

和算における利息算(Ⅲ)

野 沢 孝 之 助

ま え が き

今回、帝国学士院のご好意によって、貴重所蔵資料の「剣持章行(1790—1871): 算法利息全書」全2冊 安政4年 西暦1857年の復写を許可されたので、これを中心として前稿の続稿を試みる。本稿のみでもお読み願えるようにするため、前稿の一部を再掲することを許されたい。以下、「算法利息全書」は、本書ということとする。

1. 江戸時代の貨幣

江戸時代の金属貨幣は、江戸では金貨、京・大阪では銀貨が主として通用し、小額の受払いには銭貨が用いられていた¹⁾。

その交換率は法律では次のようであった²⁾が、実際には相場が建っていた。

慶長14年(1609)	金 1両=銀 50匁=銭 4貫文
元禄8年(1695)	金 1両=銀 60匁
天保13年(1842)	金 1両 = 銭 6貫500文

以下、金 1両=銀 60匁=銭 6貫500文 を用いる。

金・銀・銭貨の単位は、次のようであった³⁾。

金 1両=4分(ぶ)
1分(歩)=4朱
銀 1貫=1,000匁(目)
1匁=10分
1分=10厘
1厘=10毛
銭 1貫=1,000文(もん)
1文=10分

2. 利率換算表

本書上1丁裏から3丁裏にわたって、利率換算表ともいべきものを掲げている。その一部をわかりやすい形で示す⁴⁾。

① 利息月1分の元金	② 法=①×4	③ 年利率= $\frac{0.25 \times 12}{①}$	④ 月利率= $\frac{0.25}{①}$	⑤ 元金100文の月利= $\frac{96 \times 0.25}{①}$
5兩	20	0.6	0.05	4.8 文
6兩	24	0.5	0.0416 667	4.
⋮				
28兩	112	0.1071 43	0.0089 286	0.8571 43
⋮				
49兩	196	0.0612 24	0.0051 020	0.4897 96
50兩	200	0.06	0.005	0.48

〔注〕 ⑤錢1貫を960文とみなす慣習による⁵⁾。

利率は、次の10進法によって示す。

$$1 = 10割$$

$$1 割 = 10分$$

$$1 分 (歩) = 10厘$$

$$1 厘 = 10毛$$

朱は、分の異称または厘の異称として用いられた⁶⁾。

本書においては、利率の朱、歩および1兩の四分の一の歩を用いていないが、混同を避ける配慮であろう⁷⁾。

江戸の利息勘定の仕方は、利息の金1分を標準として、その元金を数える場合が多い。

たとえば、28兩1分は、元金28兩に利息月金1分の意であって、

$$\text{月利率} = \frac{0.25}{28} = 0.0089 286 \dots \dots \dots \text{④}$$

$$\text{年利率} = \frac{0.25 \times 12}{28} = 0.1071 43 \dots \dots \text{③}$$

となる。(上表参照)

〔例〕 元金560兩に対する6か月の利息。

$$560兩 \times 0.0089 286 \times 6 = 30兩$$

または、

$$560兩 \times \frac{0.25}{28} \times 6 = 560兩 \times \frac{0.25 \times 4}{28 \times 4} \times 6$$

$$=560 \text{ 両} \times \frac{1}{112} \times 6 = 30 \text{ 両} \quad \text{分母} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

〔例〕 銭100文の28両1分における1か月の利息。

$$\frac{100 \text{ 文}}{112} = 100 \text{ 文} \times 0.0089286$$

960文を1貫とする慣習に従うと、

$$100 \text{ 文} \times 0.0089286 \times 0.96$$

$$= 96 \text{ 文} \times \frac{0.25}{28} = 0.857143 \text{ 文} \cdots \cdots \textcircled{5}$$

3. 利率換算表の応用

単利法の問題

以下、問題の語句を、一部修正したものがある。

1. 1か月元金28両につき利金1分の割合で、元銀7貫目10か月の利銀何程と問。

答 利銀 625匁 [本書上4丁表]

$$7,000 \text{ 匁} \times 10 \div 112 = 625 \text{ 匁}$$

〔別解〕 筆者の追加。以下同様。

$$7,000 \text{ 匁} \times 0.0089286 \times 10 = 625 \text{ 匁}$$

2. 1か月元金15両につき利金1分の割合で、元銭15貫500文8か月の利銭何程と問。

答 利銭 2貫64文 [本書上3丁裏]

$$15.5 \text{ 貫} \times 8 \div 60 = 2.066666 \text{ 貫余} \quad [15 \text{ 両} \text{ 1 分の} \textcircled{2} \cdots \cdots 60]$$

$$66.666 \text{ 文余} \times 0.96 = 64 \text{ 文}$$

$$2 \text{ 貫} + 64 \text{ 文} = 2 \text{ 貫} 64 \text{ 文}$$

〔別解〕

$$15 \text{ 貫} \times 8 \div 60 = 2 \text{ 貫}$$

$$1 \text{ 文} 6 \text{ 分} \times \frac{500}{100} \times 8 = 64 \text{ 文} \quad [15 \text{ 両} \text{ 1 分の} \textcircled{5} \cdots \cdots 1 \text{ 文} 6 \text{ 分}]$$

3. 1か月利金1分の元金26両で元金135両7か月の利何程と問。

答 利金 9両と銭560文 [本書上3丁裏]

$$135 \text{ 両} \times 7 \div 104 = 9.08653846 \text{ 貫余} \quad [26 \text{ 両} \text{ 1 分の} \textcircled{2} \cdots \cdots 104]$$

$$6,500 \text{ 文} \times 0.08653846 = 562.5 \text{ 文}$$

$$62.5 \text{ 文} \times 0.96 + 500 \text{ 文} = 560 \text{ 文} \quad 100 \text{ 文未満を調整。}$$

4. 元銀140目 月利0割1分2厘5毛で、3か年の利金何程と問。

答 3か年の利 金1両 と 銀3匁 [本書上5丁表, 利率換算表を利用せず。]

$$140\text{匁} \times 0.0125 \times 36 = 63\text{匁}$$

$$63\text{匁} \div 60\text{匁} = \text{金1両 残り銀3匁}$$

[注] 月利0割1分2厘5毛を単に月利1分2厘5毛と書くと, 月利銀0.125匁(利率の分と重量の分との相違)と誤解される恐れがあるため, 念のため0割を添えたものと推定される。(また, 元銀100匁に対する月利を示す方法も行われていた⁸⁾からであろう。 $0.125 \div 100 = 0.00125 \cdots 0.125\%$)

5. 1か月元金30両につき利金1分の割合で, 3か月の利銀3匁7分である。元金何程と問。

答 金2両1分3朱 と 銀1匁7分5厘 [本書上6丁表]

$$3.7\text{匁} \times 120 \div 3 = 148\text{匁} \quad [30\text{両}1\text{分}の②\cdots\cdots 120]$$

$$148\text{匁} \div 60\text{匁} = 2.4667$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1.8668 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 3.4672 \end{array}$$

$$60\text{匁} \times 0.4672 \div 16 = 1.75\text{匁}$$

[別解]

$$3.7\text{匁} \times 120 \div 3 = 148\text{匁}$$

$$148\text{匁} \div 60\text{匁} = \text{金2両 と 銀28匁}$$

6. 元金5両7か月の利銀21匁である。年利割何程と問。

答 年利 1割2分 [本書上8丁裏]

$$(21\text{匁} \times 12) \div (60\text{匁} \times 5 \times 7) = 0.12$$

[別解]

$$21\text{匁} \div 7 \div 60\text{匁} = \text{金}0.05\text{両}$$

$$0.05\text{両} \div 5\text{両} = 0.01$$

表から 1割2分 [月利率1分の年利率]

7. 年々出金5両を5か年積む。利に利を加えずして, その積金元利ともに34両となる。年利割何程と問。 答 年利 1割2分 [本書上15丁表]

$$(34 \div 5 \div 5 - 1) \times 2 \div (5 + 1) = 0.12$$

[注] 1. 期首払単利年金終価における利率を求める問題である。求める利率を*i*とすると

$$5\{(1+5i) + (1+4i) + \cdots + (1+i)\} = 34$$

$$5\left\{5 + \frac{(5+1) \times 5}{2} \cdot i\right\} = 34$$

$$25\left(1 + \frac{5+1}{2} \cdot i\right) = 34$$

$$\begin{aligned} \therefore i &= \left(\frac{34}{25} - 1 \right) \times \frac{2}{5+1} \\ &= 0.12 \end{aligned}$$

2. 表を利用せず。

4. 利割平均表とその応用

本書下巻大尾 (最終ページ) に、次にわかりやすい形で一部を示すような利割平均表を掲げている。

n	$\sum \frac{1}{n}$ ⁹⁾
1	1.0000 00
2	1.5000 00
⋮	
5	2.2833 33
⋮	
32	4.0584 93
33	4.0887 96

たとえば、 $n=33$ とすると、

$$\sum_{n=1}^{33} \frac{1}{n} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{33} = 4.0887 96$$

を示している。しかし、本表は末位に 1 あるいは 2 程度の誤りがあるところがある。

8. 元金 100 両毎年利金 3 両添えて等しく 5 か年年賦とする。年利割平均何程に当たると問。

答 平均年利 6 分 8 厘 5 毛 [本書上 9 丁表]

100 両 ÷ 5 = 20 両 毎年元金返済高

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{100} + \frac{3}{80} + \frac{3}{60} + \frac{3}{40} + \frac{3}{20} \right) \div 5 \\ &= \frac{3}{100} \left(\frac{100}{100} + \frac{100}{80} + \frac{100}{60} + \frac{100}{40} + \frac{100}{20} \right) \div 5 \\ &= \frac{3}{100} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} \right) \end{aligned}$$

利割平均表を利用して

$$\frac{3}{100} \times 2.2833 33 = 0.0685$$

9. 年利 1 割で利に利を加えず、毎年等しく金 4 両宛 8 か年に金 32 両で元利皆済になる。元金何程と問。 答 23 両 3 分 [本書上 10 丁裏]

本書の解答には疑点があるので、筆者の解答を示す。

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{4}{1+0.1} + \frac{4}{1+0.2} + \cdots + \frac{4}{1+0.8} & P \text{ は元金を示す。} \\
 &= \frac{40}{11} + \frac{40}{12} + \cdots + \frac{40}{18} \\
 &= 40 \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{18} \right) \\
 &= 40 \left(\sum_{n=1}^{18} \frac{1}{n} - \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n} \right) \\
 &= 40 \times (3.495108 - 2.928968) \\
 &= 22.6456 \\
 &\quad \underline{22.6456} \\
 &\quad \quad \frac{4}{2.5824} \\
 &\quad \quad \underline{2.3296} & 60 \text{ 匁} \div 16 \times 0.3296 = 1.236 \text{ 匁}
 \end{aligned}$$

正答 金22兩2分2朱と銀1.236匁

〔注〕 本表 $\sum_{n=1}^{18} \frac{1}{n}$ (略記) の値には、末位に1の誤りがあり、また、答も誤りである。

10. 元金125兩毎月利金3分宛添えて等しく5か月月賦皆済となる。この1か月の利割何程と問。

答 月利 0割1分 [本書上9丁裏]

$$0.75 \div \{(125 \div 5 + 125) \div 2\} = 0.01$$

〔注〕 本解は、毎月未済元金が逡減するので、その平均元金で月利息を割って月利率としている。これは明らかに近似値である。

正解は、次のようである。

$$125 \div 5 = 25 \text{ 兩} \quad \text{毎月元金返済高}$$

$$\text{従って, } 25 \text{ 兩} + 0.75 \text{ 兩} = 25.75 \text{ 兩} \quad \text{毎月賦金}$$

求める月利を i とすると,

$$\begin{aligned}
 125 &= \frac{25.75}{1+i} + \frac{25.75}{1+2i} + \cdots + \frac{25.75}{1+5i} \\
 &= 25.75 \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1+2i} + \cdots + \frac{1}{1+5i} \right)
 \end{aligned}$$

ここで

$i = 0.05$ とすると,

$$\begin{aligned}
 \text{右辺} &= 25.75 \left(\frac{1}{1+0.05} + \frac{1}{1+0.1} + \cdots + \frac{1}{1+0.25} \right) \\
 &= 25.75 \left(\frac{20}{21} + \frac{20}{22} + \cdots + \frac{20}{25} \right) \\
 &= 25.75 \times 20 \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \cdots + \frac{1}{25} \right) \\
 &= 515 \left(\sum_{n=21}^{25} \frac{1}{n} - \sum_{n=20}^{20} \frac{1}{n} \right)
 \end{aligned}$$

$$=515 \times (3.8159\ 58 - 3.5977\ 40)$$

$$=112.3823 \quad \left[\sum \frac{1}{n}, \sum \frac{1}{n} \text{ の誤りを正す} \right]$$

$i=0.01$ とすると、同様にして、

$$\text{右辺} = 25.75 \left(\frac{1}{1+0.01} + \frac{1}{1+0.02} + \dots + \frac{1}{1+0.05} \right)$$

$$= 25.75 \left(\sum \frac{1}{n} - \sum \frac{1}{n} \right)$$

$$= 25.75 \times (5.2359\ 30 - 5.1873\ 78)$$

$$= 125.0214 \quad \left[\sum \frac{1}{n} \text{ は、佐藤氏表}^{\text{⑨}} \text{ を利用} \right]$$

この二値から、

0.01	125.0214	0.01	125.0214
0.05	112.3823	i	125.
.04	- 12.6391	$i-.001$	- .0214

$$\therefore i = .01 + .04 \times \frac{.0214}{12.6391} = .0100\ 7$$

正答 1分0厘1毛

また、佐藤教授の単利年金現価表^⑨を利用して、1%と1.5%の二値から一次補間法によると、0.0100 7 を得

5. 元利和表とその応用

本書には $(1+i)^n$ 表を元利和表といい、次の範囲のものを下巻2丁表——13丁裏に掲げている。現在、本表は複利終価表といわれるものである。

利率(刻み) i	期数(刻み) n	小数桁数
0.1 (0.1) 1%	1 (1) 33	6桁
1.0 (1.0) 50%		

33期の表値すなわち $(1+i)^{33}$ の一部を検算してみると、次表のようである。

利率 %	本 書	検 算
0.1%	1.0335 34	1.0335 3349 72
0.9	1.3440 29	1.3440 2852 42
1.0	1.3886 90	1.3886 9008 53
11.0	31.3082 14	31.3082 1445 29
15.0	100.6998 29	100.6998 2867 48
19.0	311.2072 64	311.2072 6435 46
21.0	539.4077 98	539.4077 9782 76
29.0	4,461.2898 46	4,461.2898 4593 85
31.0	7,412.2960 46	7,412.2960 4583 00
39.0	5,2418.9609 84	52,418.9609 8448 25

41.0	83,990.6065 <u>58</u>	83,990.6065 5721 30
50.0	647,159.8249 11	647,159.8249 1098 21

〔注〕 アンダーラインは、誤りを示す。
 検算は、電卓 Casio 162 F による。

複利法の問題

11. 元金 400 両年利 1 割で毎年利にも利を加えて20か年の元利合わせて何程と問。

答 元利合 2,691両弱 〔本書上12丁裏〕

$$400\text{両} \times (1+0.1)^{20}$$

$$=400\text{両} \times 6.7275\ 00 = 2.691\text{両}$$

〔注〕 $(1+0.1)^{20}$ をもう少し精密に算出すると、6.7274 9995 となるから、

$$400\text{両} \times 6.7274\ 9995 = 2,690.9999\ 8$$

ゆえに、上解では決定し兼ねるが、本解で本書の答(弱を付記)は正しいことが判明する。

12. 元銀76貫 800 目を月 8 分利で 6 か月には利銀何程と問。ただし、この 8 分というのは元銀100 目につき月 8 分のことである。

答 利銀 3 貫 760 匁 9 分 2 厘 〔萬代塵劫記 33丁表〕¹⁰⁾

$$76.8\text{貫} \times (1+0.008)^6 - 76.8\text{貫} = 3.7609\ 2\text{貫}$$

〔別解〕

$$76.8\text{貫} \times \{(1+0.008)^6 - 1\} = 3.7609\ 2\text{貫}$$

13. 年 2 割の利で 5 か年の元利合 4 貫 976 匁 6 分 4 厘である。元銀を問。

答 2 貫目 〔新編算学稽古大全 57丁裏〕¹¹⁾

$$(1.2^2)^2 \times 1.2 = 2.4883\ 2$$

$$4.9766\ 4\text{貫} \div 2.4883\ 2 = 2\text{貫}$$

〔別解〕

$$4.9766\ 4\text{貫} \div (1+0.2)^5$$

$$=4.9766\ 4\text{貫} \div 2.4883\ 20 = 2\text{貫}$$

14. 元米 2 石毎年利にも利を加え20か年で元利合せて20石となる。年利割何程と問。

答 年利 1 割 2 分 202 〔本書上13丁表〕

$$20 \div 2 = 10$$

元利和表において、20期 10 に近いものを求める。

$$i \quad (1+i)^{20}$$

$$0.12 \quad 9.6462\ 93$$

$$0.13 \quad 11.5230\ 88$$

$$\begin{aligned} \therefore i &= 0.12 + \frac{9.6462 \cdot 93 - 10}{20(1+0.12)^{19}} \left\{ 1 - \frac{9.6462 \cdot 93 - 10}{(1+0.13)^{20} - (1+0.12)^{20}} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{100} \left\{ \frac{9.6462 \cdot 93 - 10}{(1+0.13)^{20} - (1+0.12)^{20}} \right\}^2 \\ &= 0.1220 \quad 2 \end{aligned}$$

〔注〕

$$f(i) = (1+i)^{20} - 10 = 0$$

i の近似値を i_1 とする。

$$f(i_1 + \rho) = f(i_1) + \rho f'(i_1) + \frac{\rho^2}{2!} \cdot f''(i_1) + \dots = 0$$

$$\therefore \rho = -\frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{\rho^2}{2!} \cdot \frac{f''(i_1)}{f'(i_1)} - \dots$$

本式において、 ρ の近似値として、右辺第 1 項を採り、これを ρ^2 に代入して

$$\rho_1 = -\frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{1}{2} \left\{ \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} \right\}^2 \frac{f''(i_1)}{f'(i_1)}$$

$$\therefore i = i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{1}{2} \left\{ \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} \right\}^2 \frac{f''(i_1)}{f'(i_1)} \quad (12)$$

ここで、本例では $i_1 = 0.12$ とすると、

$$f''(i_1) = \frac{19}{1.12} \cdot f'(i_1)$$

であるから、

$$i = i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{19}{2.24} \left\{ \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} \right\}^2 \quad (1)$$

となる。

本書の解は、 $i_1 = 0.12$ とおいて、

$$\begin{aligned} i &= i_1 + \frac{-f(i_1)}{f'(i_1)} \left\{ 1 - \frac{-f(i_1)}{\Delta} \right\} + \frac{1}{100} \left\{ \frac{-f(i_1)}{\Delta} \right\}^2 \\ &= i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{\{f(i_1)\}^2}{\Delta} \left\{ \frac{1}{f'(i_1)} - \frac{1}{100\Delta} \right\} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta &= (1+0.13)^{20} - (1+0.12)^{20} \\ &= (1+0.12)^{20} \left\{ \left(1 + \frac{0.01}{1.12} \right)^{20} - 1 \right\} \\ &= (1+0.12)^{20} \left\{ 1 + 20 \times \frac{0.01}{1.12} + \frac{20 \times 19}{2} \left(\frac{0.01}{1.12} \right)^2 + \dots - 1 \right\} \\ &\doteq \frac{0.0243}{2.24} \cdot f'(i_1) \end{aligned}$$

これを上式に代入すると、

$$\begin{aligned} i &= i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \frac{\{f(i_1)\}^2}{\frac{0.0243}{2.24} \cdot f'(i_1)} \left\{ \frac{1}{f'(i_1)} - \frac{1}{\frac{2.43}{2.24} \cdot f'(i_1)} \right\} \\ &= i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} - \left\{ \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} \right\}^2 \cdot \frac{19 \times 2.24}{2.43^2} \quad (2) \end{aligned}$$

本解 (すなわち [2] 式) は、[1] 式に近い。

15. 年々出金3両宛10か年是を積む。年利1割で毎年利に利を加えて総積金何程と問。

答 52両と永593文5分余。〔本書上15丁表〕

本題は、期首払年金終価と考える。

$$3 \text{ 両} \times \frac{(1+0.1)^{11} - (1+0.1)}{0.1} = 52.5935 \text{ 01 両}$$

〔別解〕

$$\begin{aligned} & \frac{(1+0.1)^{10} - 1}{0.1} \cdot (1+0.1) = (1+0.1)^{10} \cdot \frac{1 - (1+0.1)^{-10}}{0.1} \cdot (1+0.1) \\ & = (1+0.1)^{11} \cdot \frac{1 - (1+0.1)^{-10}}{0.1} = \text{元利和表} \times \text{元利年賦表} \quad \text{〔次節参照〕} \end{aligned}$$

$$3 \text{ 両} \times (1+0.1)^{11} \times \frac{1 - (1+0.1)^{-10}}{0.1}$$

$$= 3 \text{ 両} \times 2.8531 \text{ 1671} \times 0.1445 \text{ 6711} = 52.5935 \text{ 01 両}$$

16. 年1割5分で利にも利を加え10か年是を積んで総積金500両とするには、年々の出金何程と問。 答 21両と永413文9分余 〔筆者の追加問題、本書上15丁表 参照〕

$$500 \text{ 両} \div \frac{(1+0.15)^{11} - (1+0.15)}{0.15} = 21.4139 \text{ 4 両}$$

6. 元利年賦表とその応用

本書には $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ 表を元利年賦表といい、次の範囲のものを、下巻14丁表——23丁裏に掲げている。現在、本表は年金現価表といわれるものである。

利率(刻み) i	期数(刻み) n	小数桁数
0.1 (0.1) 1%	1 (1) 33	6桁
1.0 (1.0) 50%		

33期の表値すなわち $\frac{1 - (1+i)^{-33}}{i}$ の一部を検算してみると、次表のようである。

利率 %	本 書	検 算
0.1%	32.4454 87	32.4454 8652 81
0.9	28.4409 08	28.4409 0798 05
1.0	27.9896 93	27.9896 9254 74
11.0	8.8005 41	8.8005 4091 60
15.0	6.6004 63	6.6004 6331 01
19.0	5.2462 46	5.2462 4582 84
21.0	4.7530 77	4.7530 7673 83

29.0	3.4475 03	3.4475 0292 96
31.0	3.2253 71	3.2253 7125 50
39.0	2.5640 54	2.5640 5364 85
41.0	2.4389 95	2.4389 9535 10
50.0	1.9999 97	1.9999 9690 96

〔注〕 1. 前掲の $(1+i)^n$ 表には末位に誤りがあるにもかかわらず、同範囲の本表には誤りがないことは注意せらるべきである。

2. 検算は、電卓 Casio 162 F による。

17. 毎年1割の利で利に利を加え等しく金2両宛8か年賦で皆済となる。元金何程と問。

答 10両 と 永669文8分5厘2毛 〔本書上13丁裏〕

$$2\text{両} \times \frac{1-(1+0.1)^{-8}}{0.1}$$

$$= 2\text{両} \times 5.3349\ 26 = 10.6698\ 52\ \text{両}$$

18. 元金10両毎年1割の利で利にも利を加えて等しく8か年賦で皆済となる。その年賦済金何程と問。 答 1両 と 永874文4分4厘 〔本書上13丁裏〕

$$10\text{両} \div \frac{1-(1+0.1)^{-8}}{0.1}$$

$$= 10\text{両} \div 5.3349\ 26 = 1.8744\ 4\ \text{両}$$

19. 元金35両毎年利にも利を加え金5両宛等しく15か年賦で皆済となる。年利割何程と問。

答 年利 1割1分5厘 〔本書上14丁表〕

$$35 \div 5 = 7$$

本書の元利年賦表において、

$$1\text{割}1\text{分} \quad 7.1908\ 70$$

$$1\text{割}2\text{分} \quad 6.8108\ 64$$

から、一次補間法で 0.1152 を得る。

20. 元金10両年利1割で借り2割で貸し置き、その利の益金を以て年々元金を返済する。何か年で皆済となるかと問。 答 7か年2分6厘3毛 〔本書上14丁表〕

$$10\text{両} \times 0.2 \times \frac{1-(1+0.1)^{-n}}{0.1} = 10\ \text{両}$$

$$\frac{1-(1+0.1)^{-n}}{0.1} = 5$$

本書の元利年賦表を検し、7か年余であることを知って、その余りを x とおくと、

$$1-(1+0.1)^{-7}(1+0.1)^{-x} = 5 \times 0.1$$

$$(1+0.1)^x = \frac{1}{(1-5 \times 0.1)(1+0.1)^7} = \frac{2}{(1+0.1)^7}$$

$$(1+0.1)^x \doteq 1+0.1x \doteq \frac{2}{(1+0.1)^7}$$

$$x \doteq \frac{\frac{0.2}{(1+0.1)^7 \times 0.1} - 1}{0.1}$$

$$\doteq 0.263$$

$$n \doteq 7 + 0.263 \doteq 7.263$$

- [注] 1. $n=7,8$ の二値から、一次補間法によって、7.282年……7年3.4か月
 2. 全期間を複利による場合は 7.273……7年3.3か月

7. 結 論

本書は複利法について、 $(1+i)^x$ 、 $a_{\overline{n}|}$ の両表を掲げているが、次の変形で他の金利計算諸表を誘導することができる。

$$(1+i)^{-n} = \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{複利現価表}$$

$$S_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \text{年金終価表}$$

$$= \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)^n$$

$$(a_{\overline{n}|})^{-1} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} \quad \text{年賦金表}$$

$$(S_{\overline{n}|})^{-1} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \text{基金表}$$

$$= \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - i$$

最後に、さきに論究した¹³⁾福田理軒 (1815—1889) の「利足捷表」と比較する。

「利足捷表」は、岩田清庸：諸流全伝 算法日用利足速成¹⁴⁾に掲げられたもので、 $a_{\overline{n}|}$ 表に限っており、次表のような内容である。

巻	利率 (刻み) i	期数 (刻み) n	小数桁数
一	0.05 (0.05) 1.00%	1 (1) 80	9
二	1.1 (0.1) 5.5%		
三	5.6 (0.1) 10.0%		
四	10.1 (0.1) 15.0%		

[注] 巻二、三の内容は、私蔵の巻一、四から推定したものであることを断っておく。

「利足捷表」は、これから他の金利計算諸表を誘導することが可能で、その方法は次表のよう

- 5) 注2 p. 35.
- 6) 注3 p. 1038.
- 7) 岩田清庸：諸流全伝 算法日用利足速成 安政3年(1856) 卷之一凡例には、利率の位について一覧表を掲げ、朱を厘の代わりに統一している。
- 8) 吉田光由：塵劫記 1634年の3巻本(昭和52年復刻) 上巻 第18 参照。また、本稿問題12を参照。
- 9) 春日屋伸昌(編)：実用数表大系 初等数値表 I 1962 p. 260—p. 261
 $n=1(1)100(10)1,100$ 小数6桁 ()は刻み。
 佐藤信吉：単利計算の理論と応用 1963 p. 125—p. 131
 $n=1(1)1,050$ 小数12桁
- 10) 賞月堂主人：萬代塵劫記 安政2年 1855年
 なお、本問の元利合は、三宅賢隆：算法智恵海大全 寛政5年 1793年 にある。
- 11) 松岡能一：新編算学稽古大全 文化5年 1808年
- 12) Newton の反復法を改良したものである。(応用数学便覧 岩波版 p. 19, 梶島二郎：工業数学概要 p. 162—p. 163 参照)。
- 13) 拙稿：和算における利息算(Ⅱ) 城西経済経営紀要 第2巻 1979
- 14) 林 鶴一：和算研究集録 下巻 p. 329 に、「算法利足速成」四編各二巻(8冊本)1855年刊行とある。私蔵本は「算法日用利足速成」巻一——巻四の4冊本と推定され、1856年刊行である。しかし、巻四の末尾「福田派算書既刊目録」には、「算法日用利足速成」自初編至三編各二巻(6冊本)とある。
- 15) 日本古典全集刊行会：日本古典全集 古代数学集 上, 下 1927 参照。
- 16) 林 鶴一：前掲書 による。
- 17) 城西大学経済経営紀要 第3巻 1980

(1980. 9. 7稿)