000	30,000	2,700	3,046	346	10,978	340,535
9	300,000	30,000	2,700	2,769	69	11,148	310,978
10	270,000	30,000	2,700	2,492	− 208	11,043	281,148
11	240,000	30,000	2,700	2,215	− 485	10,660	251,043
12	210,000	30,000	2,700	1,938	− 762	9,996	220,660
13	180,000	30,000	2,700	1,661	− 1,039	9,049	189,996
14	150,000	30,000	2,700	1,385	− 1,315	7,818	159,049
15	120,000	30,000	2,700	1,108	− 1,592	6,298	127,818
16	90,000	30,000	2,700	831	− 1,869	4,487	96,298
17	60,000	30,000	2,700	554	− 2,146	2,382	64,487
18	30,000	30,000	2,700	*296	− 2,404	0	32,382
19	0						0

* ￥ 19 調整

(1) 前期(1)−￥ 30,000　　ただし，第 1 期￥540,000

(2) ￥ 30,000

(3) ￥ 32,700−￥ 30,000＝￥ 2,700

(4) (1)×0.923％

(5) (4)−(3)

(6) 前期(6)×(1＋0.923％)＋(5)　ただし第 1 期￥2,284

(7) (1)＋前期(6)　ただし第 1 期￥540,000