和算における利息算(Ⅳ)

野　沢　孝之助

ま　え　が　き

1. 石黒　信由：年賦利息算
2. 小出　修喜：新編利足算
3. 中村　義方：年賦捷解
4. 利足趕診，月賦算一題五術
5. 佐久間広吉：貸借利子算法
6. 伊藤　定太
7. 奉納算額の特例

上記の目次に従って取扱うが，特に1.～3.については，資料入手の関係で，本稿(Ⅱ)，(Ⅲ)で取扱ったものと，年代が前後しているので，ご判読をお願いしたい。そこで参考として関係者の系譜を掲げておく[1]。

（付記数字は，生存の西暦年数である）

毛利　重能――高原　吉種――関　孝和――荒木　村英――松永　良弼――山路　主住

（宮城流）恒川　徳高
（最上流）会田　安明――渡辺　一――**佐久間　纘**（1819-1896？）

安島　直円――日下　誠
山路　主微
藤田　貞資――**石黒　信由**（1760-1836）
安井　泰

和田　寧――**小出　修喜**（1797-1865）――**福田　理軒**（1815-1889）
内田　恭――川北　朝鄰
内田　恭――**剣持　章行**（1790-1871）
白石　長忠――**中村　義方**（1824-1893）
長谷川　寛――長谷川　弘――**伊藤　定太**（1842-1911）

1.　石黒信由：年賦利息算

日本学士院蔵書複写，東北大学蔵書複写

石黒信由は著書も多いが，本書は西暦1804年発表[2]のもので，既に紹介した「岩田清庸：諸流全伝　算法日用利足速成」（福田理軒の利足捷表を含む）1856年発表[3]「剣持章行：算法利息全書」1857年発表[4]のいずれよりも約50年早いことを考慮に入れて併読されんことを望む。

本書には無尽を含んでいるが，本稿は「利息通術」と書かれた部分に限る。

第１表　毎年元率之標

(1)
$$\frac{1-(1+12i)^{-n}}{12i}$$

月利 i を与え，その12倍を年利とし，n を年数とした年金現価表に相当する。

(2)
$$\frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

年利 i' による年金現価表で，現在普通に利用しているものに相当する。

利	率	年　数 （ ）は刻み	小 数 桁 数
(1)	月 0.8% 1.0 1.2 1.5	1（1）20	10〜11
(2)	年 10% 15 20	1（1）20	11

本書は月利を示すに「月１割５朱」とあるが，これは現在の「月１分５厘」のことである[5]。また「年１割５朱」は現在の「年１割５分」のことである。かく朱は分または厘として用いられた[6]。

第１表を検算したものの一部を掲げると，次表のようである。

月 1.2%

年 数	本　表	検　算
7	4.2364 0281 21	4.2364 0281 2272
13	5.7363 5472 11	5.7363 5472 1207
20	6.4733 4019 80	6.4733 4019 8151

年 15%

7	4.1604 1970 898	4.1604 1973 3846
13	5.5831 4694 468	5.5831 4695 5440
20	6.2593 3165 847	6.2593 3147 3730

（注）検算には特記のない限り，電卓 Casio 162-F を利用，以下同様。
下部に――をした部分は誤りを示す。

本書によると，次のようにして算出したものである。（ただし，Vは筆者の利用記号）

$\dfrac{1}{1+12i}$ をVとし，これを初率元率と称する。

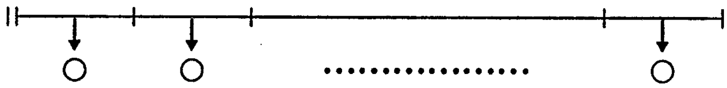
$$\frac{\text{初率元率}+1}{1+12i}=(V+1)V=V^2+V\cdots\cdots\cdots\cdots \text{2年元率}$$

$$\frac{\text{2年元率}+1}{1+12i}=(V^2+V+1)V$$

$$=V^3+V^2+V\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{3年元率}$$

（以下　略）

第2表　半年元率之標



（第1図）

第1図のように半か年後に支払を始め，その後1か年ごとに支払われる年金の第1期支払時の年金現価率（期首払）を求めると，

$$1+a_{\overline{n-0.5|}12i}$$

i は月利，n は半か年の端数を含む年数

であるから，第1期支払時半か年前現在（図の‖で示す時点）の年金現価率を

$$(1+6i)^{-1}(1+a_{\overline{n-0.5|}12i})$$

と求めている。これは1か年未満には単利法を利用する現在でも用いている慣行によった方法である。

月利率	年　　数	小数桁数
0.8%	$\frac{1}{2}$（1）$9\frac{1}{2}$	10—11
1.0		
1.2		
1.5	$\frac{1}{2}$（1）$19\frac{1}{2}$	

第2表を検算したものの一部を掲げると，次表のようである。

月 1.2%

年 数	本　表	検　算
3.5	3.0840 8399 26	3.0840 8399 2686
6.5	4.5209 3732 94	4.5209 3732 9515
9.5	5.4806 3483 84	5.4806 3483 8444

本書によると，次のようにして算出したものである。

$$\frac{1}{1+6i}\cdots\cdots v(\text{筆者の利用記号})\cdots\cdots 1\text{季元率}\quad\text{甲}$$

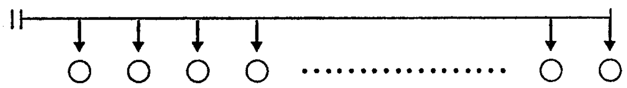
$$\frac{\text{甲}}{1+12i}+\text{甲}=vV+v=v(1+V)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{乙}$$

$$\begin{aligned}\frac{\text{乙}}{1+12i}+\text{甲}&=v(1+V)V+v\\&=v+vV+vV^2\\&=v(1+V+V^2)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{丙}\end{aligned}$$

（以下　略）

第３表　毎歳二季元率之標

本表は第２図のように，半年末ごとに支払われる年金の現価表を，次のようにして算出したものである。



（第２図）

$$\text{甲}+V=v+V\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ 2\text{季元率}$$

$$\text{乙}+V=v(1+V)+V=v+V+vV\cdots\cdots\cdots\ 3\text{季元率}$$

$$\begin{aligned}\text{乙}+2\text{年元率}&=v(1+V)+V+V^2\\&=v+V+vV+V^2\ \cdots\cdots\cdots\cdots\ 4\text{季元率}\end{aligned}$$

（以下　略）

本表は，半か年ごとに支払われる年金現価を上述のように，

$$v,\ V,\ vV,\ V^2,\ \cdots\cdots\cdots\cdots$$

としたものである。これは単利と複利の混用としなければならない。

現行は，　$v,\ v^2,\ v^3,\ v^4,\ \cdots\cdots\cdots\cdots$

としている。その和は，　$a_{\overline{2n}|6i}$

となる。第１表を応用することが可能であることは周知のところである。ここには，これ以上触れないこととする。

しかし，本書において，数表の計算法を論究した点は多としなければならないであろう。

以下，問題は文章の一部修正，題順の変更，抜粋を行い，答の末位は４捨５入とする。次節以下においても，特記のない限り同様である。

1. 借銀を知らず。その元銀１か月１割の利足で借り，毎年等銀 250 目あて返して７か年で皆済となる。元銀何程か。

答曰　元銀１貫 140 目 094　（28丁　表，裏）

250目×第1表（月 1%，7年）

=250目×4.5637 5653 89 〔末位2不足訂正〕

=1貫140目94 〔位取り誤り訂正〕

2. 借米を知らず。その元米は毎年2割の利足で10か年賦で借り，毎年等しく米3石あて返した。その元米は何程か。

答曰 元米12石5斗7升7合4勺 〔30丁 表〕

3石×第1表（年20%，10年）

=3石×4.1924 7208 555 〔末位4過訂正〕

=12.5774石

3. 借銀5貫目，1か月1割5朱の利足を加えて5か年賦で借入れ，毎年等しく返す。その返銀何程か。

答曰 等返銀1貫598匁89 〔28丁 裏〕

5貫÷第1表（月1.5%，5年）

=5貫÷3.1271 7102 094 〔末位2不足訂正〕

=1貫598.89匁

〔追加問題〕 今から半か年後に始まり，その後1か年ごとに銀3貫目を9か年半支払われる年金の現価を求めよ，ただし，月1.2%とする。

3貫×第2表（月1.2%，9.5年）

=3貫×5.4806 3483 84

=16.442貫

2. 小出修喜：新編利足算

日本学士院蔵書複写

小出修喜は阿波藩士で各流の兼修者であって著書も多いが，本書は発表年が不詳であるが，恐らく1830年代であろうと推定される[7]。

本書は附録において，

イ 数表作成において，計算結果の書写の誤りによる数表の間違の検算

ロ 数表に表示なき利率・期間の数値を知る必要ある場合

について考慮し，数表の計算法（1で述べたように石黒信由も触れている）を示している。この点は今より約150年以前のものにしては行届いているというべきである。

上段表	$(1+6i)^{期数}$…………複利終価表（半年1期）	
	月利×6+1	初 率

初率×初率　　　2　率

2率×初率　　　3　率

⋮

中段表　$\dfrac{(1+6i)^{\text{期数}}-1}{6i}$…………年金終価表（半年1期）

$\dfrac{2\text{率}-1}{6i}$　　中段2率表

$\dfrac{3\text{率}-1}{6i}$　　中段3率表

⋮

下段表　$\dfrac{1-(1+6i)^{-\text{期数}}}{6i}$…………年金現価表（半年1期）

$$\frac{\text{中段2率表}}{\text{上段2率表}}=\frac{\dfrac{2\text{率}-1}{6i}}{\text{初率}\times\text{初率}}=\frac{\dfrac{(1+6i)^2-1}{6i}}{(1+6i)^2}$$

$$=\frac{1-(1+6i)^{-2}}{6i}\text{………下段2率表}$$

⋮

下段表は精密でなくてよいとしている。これは期間，利率を求める場合を考慮したもの（問題4，5）で，年金現価を求める場合は，上段表と中段表を併用して精密を期している（問題2，3参照）。

本書の数表の内容は，次表のようである。

表　別	利率（半年1期）％	期　間（半年1期）	小数桁数
上 $(1+i)^n$	1.8（0.3）6.0（0.6）9.0	1（1）33	7～8
中 $S_{\overline{n}\rceil}$			6～7
下 $a_{\overline{n}\rceil}$			3～4

（注）$S_{\overline{n}\rceil}=\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$

本書は，月利1％未満においては，朱を厘と同位として用い，1％以上は朱を用いず厘を用いていることに注意せられよ。

本書数表を検算したものの一部を掲げると，次表のようである。

上段表　　$i=0.35\%\times6=2.1\%$

期	本　　表	検　　算
7	1.1565 920	1.1565 9203
10	1.2309 982	1.2309 9821
17	1.4237 627	1.4237 6271
20	1.5153 566	1.5153 5659
23	1.6128 429	1.6128 4290
30	1.8654 012	1.8654 0124 6
33	1.9854 06	1.9854 0673

$i=1.5\%\times6=9.0\%$

7	1.8280 3912	1.8280 3912 1
10	2.3673 6368	2.3673 6367 45
17	4.3276 334	4.3276 3341
20	5.6044 108	5.6044 1077
23	7.2578 745	7.2578 7447
30	13.2676 785	13.2676 7847
33	17.1820 284	17.1820 2838

中段表　　$i=0.35\%\times6=2.1\%$

期	本　　表	検　　算
7	7.4567 632	7.4567 6324 8
10	10.9999 146	10.9999 1469
17	20.1791 767	20.1791 7689
20	24.5407 898	24.5407 8996
23	29.1829 952	29.1829 9547
30	41.2095 829	41.2095 8316
33	46.9241 295	46.9241 2982

$i=1.5\%\times6=9.0\%$

7	9.2004 347	9.2004 3468
10	15.9192 97	15.1929 2972
17	36.9717 047	36.9737 0456
20	51.1601 197	51.1601 1964
23	65.2319 387	69.5319 3858
30	136.6307 539	136.3075 3854 6
33	179.8003 155	179.8003 1534

下段表　　$i=0.35\%\times6=2.1\%$

期	本　　表	検　　算
7	6.4472	6.4471 8541

10	8.935$\underline{4}$	8.9357 6823
17	14.173	14.1731 3200
20	16.195	16.1947 2944
23	18.094	18.0941 3389
30	22.0$\underline{91}$	22.0915 3834
33	23.6$\underline{19}$	23.6345 1740

$i=1.5\%\times6=9.0\%$

7	5.0330	5.0329 5284
10	6.4177	6.4176 5770
17	8.5436	8.5436 3137
20	9.1285	9.1285 4567
23	9.5802	9.5802 0683
30	10.274	10.2736 5404
33	10.464	10.4644 4060

1. いま元銀10貫目を貸す。月５朱の利で20季（10か年）の間利に利を加え積置く。その銀高をいくらと問う。

答曰　18.0611 12貫

10貫×上段の表（0.5%，20季）

＝10貫×1.8061 112＝18.6011 12貫

2. いま元銀10貫目を利足月３朱で貸す。14季に元利皆済となる等返銀高をいくらと問う。

答曰　814.438匁

10貫×上段の表（0.3%，14季）÷中段の表（0.3%，14季）＝10貫×1.2837 158 ÷15.7619 898＝814.438匁

〔注〕

$$(1+0.003\times6)^{14}\div\frac{(1+0.003\times6)^{14}-1}{0.003\times6}=\frac{0.003\times6}{1-(1+0.003\times6)^{-14}}$$

現在の賦金表 $(a_{\overline{\frac{n}{2}}|6i})^{-1}$ を得ることができる。

3. いま，利足月６朱で貸銀し，季々返銀1.2貫あて受取れば，30季で元利皆済となる。元銀はいくらかを問う。

答曰　21.7965 2貫

1.2貫×中段の表（0.6%，30季）÷上段の表（0.6%，30季）＝1.2貫×52.4805 601〔末位16過訂正〕÷2.8893 002＝21.7965 14貫　　∴ 21.7965 1貫〔末位１過訂正〕

〔注〕

$$\frac{(1+0.006\times6)^{30}-1}{0.006\times6}\div(1+0.006\times6)^{30}=\frac{1-(1+0.006\times6)^{-30}}{0.006\times6}$$

現在の年金現価表 $a_{\overline{\frac{n}{2}}|6i}$ を得ることができる。これは本書の下段表を詳細にしたものに当たる。

4. いま，元銀10貫目を月４朱の利で貸す。季々500目あて返済すると，元利皆済にいくらの期間を要するかを問う。

答曰　27季3.4か月

10貫目÷500目＝20

この20は，下段の表の0.4%，27季と28季の間にある。

$$\frac{20-\text{下段の表}(0.4\%,\ 27\text{季})}{\text{下段の表}(0.4\%,\ 28\text{季})-\text{下段の表}(0.4\%,\ 27\text{季})}$$

$$=\frac{20-19.704}{20.219^{*}-19.704}=0.575$$

27季＋６か月×0.575＝27季3.4か月

これは，明らかに一次補間法の利用である。

* 解答本文は正しいが，数表には末位10過の誤りがある。

5. いま，銀10貫目を貸し，季々800目あて返済すれば20季で元利皆済となる。利足〔ここでは利率の意〕はいくらと問う。

答曰　8.275朱

10貫目÷800目＝12.5

下段の表20季において，これに近い数値を探すと，

0.8%……12.676　　　0.85%……12.357

から，８朱と８朱５毛の間と知る。

前問同様に，一次補間法によって，答を得る。　月　8.276朱〔末位１訂正〕

〔追加問題１〕 20季後における銀20貫は，月５朱で現価はいくらか。

20貫÷上段の表（0.5%，20季）

＝20貫÷1.8061 112＝11.0735貫

〔注〕 $1\div(1+6i)^{n}=(1+6i)^{-n}$……複利現価表

〔追加問題２〕 いま，毎季に１貫目あて月５朱の利で20季の間積立てると，その元利の銀高はいくらとなるかを問う。

１貫×中段の数（0.5%，20季）

＝１貫×26.8703 745〔末位１不足訂正〕＝26.8704貫

〔追加問題３〕 20季後に銀25貫目になるためには，毎季いか程あて積立ればよいか。ただし，月５朱の利とする。

25貫÷中段の表（0.5%，20季）

＝25貫÷26.8703 745＝0.9304貫

3. 中村義方：年賦捷解

日本学士院蔵書複写

本書は，1866年の発表であって，中村義方は但馬出石藩士である。

本書は利息表を与えず，比較的短期の年賦金，年金現価を求めるに止まるが，その算出方法を明らかにしている。

1. 元金976両を年2割半の利で3か年貸し，利に利を加え毎年等しく元利返金して皆済となる。成崩金は何程か。

答　毎年　500両宛

$0.25+1$ ……………………率

$\frac{1}{0.25+1}=0.8$ ……………v……………$a_{\overline{1}|}$

$(a_{\overline{1}|}+1)v=v^2+v$ ……………………$a_{\overline{2}|}$……1.44

$(a_{\overline{2}|}+1)v=v^3+v^2+v$ ……………………$a_{\overline{3}|}$……1.952

$\frac{976}{1.952}=\frac{元金}{a_{\overline{n}|}}=$成崩金〔年賦金〕

2. 元銀4貫651匁を年2割の利を加え，毎年等5か年賦で元利皆済となる。ただし，利に利を加え毎年済銀は何程か。

答　銀1貫555.2匁

第1問の方法で可能であるが，年数が長くなれば，次のようにするのが便であるとしている。

$0.2+1$ ………………率

$(0.2+1)^5$ ……………極…………2.4883 2

$(0.2+1)^5-1$…………法…………1.4883 2

$$元金\times\frac{極\times利率}{法}=4.651貫\times\frac{2.4883\ 2\times0.2}{1.4883\ 2}$$

$$=4.651貫\times\frac{0.2}{1-(1+0.2)^{-5}}\cdots\cdots\cdots\cdots(a_{\overline{5}|20\%})^{-1}$$

3. 年3割の利足で貸銀，3か年で毎年元利銀4貫394匁あて成崩すときの元銀は何程か。

答　銀7貫980匁

第2問の逆算法で行えばよい。

$$4.394貫\times\frac{(1+0.3)^3-1}{0.3\times(1+0.3)^3}=4.394貫\times\frac{1-(1+0.3)^{-3}}{0.3}$$

$=7.98$貫…………$a_{\overline{3}|30\%}$

4. 利足趕診，月賦算一題五術

利足趕診　日本学士院蔵書複写

著者・発表年は不詳であって，利息算は2ページ，1問とその利息表を含んでいるに過ぎない。利息表は複利終価表 $(1+i)^n$ のみであって，次のように簡単な内容である。

利率	期間	小数桁数
2%	1（1）5 10，20，29	6～8

検算表を示すと，次のようである。

月数	本表	検算
1	1.02	1.02
2	1.0404	1.0404
3	1.0612 08	1.0612 08
4	1.0824 3216	1.0824 3216
5	1.1040 8080	1.1040 8080
10	1.2189 944$\underline{1}$	1.2189 9442
20	1.4859 473$\underline{9}$	1.4859 4740
29	1.7758 $\underline{47}$	1.7758 4469

銀1貫を月2分の利で借るとき，毎月元利のうち45匁づつ返す積りで，何か月皆済となるか。

答　29.684か月

$$\frac{1,000}{45-\dfrac{1,000\times0.02}{2}}\fallingdotseq29(\text{か月})$$

$0.02+1=1.02$　　初率

$1.02\times1.02=1.0404$　　2月率

⋮

$1.0824\ 3216\ 0\times1.02=1.1040\ 8080\ 3$　　5月率

$1.1040\ 8080\ 3^2=1.2189\ 9442\ 0$　　10月率

$1.2189\ 9442\ 0^2=1.4859\ 4739\ 6$　　20月率

$1.4859\ 4739\ 6\times1.0824\ 3216\ 0\times1.1040\ 8080\ 3=1.7758\ 4469$　　29月率

1貫$\times1.7758\ 4469=1,775.845$匁〔末位2過訂正〕

45匁$\times\dfrac{1.7758\ 4469-1}{0.02}=1,745.651$匁〔0.095匁不足訂正〕

$$29+\frac{(1,775.845-1,745.651)\times1.02}{45}=29.684$$

月賦算一題五術　日本学士院蔵書複写

著者，発行年は不詳である。

本書は書名の示す通り，月賦金を求める１問題の５通りの方法による解答を掲げている。

「金５両貸し，金15両の利金１歩の割合を以て，月々済崩し５か月に皆済なり。その件々を問う。」

単利法

(1) 月々元金１両づつだけ返金して，５か月目皆済のとき，利銀15匁を差添えて都合金１両１分を返済する。

本法は，未済元金は毎月１両づつ減額するから，未済元金の合計は，

$$5+4+\cdots\cdots+1=\frac{(5+1)\times5}{2}=15(\text{両})$$

であって，利息は未払になっているから，この１か月の利息

$$15\times\frac{0.25}{15}=15\times0.01\dot{6}=0.25\cdots\cdots\text{金１分}$$

$$60\text{匁}\times0.25=15\text{匁}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{銀}$$[8]

を求め，５か月目に元金支払分とともに支払えばよい。

(2) 次のように返済する。

第１月　　金１両と銀１匁

第２月　　金１両と銀２匁

⋮

第５月　　金１両と銀５匁

本法は，月々の返金は，返済元金の支払月における単利終価とする。

第１月　$\frac{5}{5}\times\left(1+\frac{0.25}{15}\right)=1.01\dot{6}$（両）

$=$金１両と銀１匁

第２月　$\frac{5}{5}\times\left(1+2\times\frac{0.25}{15}\right)=1.0\dot{3}$（両）

$=$金１両と銀２匁

⋮

(3) 毎月均等に１両　永48.387文を支払う。

本法は，月利を i とすると，

$$5\times(1+5i)$$

一方，毎月末 x 宛支払われる単利年金終価は，

$$x\{(1+4i)+(1+3i)+\cdots\cdots+1\}$$

この両式が等しいときの x を求めて，均等月払額としている。

$$x=\frac{5\times(1+5i)}{\frac{(2+4i)\times5}{2}}=\frac{1+5i}{1+2i}$$

$$=\frac{1+5\times0.01\dot{6}}{1+2\times0.01\dot{6}}=1.0483\ 871(\text{貫})$$[9]

これは近似値で正しくは，

$$5\times\left\{\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1+2i}+\cdots\cdots+\frac{1}{1+5i}\right\}^{-1}$$[10]

$$=5\div4.7643\ 0636\ 5=1.0494\ 707(\text{貫})$$

とすべきであろう。

複利法

(4) 次のように返済する。

第１月　　金１両と銀５匁

第２月　　金１両と銀４匁

⋮

第５月　　金１両と銀１匁

本法は（借入額÷月数）に毎月初末済元金に対する１か月の利息を加えたものを変額月賦金として返済する。

借入金を P，月数を n，月利を i として式で示すと，次のようになる。

第１月　$\frac{P}{n}+Pi=P\left(\frac{1}{n}+i\right)$

第２月　$\frac{P}{n}+P\left(1-\frac{1}{n}\right)i=P\left(\frac{1}{n}+i\right)-\frac{P}{n}i$

⋮

第５月　$\frac{P}{n}+P\left(1-\frac{4}{n}\right)i=P\left(\frac{1}{n}+i\right)-4\cdot\frac{P}{n}\cdot i$

これらの諸式の P，n，i に与値を入れて求める。

第１月　５両$\times\left(\frac{1}{5}+0.01\dot{6}\right)=1.08\dot{3}$両

=金１両と銀５匁

第２月　$\frac{P}{n}\cdot i=\frac{5\text{両}}{5}\times0.01\dot{6}=0.01\dot{6}$両

=銀１匁

∴　金１両と銀５匁－銀１匁＝金１両と銀４匁

⋮

第５月＝金１両と銀５匁－銀１匁×４＝金１両と銀１匁

本法は，初項　$P\left(\frac{1}{n}+i\right)$，　公差　$-\frac{P}{n}\cdot i$　とする等数列をなす賦金による複利割賦償還法の１種である[11]。

(5)　毎月均等に１両　永50.551文を支払う。〔解答の誤りを訂正〕

$$P(a_{\overline{n}|i})^{-1}$$

$$=P\cdot\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

本式に与値を入れて求める。

$$5\text{両}\times\frac{0.01\dot{6}}{1-(1+0.01\dot{6})^{-5}}$$

$$=5\text{両}\times 0.2101\ 1018$$

$$=1.0505\ 51\text{両}=1\text{両}\quad\text{永}50.551\text{文}$$

5.　佐久間広吉：貸借利子算法

山形大学蔵書複写

本書の校閲者，佐久間纘の系譜は，まえがきに示したが，後に岩代三春藩士となった人である。同人の子供には数学を学ぶ者が多く[12]，著者はその子息の１人である。

本書の発表年は不詳であるが，問題に両，円が併存しているから明治初年であろう。

単利法

1.　元金１歩につき１か月利銀４分で，元金18両を５か月貸す。この利銀何程と問う。

答　　利銀144匁

$$18\times\frac{0.4}{0.25}\times 5=144\,(\text{匁})$$

術曰，元金１歩の利銀４分へ４をかけ元金１両の利銀１匁６分 $\left[=0.4\text{匁}\times\frac{1}{0.25}\right]$ を得る。これへ後の元金18両をかけ，また月数５をかけた後，利銀を得る。

2.　元銀100目につき１か月利銀１匁２分で，金60両を９か月貸す。この利銀何程と問う。両替銀63匁。

答　　利銀　408匁２分４厘

$$63\text{匁}\times 60\times\frac{1.2}{100}\times 9=408.24\text{匁}$$

3.　20両１歩の利足で１か年に３度の踊利を取るとき，何両１歩に当ると問う。

答　16両につき１歩

$$\frac{20両}{12+3}\times 12=16両$$

〔参考〕 1. 貸借期間に１か月未満の端数が伴うとき，これを１か月として計算をすることがある。この場合において，旧貸付と新貸付で同一月に対して２か月の利息が計算されることとなる。これを踊利という。

2. 求める元金をxとして，題意を式で表わすと，次のようになる。

$$\frac{0.25}{x}\times 12=\frac{0.25}{20}\times(12+3)$$

4. 月１分の利息$\frac{百分}{の1}$でさきに480円を貸している。いま月７朱半の利$\frac{万分}{の75}$で何程の金を貸せば，月平均９朱に当るか，

答　320円

$$480円\times\left(\frac{1}{100}-\frac{9}{1,000}\right)\div\left(\frac{9}{1,000}-\frac{75}{10,000}\right)=320円$$

〔注〕 求める貸金をxとして題意を式で示すと，次のようである。

$$480\times\frac{1}{100}+x\times\frac{75}{10,000}=(480+x)\times\frac{9}{1,000}$$

5. 元金５両あて毎月貸すこと12か月，ただし，元金20両につき利金１分総利金は何程と問う。

答　総利金　４両　永 875 文

$$5両\times\frac{0.25}{20}\times(12+11+\cdots\cdots+1)$$

$$=5両\times\frac{0.25}{20}\times\frac{(12+1)\times 12}{2}=4.875両$$

6. 毎月金10円50銭あて今後10か月渡す筈のところ，取方の望に任せ月利１分$\frac{百分}{の1}$で今渡し切りにするとき何程となるか。

答　100円50銭

$$\frac{10.5\times(10-1)}{10\times 0.5\times 0.01+1}+10.5=100.50(円)$$

〔注〕 1. 単利平均期日法を利用すると，中央時に 10.50円×9 を支払うことになる。

$$10.50円+\frac{10.50円\times 9}{1+0.01\times 5}=100.50円$$

2. 本解は近似値であって，正しくは次のようにすべきである[13]。

$$10.5+\frac{10.5}{1.01}+\frac{10.5}{1.02}+\cdots\cdots+\frac{10.5}{1.09}$$

$$=10.5\times\left(1+\frac{1}{1.01}+\frac{1}{10.2}+\cdots\cdots+\frac{1}{1.09}\right)$$

$$=100.55(円)$$

7. 元金60円を借り，毎月利銀９匁あて添えて元金を60か月に成崩す。これは平均元金何円につ

き1か月の利金25銭に当ると問う。

答　50円75銭と銀5匁

$$\frac{60円\div60+60円}{2}\times0.25\div\frac{9}{60}$$

$=50.8\dot{3}円=50円75銭と銀5匁$

〔$.8\dot{3}$円－.75円を，銀60匁に掛ける〕

〔注〕1.　単利平均期日法によると，

$(60+1)\div2=30.5$（か月）

後に，

$\left(1+\frac{9}{60}\right)\times60=69$（円）

を一度に支払うものと考えられる。

$$\frac{69}{1+\frac{0.25}{x}\times30.5}=60$$

$$\therefore\quad x=\frac{60\times0.25\times30.5}{69-60}=50\frac{5}{6}(円)$$

2.　本問は，次書の問題――すなわち本問を江戸時代の型で示す――と本質的に同一問題であって，同一解答となっている。

著者不詳：成崩利足算　　発表年不詳

（東北大学蔵書複写）

「金100両を1か月金1分の利で貸し，毎月元銀100目と利金1分につき115匁づつ60か月成崩し，平均して1か月何拾両に1分の利足に当ると問う。」

複利法

8.　いま，金を3か年年利1割で貸し，元利金合せて665両2分となる。この元金何程と問う。

答　元金　500両

$665.5両\times(1+0.1)^{-3}=500両$

9.　いま，金を貸すあり，元金高を知らず3か年目に元利ともに864両となる。また，6か年目に元利合金1,492両　永992文である。元金何程と問う。

答　元金　500両

$864\times864\div1,492.992=500$（両）

〔注〕本問は，次の連立方程式から元金高xを求める問題である。

$$x(1+i)^3=864$$
$$x(1+i)^6=1492.992$$

6.　伊　藤　定　太

伊藤定太は，長野県人で，明治30年代に活躍した和算家の1人である[14]。

同人は，金利計算表を数種発表している（無尽と特記するものを除く）。

a　算法利率新書（全2巻）　1900年6月

b　算術重利新表　　　不　詳

c　元利累乗除率（全8巻）　1902年2月〜1907年5月

以上は日本学士院蔵書に含まれ，借覧の機会を得たものである。

次に，その内容概要を掲げるが，同人は五珠3個の算盤を新製し，これによって算出したものであることが「算術重利新表のまえがき」によって知ることが出来る。

a　算法利率新書

表別	利率 %	期間	小数桁数
$(1+i)^n$	3 (0.5) 25	1 (1) 20	9
$S_{\overline{n\rvert}}$ $a_{\overline{n\rvert}}$			8〜9

〔注〕1.　$(S_{\overline{n\rvert}})^{-1}$，$(a_{\overline{n\rvert}})^{-1}$ に触れている。

2.　年数の延長について述べている。

例　$(1+i)^{50}=(1+i)^{20}\times(1+i)^{20}\times(1+i)^{10}$

$S_{\overline{28\rvert}}=S_{\overline{20\rvert}}(1+i)^8+S_{\overline{8\rvert}}$

$$a_{\overline{32\rvert}}=\frac{a_{\overline{20\rvert}}}{(1+i)^{12}}+a_{\overline{12\rvert}}$$

b　算術重利新表

表別	利率 %	期間	小数桁数（切捨）
$(1+i)^n$ $(1+i)^{-n}$ $\ddot{S}_{\overline{n\rvert}}$	1.5 (0.25) 12.5	1 (1) 40	13
$a_{\overline{n\rvert}}$ $(\ddot{S}_{\overline{n\rvert}})^{-1}$ $(a_{\overline{n\rvert}})^{-1}$	13 (0.5) 25	1 (1) 20	

c　元利累乗除率

b表と小数桁数を増加して，16桁としたほかは異ならない。

参考に，c表の数値の1部を検算したものを示しておく[15]。

表別	c表（切捨）	検算（4捨5入）
$(1+0.125)^{40}$	111.1990 0964 6060 0076	111.1990 0414 6060 0293
$(1+0.125)^{-40}$	0.0089 9288 6291 3780	0.0089 9288 6291 3781
$\ddot{S}_{\overline{40\rvert}}12.5\%$	999.7910 3731 4540 2469	991.7910 3731 4540 2638
$(\ddot{S}_{\overline{40\rvert}}12.5\%)^{-1}$	0.0010 0827 6907 5103 68	0.0010 0827 6907 5103 63

$a_{\overline{40}|}12.5\%$	7.9280 5690 9668 97$\underline{48}$	7.9280 5690 9668 9752
$(a_{\overline{40}|}12.5\%)^{-1}$	0.1261 3431 1520 9492	0.1261 3431 1520 9492

〔注〕 $\ddot{S}_{\overline{40}|}12.5\%=\dfrac{(1+0.125)^{40}-1}{0.125}\cdot(1+0.125)$

参考に，同時代の洋算系統の金利計算表を掲げておく。

矢野　恒太：複利表　1898年　丸善

菊版 125 ページ

利率は２割まではなかったようである[16]。

矢野　恒太：金利精覧　1904年　博文館

菊半載 222 ページ

表　別	利　率　%	期　　間	小数桁数
$(1+i)^n$ $(1+i)^{-n}$ $\ddot{S}_{\overline{n}|}$	0.25（0.25）5.0 5.0　（0.5）9.0	1（1）100	8
$a_{\overline{n}|}$ $(a_{\overline{n}|})^{-1}$	9.5，10.0（1.0）20.0	1（1）50	

改訂第３刷（1965年）——矢野恒太記念会発行——に拠った。
「まえがき」によると内容的には上記と大差はない。

伊藤定太のｃ表は，矢野表と比較すると，小数桁数が目立って多いが，期数は小である。一般の金利計算表として小数13桁以上算出したものは，現在までに海外においても見当らないようであって，その労を多としなければならないが，数値の正確を期し難く，またその実用性に問題があろう。

7.　奉納算額の特例

奉納算額において，複利法を取扱った珍しい例があるので，赤羽千鶴氏によって紹介する[17]。

それは，長野県上水内郡鬼無里村町の松巌寺に奉納された，寺島宗伴（1794年—1884年）の門人６６名による算額（1842年）の第１問である。

「今有銀60目限３年而貸之於他不知其人数只言分元銀各斉等至於年期収銀観之則増加至 105 匁１分２厘而又言毎家年利差１割別言毎家不同之利相併６割問人数幾何年息又加息

答曰　人数３人

術曰立天元一為人数加別言甲名再自乗之四之乙名置甲乗人数冪減甲乗人数冪及又言置冪乙与相併乗元銀寄左人数再乗冪因只言銀四段以相消得式開四乗方得人数合問」

問題を現代風に書直し，現代解を示しておこう。

問　題

銀60匁を3年間貸した。その人数は未知であるが，各人へ貸した額は等額で3年後に元利合計が105.12匁となった。各人の貸付利率は異なり，その差は年1割であって，貸付利率の和は年6割である。人数は何人か。複利法　　答　3人

解　答

人数をx，最低利率をyとして題意を式に示すと，次の連立方程式を得る。

これから，xを求めればよい。

$$y+(y+0.1)+\cdots\cdots+\{y+0.1(x-1)\}=0.6 \tag{1}$$

$$\frac{60}{x}[(1+y)^3+(1+y+0.1)^3+\cdots\cdots+\{1+y+0.1(x-1)\}^3]=105.12 \tag{2}$$

本問は，算額である関係かと思われるが，利息算としては興味的な変わった問題である。

赤羽千鶴氏は，これを5次式として解かれている[18]が，次のように解を求めることもできる。

上記（1）式を変形すると，

$$xy+\{0.1+0.2+\cdots\cdots+0.1(x-1)\}=0.6$$

となる。

題意から，$y>0$ で，xは2以上の正整数であるから，上式から明らかにxは4より小さい。

まず，$x=3$ とすると，

$$3y+\{0.1+0.2\}=0.6$$

$$\therefore\quad y=0.1 \tag{a}$$

次に，$x=2$ とすると，

$$2y+0.1=0.6$$

$$\therefore\quad y=0.25 \tag{b}$$

（a），（b）をそれぞれ（2）式に代入して検討する。

（a）を試算すると，

$$\frac{60}{3}\times\{(1+0.1)^3+(1+0.2)^3+(1+0.3)^3\}$$

$$=20\times5.2556=105.12$$

（b）を試算すると，

$$\frac{60}{2}\times\{(1+0.25)^3+(1+0.35)^3\}$$

$$=30\times4.4135=132.405$$

従って，明らかに（a）の場合のみ題意に適することを知る。　　答　3人

1）林　鶴一：和算研究集録　上・下　'37～'43 参照。

2）注1），遠藤利貞：増修日本数学史　の書名索引には本書は見当らない。

3）　拙稿：和算における利息算（Ⅱ）　本誌第2巻第1号　'79
　上記論文は，私蔵の「算法利足速成」の巻一，巻四によったものであった。最近山形大学教育学部竹内好男教授の御好意で，同大学蔵書の同巻二，巻三の複写を入手，調査したところ，利息捷表の利率・期数・桁数は推定通りで，ただ掲載が巻二と巻三に少々の異動があったのみである。この点を訂正したおくとともに，所説には何の影響もないことを付記しておく。
4）　拙稿：和算における利息算（Ⅲ）　本誌第4巻第1号　'81
5）　拙稿：和算における利息算（Ⅰ）　本誌第1巻第1号　'78　p. 94 参照。
6）　注5）参照。
　その後，岩田清庸は，この混乱を避ける工夫をしている。（注4）p. 2 参照。
7）　注2）の両書の書名索引に，本書は見当らない。
8）　注4）参照。
9）　塚本文治：金融財政　一般数理　'33　p. 34〔公式12〕の逆数。
　佐藤信吉：単利計算の理論と応用　'63　p. 46　第3法。
10）　佐藤信吉：前掲書　p. 46　第1法。
11）　拙著：新会計数理　'77　p. 32 参照。
12）　注1）下巻　p. 366 参照。
13）　本書より早く出版された「剣持章行：算法利息全書」，本稿（Ⅲ）　p. 6 参照。
14）　赤羽千鶴稿：転換期の和算家　伊藤定太　信濃教育　'39　6月号参照。
15）　検算は，本学経済学部　加藤助教授の協力による。（Facom M 160 F で，小数未満35桁を求めたものによる。）
16）　矢野恒太記念会：矢野恒太伝　1957年 p. 276，著作年表 p. 16 参照。
17）　赤羽千鶴：信濃の和算　'78　p. 296 参照。
18）　注17）p. 297—p. 298 参照。

（1982. 2. 4 稿）