重複世代モデルと貨幣の役割

廣　野　桂　子

1. はじめに

重複世代（overlapping generations）モデルは，アレ（Allais（1947）），サミュエルソン（Samuelson（1958））によって提唱され，社会保障，貨幣の役割，ビジネスサイクル及びラーニングといったマクロ経済学及び財政学の分野で広範囲に応用されている。しかし，重複世代モデルは，競争均衡がパレート最適とならない例，多元均衡の存在する例がロバストに存在するモデルである。

サミュエルソンは競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策として，貨幣の経済への導入を示唆した。世代が重複する経済で，競争市場でパレート最適が達成されないとき，貨幣の経済への導入でパレート最適を達成するというのが重複世代モデルにおける「貨幣の役割」の議論である。Cass, Okuno and Zilcha（1979）は，重複世代モデルにおける「貨幣の役割」のモデルによる分析を行い，Okuno and Zilcha（1983）は，定常的（stationary）な 2 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な定常的な競争均衡の存在を証明した。

当論文の第一の目的は，重複世代モデルを紹介することにある。重複世代モデルは，経済主体が N 期間の生涯を送るモデルで，従って，無期限まで各時点に N 世代が存在するモデルである（$N \geqq 2$, N；定数）。まず，競争均衡がパレート最適とならない点，多元均衡の存在といった重複世代モデルの特徴及び論点を紹介したい。大まかに言って，重複世代モデルの二体系を成す Samuelson（1958）の消費＝ローン（consumption loan）モデル及び資本，生産が入った Diamond（1965）のモデルを紹介したい。又，重複世代モデルにおいて競争均衡がパレート最適には必ずしもならないことを示したい。第二の目的は，競争均衡がパレート最適とならない場合にパレート最適を達成するための貨幣の経済への導入というサミュエルソンが示唆した「貨幣の役割」の議論の，Cass, Okuno and Zilcha（1979）や Okuno and Zilcha（1983）を中心とした展開を示すことである。さらに，今後どのような理論的発展が望まれるかについてふれたい。

第二節では，重複世代モデル及びその特徴，論点を提示する。特に，Samuelson の消費＝

ローン（consumption loan）モデルで，競争均衡がパレート最適には必ずしもならないことを示す。又，資本，生産が入った Diamond のモデルを提示し均衡が「黄金律」を必ずしも達成しないことを示す。第三節では，Cass, Okuno and Zilcha（1979）及び Okuno and Zilcha（1983）を中心に，競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策としての貨幣の経済への導入の議論についての展開を紹介する。第三節では，さらに，Diamond のモデルで，動学的非効率が経済にあるとき，貨幣など本質的に無用な（intrinsically useless）資産のバブルが動学的非効率を除去し，経済は「黄金律」を達成するという議論を，重複世代モデルにおける貨幣の役割のアナロジーとして紹介する。又，貨幣的均衡がどういう条件，仮定の下で存在し，パレート最適になるかについてふれたい。第四節は，結論である。

2. 重複世代モデルとその論点

重複世代モデルは，無期限まで続く経済で，経済主体が N 期間（$N \geqq 2$, N；定数）の生涯を送るモデルである。各時点に一つの世代が生まれ，一つの世代が死ぬ。従って，重複世代モデルは，無期限まで各時点に N 世代（$N \geqq 2$）が存在するモデルである。

サミュエルソン（Samuelson（1958））は競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの簡単な例を示した。経済主体が 2 期間生きる重複世代モデルの例で，若年世代がペリシャブル（perishable）な財を保有し，老年世代の賦存量は 0 である場合，各経済主体の効用は各若年世代が老年世代に財を供給し老後に次の世代から財を受け取ることで増加するにもかかわらず，このようなトレードは市場で生じない。若年世代は老年世代に財を供給しても次期に何も返ってこないため，財を供給しようとは望まない。サミュエルソンは競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策として貨幣の経済への導入（social contrivance of money）を示唆した。Samuelson（1958）以後，なぜ重複世代モデルにおいて競争均衡がパレート最適とならない例が多く発見されているのかについて，議論が続けられてきた。例えば，Geanakoplos and Brown（1982）は，アロー＝デブリュー経済の均衡とサミュエルソンの重複世代モデルの均衡を比較して，無限期で市場がクリヤーしないことが重複世代モデルにおいて競争均衡がパレート最適とならない原因であり，貨幣が正の価値を持つ原因であるとしている。又，貨幣を導入した重複世代モデルの経済の均衡がパレート最適になるのか，パレート最適になるとすればどのような条件（賦存量のパターンや効用関数等）の下においてか，及び，貨幣論としての重要性が議論されてきた。

重複世代モデルの第二の特徴は，ノントリビアルな範囲（nontrivial interval）にわたって多元均衡（multiple equilibria）の存在する重複世代モデルの例がロバストに存在することであ

る。この均衡の多元性（multiplicity 即ち indeterminancy）は，重複世代モデルの第二の謎である。重複世代モデルにおける均衡の多元性については，Geanakoplos（1987）を参照されたい。

重複世代モデルの第三の特徴は，典型的なモデルでは合理的期待か完全予見の仮定が用いられることである。しかし，静学的期待や適応的期待，或いは $p^e_{t+1}=g(p_t, p_{t-1})$（$t$+1 期の期待価格は t 期及び $t-1$ 期の価格の関数）といった一般的な期待の関数を考えることもできる。貨幣の入った重複世代モデルでは，貨幣的均衡が安定か否かは，期待の形成の方式に依存する（Tillman（1983），Benassy and Blad（1989）参照）。

以下では，Samuelson の消費＝ローン（consumption loan）モデル及び資本，生産が入った Diamond のモデルを提示し，重複世代モデルにおいて競争均衡が必ずしもパレート最適とならないことを確認したい。

（1） サミュエルソンの消費＝ローン（consumption loan）モデル

サミュエルソン（Samuelson（1958））の当初の目的は，競争市場におけるすべての経済主体による金利の決定，すなわち金利の一般均衡解の分析であった。モデルの仮定は，次のとおりである。経済は，初期時点から始まり永続する。ペリシャブル（perishable）な財が存在する（インペリシャブル（imperishable）な財は存在しない）。経済主体は N 期間（$N\geqq 2$, N；定数）の生涯を送る（但し，初期時点に既に存在した経済主体は残りの生涯を送る）。世代 A_t は時点 $t\,(t=1,2,\dots)$ に生まれる経済主体の集合である。各経済主体は，生涯の賦存量ベクトル $y=(y^1, y^2,\dots, y^N)$ をもつ（但し，y^i は期間 $i\,(i=1,2,\dots,N)$ における賦存量）。各経済主体 $t\in A_t$ の効用は，各経済主体の生涯消費のベクトル $c_t=(c^1_t, c^2_t,\dots, c^N_t)$ に依存する（c^i_t は消費者 t の期間 $i\,(i=1,2,\dots,N)$ における消費）。効用関数 $u=u(c)$ は連続で微分可能であり，各期の消費の増加関数であると仮定する。又，効用関数は厳密な意味での準凹関数であり，局所的に非飽和であると仮定する。効用関数は稲田の条件（Inada condition）を満たすものとする。

3 期間モデルで，消費者 t の予算制約の下での効用最大化問題は次のようになる。

$$\mathrm{Max}\ u(c^1_t, c^2_t, c^3_t) \quad \mathrm{s.t.}$$

$$c^1_t + c^2_t R_t + c^3_t R_t R_{t+1} = y^1 + y^2 R_t + y^3 R_t R_{t+1} \tag{1}$$

一階の条件と予算制約式から消費財の需要は，

$$c^i_t = c^i(R_t, R_{t+1}) \qquad (i=1,2,3) \tag{2}$$

となる。但し，$R_t=1/(1+r_t)$ で r_t は市場金利である。超過需要で問題を考えるのが好都合であ

り，ここでは負の超過需要である貯蓄を $S_t^i = S^i(R_t, R_{t-1}) = y^i - c^i(R_t, R_{t-1})$ $(i=1,2,3)$ と定義する。時点 t の人口を B_t とする。

財市場における均衡条件は，次の式がすべての時点 t で成立することである。

$$0 = B_t S_1(R_t, R_{t-1}) + B_{t-1} S_2(R_{t-1}, R_t) + B_{t-2} S_3(R_{t-2}, R_{t-1}) \quad (3)$$

ここで $B_t = B_0(1+m)^t$ とする。

サミュエルソンは，社会的最適の条件は競争市場で人口成長率に等しい市場金利に直面する経済主体の最適化の条件に等しいことを主張した。人口構成が一定である社会の社会的最適の問題は，

$$\mathrm{Max}\ u(c_t^1, c_{t-1}^2, c_{t-2}^3) \qquad \text{s.t.}$$

$$c_t^1 + c_{t-1}^2 \frac{1}{1+n} + c_{t-2}^3 \left(\frac{1}{1+n}\right)^2 = y^1 + y^2 \frac{1}{1+n} + y^3 \left(\frac{1}{1+n}\right)^2 \quad (4)$$

で表すことができる。(4)は(1)において $R_t = R_{t-1} = 1/(1+n)$ とした場合と同じ条件，即ち，$S^i(R,R) = y^i - c^i(R,R)$ $(i=1,2,3)$, $R = 1/(1+n)$ をもたらす。従って，パレート最適の条件は競争市場で n に等しい r に直面する経済主体の最適化の条件に等しい。

サミュエルソンは，例を示すことで重複世代モデルでは競争市場でパレート最適が達成されないことを提示した。サミュエルソンは，社会的最適が達成されるためには若年世代の貯蓄が負である必要があると議論した。$y^1=1$，$y^2=1$，$y^3=0$ と仮定する（老人世代は引退するものとする)。社会的最適が達成されるためには，交換（trade）が生じなければならない。交換（trade）が生じなければ経済はアウタルキー（autarchy）にあり，所得のある世代から老人世代への一単位の財の移転を各期で繰り返すことで（代表的個人の）効用を増加することができる。従って，交換が生じなければパレート最適は達成されない。交換が生じるためには，若年世代が過剰消費しており中年世代が若年世代を買収（bribe）して，老人になったとき財を買収した世代からもらうことが必要である。従って，パレート最適が達成されるためには若年世代の貯蓄が負である必要がある。しかし，$u(c) = \sum \log c^i$ $(i=1,2,3)$ と仮定すると n=0 のとき競争均衡は $c^1 = c^2 = c^3 = 2/3$，$\mathrm{S}^1 = 1/3 > 0$ となりパレート最適は達成されない。$S^1 > 0$，$S^2 > 0$ とすると，若者Aが老人Bに財を渡している。Aは老後に若者Cから財を得る。しかし，CはBから財を返してもらえない。従って，市場での交換（trade）は不可能である（サミュエルソンの不可能性定理(impossibility theorem)。従って，市場でパレート最適は達成されない。

経済主体が2期間生きる重複世代モデルで，若年世代は働き老年世代は引退する場合，若年世代は老年世代に財を供給しても次期に何も返ってこないので財を供給しようとは望まないためト

レードは市場で生じない。競争市場で成立する均衡はアウタルキーのみで，パレート最適は達成されない。アウタルキーでは，若年世代から老人世代への一単位の財の移転を各期で繰り返すことで効用を増加できる。

3期間モデルに戻って，$u(c)=\sum \log c^i$ $(i=1,2,3)$ と仮定する。$y^1=1, y^2=1, y^3=0$ とすると，競争市場で成立する貯蓄関数は

$$S_t^1(R_t, R_{t+1})=\frac{2}{3}-\frac{R_t}{3},\quad S_t^2(R_t, R_{t+1})=\frac{2}{3}-\frac{1}{3R_t}$$

$$S_t^3(R_t, R_{t+1})=0-\frac{1}{3R_tR_{t+1}}-\frac{1}{3R_{t+1}}$$

で表される。

$B_t=B$ とすると財市場における均衡条件は，

時点1（初期時点）で　$\frac{2}{3}-\frac{R_1}{3}=0$

時点2で　$\frac{2}{3}-\frac{1}{3R_1}+\frac{2}{3}-\frac{R_2}{3}=0$　（5）

時点 $t(t\geqq 3)$ で　$-\frac{1}{3R_{t-1}R_{t-2}}-\frac{1}{3R_{t-1}}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3R_{t-1}}+\frac{2}{3}-\frac{R_t}{3}=0$

である。時点 $t(t\geqq 3)$ の差分方程式を $R_{t-2}=1=R_{t-1}$ の回りで線型化して均衡値からの乖離 $r_t=R_t-1$ で表すと，$r_{t+2}=3r_{t+1}+r_t$ となる。この方程式では，小さい衝撃で均衡から発散することがわかる。又，（5）より $[R_1, R_2, R_3, \ldots]=[2,\ 3.5,\ 3.2857\cdots, \ldots]$ となり，$R_\infty>1$ である。競争市場でパレート最適は達成されない。時点 $t(t\geqq 3)$ の差分方程式に $R_{t-2}=R_{t-1}=R_t=X$ を代入すると，$(X-1)(X^2-3X-1)=0$ が得られる。意味のある根は $X=(3-\sqrt{13})/2$ であり，負の金利に対応する。

サミュエルソンは，パレート最適を達成する社会的契約としてインペリシャブルな財である貨幣を提言している。貨幣として各世代が受け入れるとすると，若年世代と中年世代は貯蓄をして老後に貨幣を持ちこし，より若い世代に請求することができる。社会保障や税が無くても，貨幣の存在で $n=r$ のパレート最適を達成することができる。人口成長率が n の経済で貨幣量が一定とすると，財の供給は n で増加し価格は n の率で低下する。従って，貨幣の金利は n に等しい。

サミュエルソン（samuelson (1958)）の功績は，マクロ経済学及び財政学の分野で広範囲に応用されている重複世代（overlapping generations）モデルを提唱したことにある。又，厚生経済学の第一定理が成り立たない，即ち，競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルを示すことで，経済学の発展を促進した。重複世代（overlapping generations）モデルの分析と

いう分野を開いた功績は，言うまでもなく，多元均衡（multiplicity）という重複世代モデルの第二の性質の発見も経済学に寄与した。

しかし，資本を入れたモデル，生産を明示的に入れた重複世代モデルへの展開は，Diamond（1965）を待たなければならなかった。経済主体が無限に生きる場合の想定を行なったり（Shell（1971）），アロー＝デブリュー経済の均衡とサミュエルソンの重複世代モデルの均衡の比較を行なう（Geanakoplos and Brown（1982））などの試みで重複世代モデルの解明も進んできた。又，サミュエルソンは競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策として貨幣の経済への導入を示唆したが，そのモデルによる分析は，Cass, Okuno and Zilcha（1979）以降である。さらに，定常的（stationary）な 2 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な定常的（stationary）な競争均衡の存在を証明したのは，Okuno and Zilcha（1983）である。第三節では，Cass, Okuno and Zilcha（1979）及び Okuno and Zilcha（1983）を中心に，競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策としての貨幣の経済への導入の議論についての展開を紹介したい。

（2） ダイヤモンドの重複世代モデル

ダイヤモンド（Diamond（1965））は，サミュエルソン（Samuelson（1958））のモデルを，耐久財である資本を入れて生産を導入した重複世代モデルへ展開した。経済主体は，企業に貸すことで引退後に備えるのである。この経済で，競争均衡は非効率（inefficient）になりえる。

モデルは，以下のとおりである。経済は，永続する。生産関数は，規模に関して収穫不変の生産関数 $F(K, L)$ を仮定する。離散時点（discrete time）で経済を考える。従って，時点 t の資本は時点 $t-1$ の資本と時点 $t-1$ の貯蓄の和である。経済主体は 2 期間の生涯（1 期めに働き，2 期めに引退する）を送る。経済主体の効用 $u(c^1, c^2)$は，生涯に消費する財 $c_t=(c_t^1, c_t^2)$ に依存する。遺産は無いと仮定する。時点 t の人口を L_t とし，$L_t=L_0(1+n)^t$ とする。

中央計画当局の問題は，時点 t の資本と生産量を時点 t の消費と時点 t+1 の資本に分けることであり，時点 t の消費は，さらに若年世代の消費と老年世代の消費に分けられる。即ち，次式が成立する。

$$Y_t+K_t=K_{t+1}+C_t=K_{t+1}+c_t^1L_t+c_t^2L_{t-1} \qquad (6)$$

$$Y_t-(K_{t+1}-K_t)=C_t=c_t^1L_t+c_t^2L_{t-1} \qquad (7)$$

中央計画当局が，資本・労働比率 $k_t=K_t/L_t$ をコンスタントに保つと仮定すると，$K_{t+1}=(1+n)K_t$ となり，総消費は，

$$Y_t - nK_t = C_t = c_t^1 L_t + c_t^2 L_{t-1} \tag{8}$$

を満たす。$y_t = Y_t/L_t$ とすると経済の消費可能性は次の式で表される。

$$y_t - nk_t = C_t/L_t = c_t^1 + c_t^2/(1+n) \tag{9}$$

最大化の問題は，$y_t - nk_t$ の高さを最大にする最適な資本・労働比率 k_t を選ぶことと，$y_t - nk_t$ を若年世代の消費と老年世代の消費に分けることに二分される。最適な資本・労働比率 k_t は，資本の限界生産力が人口成長率に等しい $F_K = n$ の条件で示される。これは，フェルプス（*Phelps* (1961)）等が示した「黄金律」の結果である。「黄金律」の資本・労働比率 k^* より高い資本・労働比率 k' を選べば，経済は動学的に非効率（dynamically inefficient）である。資本の過剰蓄積が生じており，資本を減らすとすべての人の効用が増大する。このとき，時点 t の消費を増やして資本を減らし，時点 t+1 以後の資本を k' より低くすると，時点 t 以後の総消費は増大する。この消費の増大が各時点の c^1，c^2 に分けられると，各世代の効用が増大する。

競争市場では，以下の関係が成立している。時点 t に生まれた経済主体は，第 1 期に労働の限界生産力に等しい賃金 w_t をもらい，金利を所与として，効用を最大化するように c_t^1，c_t^2 に配分する。第 1 期には賃金と資本市場で貸す量の差である $c_t^1 = w_t - s_t$ を消費し，第 2 期には貯蓄の元利合計である $c_t^2 = (1 + r_{t+1})s_t$ を消費する。貯蓄される量は，賃金と金利の関数であり，

$$s_t = s(w_t, r_{t+1}) \tag{10}$$

と示される。$0 < \partial s/\partial w < 1$ を仮定する。資本の需要者は企業であり，均衡金利は資本の限界生産力に等しい。

規模に関して収穫不変の生産関数 $F(K, L)$ は，資本及び労働の限界生産力の関係を示す次の要素価格フロンティアを示す。

$$w_t = \phi(r_t) \tag{11}$$

資本市場では，資本の供給は，貯蓄関数の和で以下のように示される。

$$S_t = s_t L_t = L_t s(w_t, r_{t+1})$$

資本の需要は，

$$r_{t+1} = f'(K_{t+1}/L_{t+1}) \tag{12}$$

で示される。

資本の需要曲線と供給曲線から，資本市場の均衡は，

$$r_{t+1}=f'(S_t/L_{t+1})=f'(s(w_t, r_{t+1})/(1+n)) \tag{13}$$

となる。

需要曲線は負の勾配をもつが，供給曲線の勾配は正負のいずれにもなりえる。需要曲線の勾配と供給曲線の勾配の大小関係によって，二つのケースに分けることができる（図1参照)。図2の右図の正常なケースでは，賃金 w_t の上昇で貯蓄関数が右にシフトし，均衡貯蓄が増加する。左図のケースでは，賃金 w_t の上昇で貯蓄関数が右にシフトし，均衡貯蓄は減少する。賃金のレベルを変化させることで，均衡金利をたどると，

$$r_{t+1}=\phi(w_t) \tag{14}$$

の関係が求まる。$\partial r_{t+1}/\partial w_t<0$ を仮定する。

図 1

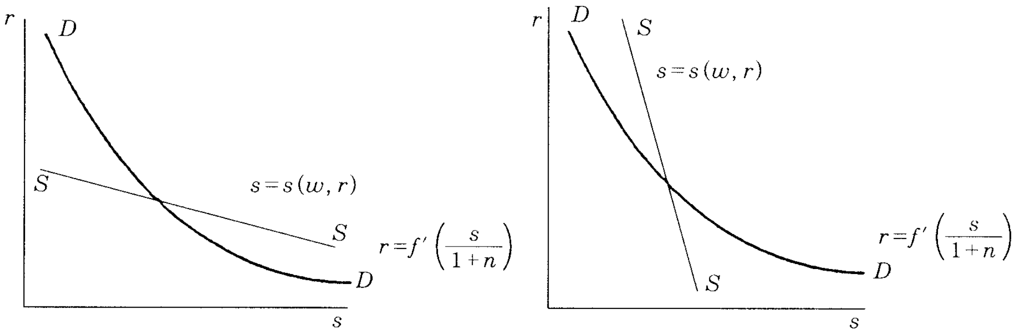
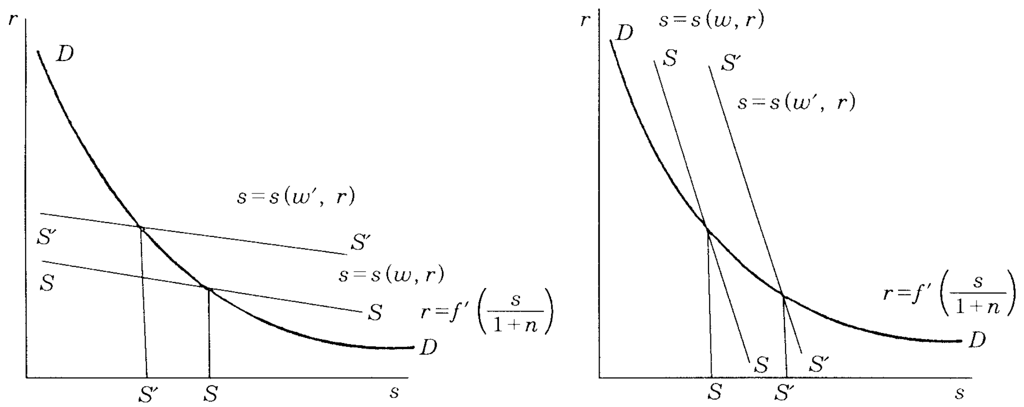


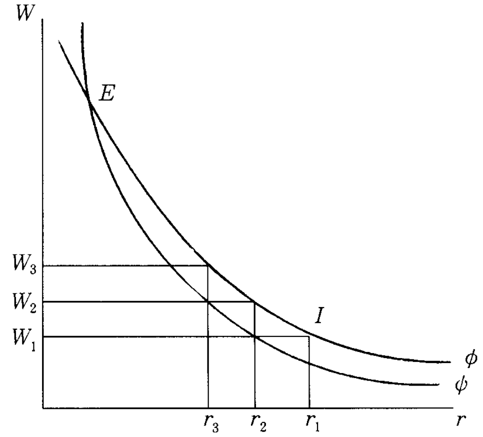
図 2



競争均衡は，今，要素価格フロンティアである $w_t=\phi(r_t)$，及び，$r_{t+1}=\phi(w_t)$ から求まる。図3に示されたように，経済には唯一の安定的な均衡が存在すると仮定する。その安定条件は，

$$0<\partial r_{t+1}/\partial r_t=\phi'\phi'=\frac{-kf''(\partial s/\partial w)}{1+n-f''(\partial s/\partial r)}\leq 1$$

図 3



である。但し，経済が時点を追って移行するのは(11)式の金利が r_t で，(14)式の金利が r_{t+1} になっているためである。

ダイヤモンドは，例を示すことによって，競争均衡が「黄金律」と必ずしも一致しないことを提示した。コブ＝ダグラス型の生産関数及び効用関数を仮定する。効用関数は，

$$u(c^1, c^2) = \beta \log c^1 + (1-\beta)\log c^2$$

であるとする。従って，貯蓄関数は，$s=(1-\beta)w$ となる。よって，$y=Ak^\alpha$ を満たす生産関数で ψ は，

$$r_{t+1} = \alpha A\left(\frac{(1-\beta)w_t}{1+n}\right)^{\alpha-1}$$

となる。要素価格フロンティアである ϕ は，$w_t=(1-\alpha)\alpha^{\alpha/1-\alpha}A^{1/1-\alpha}r_t^{\alpha/\alpha-1}$ である。従って，

$$r_{t+1} = \left(\frac{\alpha(1+n)}{(1-\beta)(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} r_t^\alpha$$

となる。長期均衡は，次式を満たす。

$$r^E = \lim_{t\to\infty} r_t = \frac{\alpha(1+n)}{(1-\beta)(1-\alpha)}$$

よって，$n=\alpha/[(1-\beta)(1-\alpha)-\alpha]$ である場合を除けば，長期均衡は「黄金律」と一致しない。

ダイヤモンド（Diamond（1965））の功績は，第一に，サミュエルソン（Samuelson（1958））のモデルを，耐久財である資本を入れて生産を導入した重複世代モデルへ展開したことにある。又，Diamond（1965）のモデルは，財政政策の効果，社会保障及びマクロ経済学一般の分野で応用されている。第二に，この生産を導入した重複世代モデルの経済で，競争均衡は動学的非効率（dynamically inefficient）になりえることを示したことである。競争均衡は，金利が人口

成長律に等しい「黄金律」と必ずしも一致しないのである。第三節では，経済が動学的非効率（dynamically inefficient）であるとき，バブル（bubbles）の存在が動学的非効率を取り除き，経済は「黄金律」の均衡にいくという Tirole（1985）の議論も紹介したい。

3. 重複世代モデルにおける貨幣の役割についての議論の展開

サミュエルソン（Samuelson（1958））は，重複世代モデルを提示し，競争均衡がパレート最適とならない例を示した。そして，競争均衡がパレート最適とならないことの解決策として貨幣の経済への導入を示唆した。第二節で述べたとおり，そのモデルによる分析は Cass, Okuno and Zilcha（1979）以降であり，定常的（stationary）な 2 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な定常的（stationary）な競争均衡の存在を証明したのは，Okuno and Zilcha（1983）であった。当節では，サミュエルソンに続く重複世代モデルにおける貨幣の役割に関する議論の展開を示したい。さらに，生産を明示的に入れたダイヤモンド（Diamond（1965））の重複世代モデルにおいて，動学的非効率があるときに，貨幣など本質的に無用な（intrinsically useless）資産のバブルが動学的非効率を除去するという議論を，簡単に紹介したい。又，どのような条件のときに貨幣的均衡が存在し，パレート最適であるかにふれ，その条件は，とりわけ，3 期間以上のモデルでは，未だに確定していないことを述べたい。

（1） 重複世代モデルにおける貨幣の役割の分析の展開

重複世代モデルにおける貨幣の役割を説明した研究に，Cass and Yaari（1966)及び Shell（1971）がある。経済の初期時点に「貨幣」が存在するものとする。すべての世代 A_t $(t=1,2,\ldots)$ が「貨幣」の価値を認めるものとする。時点 1 の老人世代が「貨幣」を賦存量として持つとする。時点 1 の老人世代は時点 1 の若年世代に「貨幣」を供給して若年世代から財をもらう。時点 1 の若年世代は貯蓄した「貨幣」で時点 2 に老人世代になったときに次世代から財を買う。将来時点にわたって「貨幣」と財の売買及び「貨幣」の貯蓄が繰り返されるものとする。財が後方の世代から渡され，均衡はパレート最適になる。貨幣経済では「欲望の二重の一致」は必要なく，「貨幣」は仲介（intermediation）をする。又，「貨幣」は「価値の保蔵手段」として働く。貨幣の役割は，自発的な財の移転を通じてパレート最適を達成することである。

重複世代モデルにおける競争均衡のパレート最適性の維持という貨幣の役割の分析をさらに進めたものに，Cass, Okuno and Zilcha（1979）がある。Cass, Okuno and Zilcha（1979）のモデル及びオファーカーブは，重複世代モデルにおける競争均衡のパレート最適性の維持という貨幣の役割の分析や重複世代モデルにおける貨幣的均衡の安定性（Grandmond（1983）参照），

グランドモン（Grandmond（1985））によって研究された内生的サイクル（endogeneous cycle）等の議論に利用された。

Cass, Okuno and Zilcha（1979）の第一の結論は，貨幣的均衡はパレート最適な非貨幣的均衡が存在しないときのみ存在し，又，貨幣的均衡が存在するとき貨幣的均衡はパレート最適であるというものである。第二の結論は，（選好及び賦存量において）同質的な経済主体を仮定しないとき一定の貨幣の供給によって競争均衡はパレート最適にならないというものである。

モデルは，次のとおりである。経済は，初期時点 $(t=1)$ から始まり永続する。各時点でペリシャブルな財及びインペリシャブルな貨幣が存在する。経済主体は 2 期間の生涯を送る（但し，初期時点に既に存在した経済主体は残りの生涯を送る）。世代 G_t は時点 t（$t=1,2,\ldots$）に生まれる経済主体の集合である（但し，初期時点に既に存在した世代は G_0 で示す）。各世代に属する各経済主体 $h\in G_t$ の効用は，生涯に消費する財－$h\in G_0$ にとっては $c_{h0}=c_{h0}^2$，$h\in G_t$ にとっては $c_{ht}=(c_{ht}^1, c_{ht}^2)$－に依存する。効用関数 $u_h=u_h(c_h)$ は少なくとも連続で準凹関数であり，局所的に非飽和であると仮定する。各経済主体は，生涯の賦存量ベクトル－$h\in G_0$ にとっては $y_{h0}=y_{h0}^2$，$h\in \mathrm{G}_t$ にとっては $y_{ht}=(y_{ht}^1, y_{ht}^2)$－をもつ。$G_0$ に属する各経済主体は貨幣の賦存量 $m_h>0$ を時点 1 に受け取る。$\sum_{h\in G_0} m_h=1$ とする。各経済主体は，財及び貨幣を直物及び一期間の先物市場で完全予見の価格 p_t と p_m で売買できる。

経済主体の最適化問題は，

$$h\in G_0 \text{ にとっては}\quad \mathrm{Max}\ u_h(c_{h0}) \quad \text{s.t.}\quad c_{h0}^2 \leqq y_{h0}^2+p_m m_h,\quad c_{h0}^2\geqq 0 \tag{15}$$

$$h\in G_t \text{ にとっては}\quad \mathrm{Max}\ u_h(c_h) \quad \text{s.t.}\quad p_t c_{ht}^1+p_{t+1}c_{ht}^2 \leqq p_t y_{ht}^1+p_{t+1}y_{ht}^2,\quad c_h\geqq 0 \tag{16}$$

となる。

競争均衡は，正の財の価格，非負の貨幣の価格及び市場をクリヤーする消費，即ち $t\geqq 1$ について

$$\sum_{h\in G_{t-1}}(c_{ht-1}^2-y_{ht-1}^2)=-\sum_{h\in G_t}(c_{ht}^1-y_{ht}^1)$$

を満たす消費の組である。

$p_m=0$ である競争均衡は非貨幣的均衡，$p_m>0$ である競争均衡は貨幣的均衡である。競争均衡

に対応する生涯消費を競争配分（competitive allocation）と呼ぶ。実行可能な配分（feasible allocation）とは，次式を満たす非負の生涯消費の組である。

$$\sum_{h\in G_{t-1}} c^2_{ht-1} + \sum_{h\in G_t} c^1_{ht} \leqq \sum_{h\in G_{t-1}} y^2_{ht-1} + \sum_{h\in G_t} y^1_{ht}$$

実行可能な配分 $\{c'_h\}$ は

すべての $h\geqq 0$ について　$u_h(c''_h)\geqq u_h(c'_h)$　かつ

ある $h\geqq 0$ について　$u_h(c''_h)>u_h(c'_h)$

を満たす他の実行可能な配分 $\{c''_h\}$ が存在しないとき，パレート最適である。

$z_t=$ 世代 $t-1$ の 2 期めにおける財の超過需要

$=\sum_{h\in G_{t-1}}(c^2_{ht-1}-y^2_{ht-1})=-\sum_{h\in G_t}(c^1_{ht}-y^1_{ht})$

$=$ 世代 t の 1 期めにおける財の超過供給

$g_t=\{(z_t, z_{t-1}):(z_t, z_{t-1})=(c^1_{ht}, c^2_{ht})$ がある $(p_t, p_{t+1})>0$ 及び $h\in G_t$ について(16)の最適解である

$\sum_{h\in G_t}(-(c^1_{ht}-y^1_{ht}),(c^2_{ht}-y^2_{ht}))\}$

$=$ 世代 t のオファーカーブ

と定義する。$z_1=\sum_{h\in G_0}(c^2_{h0}-y^2_{h0})=\sum_{h\in G_0}p_m m_h=p_m$ であり，$\sum_{h\in G_t}y^1_{ht}=y>0$ とできることに注意しよう。競争均衡は，$z_1\geqq 0$ 及び $t\geqq 1$ について $(z_t, z_{t-1})\in g_t, z_t\leqq y$ によって表すことができる。但し，我々のオファーカーブでは $z_t\geqq 0, z_{t+1}\geqq 0$ である。さらに，$z_{t-1}/z_t=p_t/p_{t-1}=1+r_t$（$r_t$: 時点 t から時点 $t+1$ への実質収益率）。

サミュエルソンの議論は，以上のモデルの特殊なケースとして示すことができる。即ち，サミュエルソンのケースでは，各世代は一人の経済主体から成り，$h\in G_0$ 以外の各経済主体の効用関数は同一である。又，効用関数は微分可能であり，各期の消費の増加関数であり，厳密な意味での準凹関数である。効用関数は稲田の条件（Inada condition）を満たす。財の賦存量は正で各経済主体で同一である。

オファーカーブは $t\geqq 1$ について，

$$g_t=\left\{(z_t, z_{t+1}):(-z_t, z_{t-1})\geqq -(y^1, y^2),\ \text{ある } (p_t, p_{t+1})>0 \text{ について}\right.$$

$$-p_t z_t+p_{t+1}z_{t+1}=0$$

$$\left.\frac{\partial u(-z_t+y^1, z_{t+1}+y^2)}{\partial c^1}\Bigg/\frac{\partial u(-z_t+y^1, z_{t-1}+y^2)}{\partial c^2}=\frac{p_t}{p_{t-1}}\right\}$$

である。

$\dfrac{\partial u(y^1, y^2)}{\partial c^1}\Big/\dfrac{\partial u(y^1, y^2)}{\partial c^2}=1+r\geqq 1$ のとき，非貨幣的均衡は唯一つ存在し，$p_1=1$，$p_t/p_{t+1}=$

$1+r_t=1+r$, $p_m=0$ で支えられてアウタルキーの配分を生み出す。オファーカーブは，原点における傾きが 1 より小のとき，即ち，

$\dfrac{\partial u(y^1, y^2)}{\partial c^1} \Big/ \dfrac{\partial u(y^1, y^2)}{\partial c^2}=1+r<1$ のとき，45°線に第一象限で一度だけ交差する。このとき唯一の定常的な（stationary）貨幣的均衡が存在し，$p_1=1, p_t/p_{t+1}=1+r_t=1, p_m=p_m^*$ で支えられて交換の配分（trading allocation）を生み出す。

図 4　サミュエルソンのモデルにおける潜在的競争均衡：唯一のアウタルキーの均衡

$$\frac{\partial u(y^1,\ y^2)}{\partial c^1} \Big/ \frac{\partial u(y^1,\ y^2)}{\partial c^2}=1+r\geqq 1$$

1 a　消費者の行動　　1 b　動学的システム

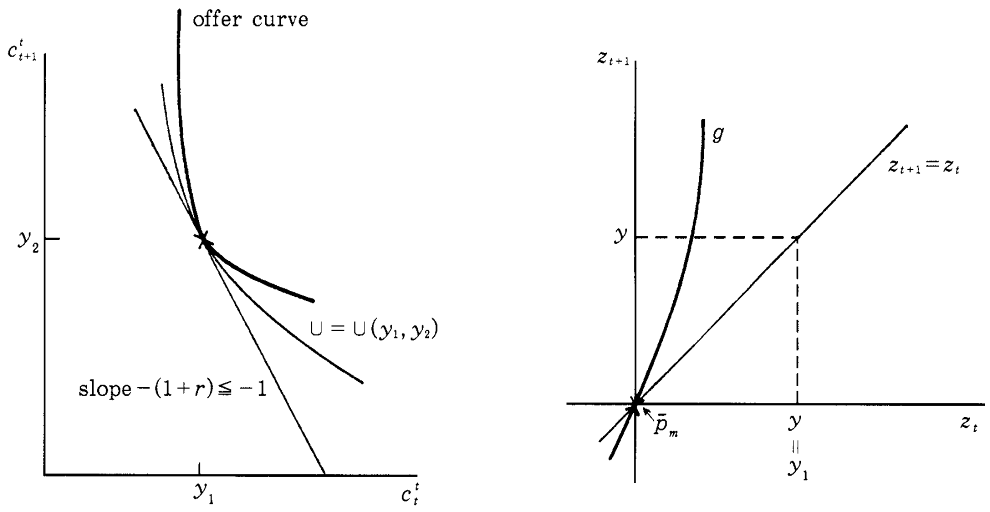


図 5　サミュエルソンのモデルにおける潜在的競争均衡：貨幣的均衡

$$\frac{\partial u(y^1,\ y^2)}{\partial c^1} \Big/ \frac{\partial u(y^1,\ y^2)}{\partial c^2}=1+r<1$$

2 a　消費者の行動　　2 b　動学的システム

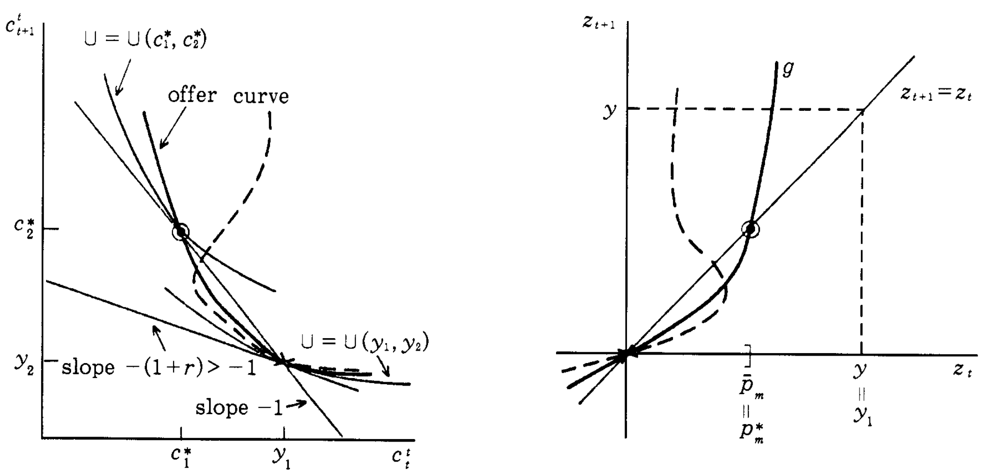


図 6　定常的な（◎）及び非定常的な（・・・）貨幣的均衡の例

3a　正常なケース　　　　3b　異常なケース

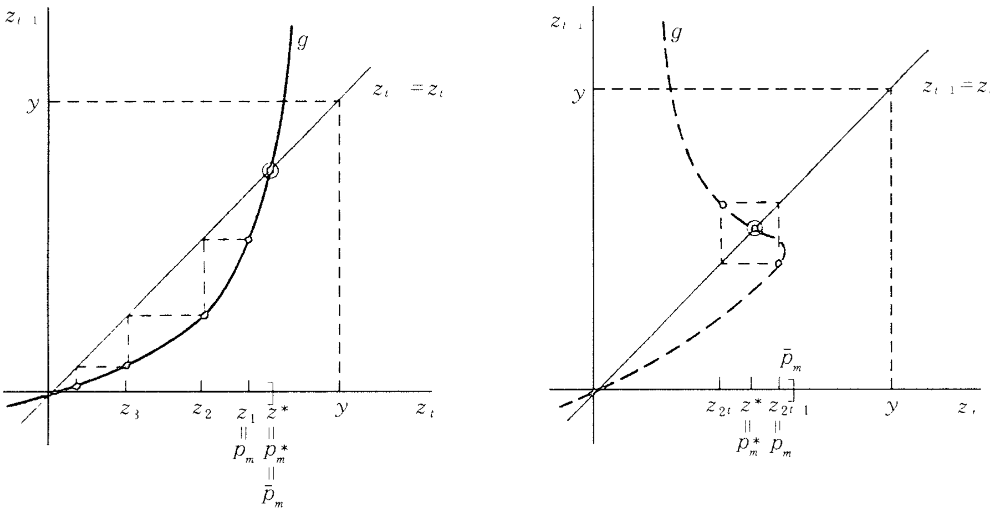


図 6 の「正常なケース」では，唯一存在する貨幣的均衡は不安定である。「異常なケース」では，Cass, Okuno and Zilcha は競争均衡が 2 期間のサイクルを示す例を挙げている。

Azariadis and Guesnerie（1984）等の研究では，オファーカーブが後方に屈折し 45° 線と絶対値で 1 以下の傾きで交差する場合，貨幣的均衡は安定であり，収束する多元均衡が存在し，又，このとき，経済は 2 期間のサイクルを持つことがあることがわかった。Grandmond（1985）は，3 期間のサイクルの存在を示した。$m_t=f(m_{t-1})$（但し，$m_t=z_t$）とすると $f(\cdot)$ は 3 期間のサイクルを生じる。このとき，「サルコフスキーの定理」から，すべての期間のサイクルが存在する。これは，経済学におけるカオス（Chaos）の理論の適用例である。

Cass, Okuno and Zilcha（1979）に戻って，$1+r \geqq 1$ のとき非貨幣的均衡がパレート最適であり，$1+r<1$ のとき定常的な（stationary）貨幣的均衡がパレート最適である。但し，「異常なケース」では，2 期間のサイクルを示す貨幣的均衡はパレート最適である。選好及び賦存量における非定常性（nonstationarity）を仮定するとき，貨幣の存在によって競争均衡はパレート最適にならない。これは，パレート最適を達成するための貨幣の供給や徴収といったコンスタントな政府の介入の必要性を示唆するものであると，Cass, Okuno and Zilcha は主張している。

（2）　2 期間モデルのパレート最適な定常状態の競争均衡の存在の証明

Okuno and Zilcha（1983）は，定常的（stationary）な 2 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な定常状態（steady state）の競争均衡の存在を証明した。又，次のことを示した。もし，最適な定常状態（steady state）に伴う金利が人口成長率に等しければ，最適な定常状態が競争均衡となるためには貨幣が必要である。最適な定常状態（steady state）に伴う金利が人

口成長率より大きければ貨幣は必要でない。モデルは，次のとおりである。経済は，初期時点 $(t=1)$ から始まり永続する。各時点でペリシャブルな財が k $(k\geqq 1)$ 存在し，インペリシャブルな貨幣が存在する。経済主体は 2 期間の生涯を送る（但し，初期時点に既に存在した経済主体は残りの生涯を送る)。世代 G_t は時点 t $(t=1,2,\ldots)$ の始めに生まれる経済主体の集合である（但し，初期時点に既に存在した世代は G_0 で示す)。各世代には，n 種類の経済主体（n はコンスタント）が居り，世代 G_t に属する第 i $(i=1,\ldots,n)$の経済主体を (i,t) で示す。経済主体 (i,t) の特徴が，経済主体 (i,t') の特徴に等しい定常的な経済を扱うことにする。経済主体 (i,t) の効用 u_t は，生涯に消費する財—$i\in G_0$ にとっては $c_{t0}=c^2_{t0}$，$i\in G_t$ にとっては $c_{it}=(c^1_{it},c^2_{it})$—に依存する。効用関数 u_t は連続で厳密な意味での準凹関数であり，各期の消費の増加関数であると仮定する。各経済主体は，生涯の賦存量ベクトル—$i\in G_0$ にとっては $y_{t0}=y^2_{t0}$, $i\in \mathrm{G}_t$ にとっては $y_t=(y^1_t,y^2_t)$—をもち，賦存量は正で $\sum_t y^1_t\gg 0$ である。G_0 に属する経済主体は貨幣の賦存量 $m_{t0}\geqq 0$ を時点 1 に受け取る。$\sum_t m_{t0}>0$ とする。各経済主体は，財及び貨幣を市場で価格 p_t と p_m で売買できる。若年世代は，同じ世代が IOU を受け入れる限り，IOU を発行して取引費用なしで金を借りることができる。

経済主体の最適化問題は，次のとおりである。

$$
i\in G_t \text{ にとっては} \quad \begin{aligned}&\mathrm{Max}\ u_t(c_{it}) \qquad \text{s.t.}\\ &p_t c^1_{it}+p_{t+1}c^2_{it}\leqq p_t y^1_t+p_{t+1}y^2_t\\ &c_{it}\geqq 0\end{aligned} \tag{17}
$$

$$
i\in G_0 \text{ にとっては} \quad \begin{aligned}&\mathrm{Max}\ u_{t0}(c_{t0}) \qquad \text{s.t.}\\ &p_1 c^2_{t0}\leqq p_1 y^2_{t0}+p_m m_{t0}\\ &c^2_{t0}\geqq 0\end{aligned} \tag{18}
$$

$c_t(p_t,p_{t+1})\equiv(c^1_t(p_t,p_{t+1}),c^2_t(p_t,p_{t+1}))$ を(17)の解とする。超過需要関数を $z_t(p_t,p_{t+1})\equiv(z^1_t(p_t,p_{t+1}),$ $z^2_t(p_t,p_{t+1}))=c_t(p_t,p_{t+1})-y_t$ と定義する。このとき，

$$
p_1 z_{t0}(p_1,p_m)=p_m m_{t0} \tag{19}
$$

$$
pz^1_t(p,q)+qz^2_t(p,q)=0 \tag{20}
$$

が成立する。

競争均衡は，正の財価格 (p^*_t)，非負の貨幣の価格 (p^*_m)，及び実行可能な最適な生涯消費の組である。即ち，次のように表される。

$$\sum_{i=1}^{n}(c_{it}^{*1}+c_{i(t-1)}^{*2}) \leqq \sum_{i-1}^{n}(y_i^1+y_i^2) \qquad t=1,2,\ldots \tag{21}$$

$$c_{it}^{*}=z_i(p_t^{*},p_{t+1}^{*})+y_i \qquad (\text{すべての } i,\ t=1,2,\ldots \text{ について}) \tag{22}$$

$$c_{i0}^{*}=z_{i0}(p_1^{*},p_m^{*})+y_{i0} \qquad (\text{すべての } i \text{ について}) \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\{z_i^2(p_{t-1}^{*},p_t^{*})+z_i^1(p_t^{*},p_{t+1}^{*})\}=0 \qquad (\text{すべての } t=2,3,\ldots \text{ について}) \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\{z_{i0}(p_1^{*},p_m^{*})+z_i^1(p_1^{*},p_2^{*})\}=0 \tag{25}$$

$p_m=0$ である競争均衡は非貨幣的均衡，$p_m>0$ である競争均衡は貨幣的均衡である。実行可能な配分 $\{c_{it}\}$ は，すべての (i,t) について $u_i(c'_{it})\geqq u_i(u_{it})$，かつ，ある (h,τ) について $u_h(c'_{h\tau})>u_h(c_{h\tau})$ を満たす他の実行可能な配分 $\{c'_{it}\}$ が存在しないとき，パレート最適である。

財の価格 (p_t) は $p_t=\rho^{t-1}p$ $(t=1,2,\ldots)$ のとき定常的価格（stationary prices）と呼ばれる（但し，p は相対価格で，$1/\rho$ は金利のファクター $(\rho>0)$ である)。実行可能な配分 $\{c_{it}\}$ は，すべての $t,\tau=1,2,\ldots$ について $c_{it}=c_{i\tau}$ のとき定常的配分（stationary allocation）と呼ばれる。競争均衡は価格（従って，配分）が定常的であるとき，定常的均衡と呼ばれる。

$S=\{p\in R^k \mid \sum_j p_j=1\}$ 及び $S\ \ =S\cap R^k_{++}$，$p\in S^+$ とする。$z^1(p,\rho)=\sum_{i=1}^{n}z_i^1(p,\rho p)$，$z^2(p,\rho)=\sum_{i=1}^{n}z_i^2(p,\rho p)$ と定義する。(p^*,ρ^*) は，$z^1(p^*,\rho^*)+z^2(p^*,\rho^*)=0$ を満たすとき定常状態（steady state）であるという。

Okuno and Zilcha（1983）の第一の結論は，定常状態（steady state）の存在についてである。即ち，$0<\rho^*\leqq 1$，$p^*\cdot z^2(p^*,\rho^*)\geqq 0$，及び，$(1-\rho^*)p^*\cdot z^2(p^*,\rho^*)=0$ を満たす定常状態が存在するというものである。従って，最適な定常状態に伴う金利 $(1/\rho^*-1)$ が人口成長率に等しければ，最適な定常状態が競争均衡となるためには貨幣が必要である。最適な定常状態に伴う金利が人口成長率より大きければ，貨幣は必要でない。第二の結論は，存在が証明された定常状態はパレート最適であるということである。第三の結論は，財が一種類 $(k=1)$ のとき，又は，各世代に一種類の経済主体がいてその効用関数が $u_i(c_i^1,c_i^2)=u_i^1(c_i^1)+u_i^2(c_i^2)$ 及び $u_{i0}=u_i^2$ であるとき，パレート最適な定常的な（stationary）競争均衡が存在することである。

（3） バブルによる動学的非効率の除去

第二節で示したように，ダイヤモンド（Diamond（1965））の重複世代モデルでは，経済は必ずしも「黄金律」にあるのではない。「黄金律」よりも資本が過剰に蓄積された動学的非効率があるときには，貨幣など本質的に無用な（intrinsically useless）資産のバブルが動学的非効率を除去するという議論を Tirole（1985）が展開している。バブルによる動学的非効率の除去の議論を，重複世代モデルにおける貨幣の役割のアナロジーとして紹介したい。

モデルは，Diamond（1965）の重複世代モデルである。Diamond のモデルでは，バブルがなければ次の式が成立している。

$$K_{t+1}-K_t=N_t s(w_t, r_{t+1}) \tag{26}$$

よって，N_t で割ると，

$$(1+n)k_{t+1}=s(w_t, r_{t-1}) \tag{27}$$

となる。w_t は k_t に依存し r_{t+1} は k_{t+1} に依存しているため，

$$(1+n)k_{t+1}=s(k_t, k_{t+1}) \tag{28}$$

となる。

貨幣など本質的に無用な（intrinsically useless）資産，即ち，レントの割引現在価値がゼロの資産が M 枚あるとする。経済主体は，資本かバブル（本質的に無用な資産）の形で貯蓄する。裁定の条件から，次式が成立する。

$$1+f'(k_{t+1})=\frac{p_{t+1}}{p_t} \tag{29}$$

バブルの総価値は，$B_t=Mp_t$ である。(29)式から，

$$B_{t+1}=B_t\{1+f'(k_{t+1})\}$$

となる。一人当たりのタームに直して，

$$b_{t+1}=\frac{b_t\{1+f'(k_{t+1})\}}{1+n} \tag{30}$$

となる。財市場の均衡条件は，一人当たりのタームで次のようになる。

$$k_{t+1}=\{(1+n)^{-1}s(k_t, k_{t+1})-b_t\} \tag{31}$$

(30)式と(31)式が k と b による経済の動学を示す。但し，$k_t \geqq 0, b_t \geqq 0$ である。

「黄金律」に対応する資本・労働比率を k^* とする。バブルのないダイヤモンドの経済に対応する資本・労働比率を k' とする。経済が $k^*>k'$ である動学的に効率的な（dynamically efficient）場合，定常状態で正の価値をもつバブルは存在しない。経済が $k^*<k'$ である動学的に非効率な（dynamically inefficient）場合，定常状態で(30)式と(31)式の交点が $b>0$ で存在する。即ち定常状態で正の価値をもつバブルが存在する。このとき，金利は n となり，バブルが動学的非効率を除去し，経済は「黄金律」にある（(30)式で $b_{t+1}=b_t=b$ とおくと $f'(k_{t+1})=n$ と

なる)。経済が動学的に非効率な場合，経済主体がバブルの形で貯蓄すると，資本蓄積が減少するのである。バブルが確率的な場合（stochastic bubbles）については，Weil（1987）を参照されたい。

（4） 貨幣的均衡の存在の条件

貨幣的均衡は，どのような条件，仮定が成り立つときに存在し，パレート最適になるのであろうか。第一に，非定常的（nonstationary）な経済では，貨幣的均衡がパレート最適になる保証はない。Cass, Okuno and Zilcha（1979）の結論は，選好及び賦存量において同質的な経済主体を仮定しないとき，一定の貨幣の供給によって競争均衡はパレート最適にならないというものである。又，Okuno and Zilcha（1983）の結論は，財が一種類 ($k=1$) のとき，又は，各世代に一種類の経済主体がいてその効用関数が $u_t(c_t^1, c_t^2)=u_t^1(c_t^1)+u_t^2(c_t^2)$ 及び $u_{t0}=u_t^2$ であるとき，パレート最適な定常的な（stationary）競争均衡が存在することである。

第二に，重複世代モデルは，無期限まで続く経済で，経済主体が N 期間（$N \geqq 2, N$；定数）の生涯を送るモデルであるが，N が無限大にならないことである。Shell（1971）は，経済主体が無限に生きる場合，重複世代モデルの競争均衡はパレート最適になることを示した。このとき，明らかに貨幣の価値はゼロになる。

第三に，貨幣より収益の高い他の資産が存在しないことが，貨幣が価値をもつ条件である。Wallace（1980）の分析によると，名目貨幣ストックが成長し，経済に貯蔵（storage）があるとき，財を貯蔵したときの収益率が貨幣の収益率より高ければ，貨幣的均衡は存在しない。貨幣的均衡の存在のためには，貨幣の成長率は大きすぎてはいけない。

しかしながら，重複世代モデルでは，どのような条件の下で貨幣的均衡が存在し，パレート最適になるのかは，とりわけ，3 期間以上のモデルでは，未解決の問題である。3 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な貨幣的均衡の存在と貯蓄のパターンについては，廣野（1992）を参照されたい。

4．結　　論

マクロ経済学及び財政学の分野で広範囲に応用されている重複世代（overlapping generations）モデルは，アレとサミュエルソンによって提唱された。重複世代モデルは，経済主体が N 期間の生涯を送るモデルで，従って，無期限まで各時点に N 世代が存在するモデルである ($N \geqq 2, N$；定数)。重複世代モデルの特徴は，競争均衡がパレート最適とならない例，多元均衡の存在する例がロバストに存在することである。

サミュエルソン（Samuelson（1958））は競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの簡単な例を示した。又，サミュエルソンは競争均衡がパレート最適とならない重複世代モデルの解決策として，貨幣の経済への導入を示唆した。Samuelson のモデルに，資本，生産を入れた Diamond のモデルにおいては，均衡が「黄金律」を必ずしも達成しない。Diamond のモデルに関しては，動学的非効率が経済にあるとき，貨幣など本質的に無用な資産のバブルが動学的非効率を除去し，経済は「黄金律」を達成するという議論がある。

競争市場でパレート最適が達成されないとき，貨幣の経済への導入でパレート最適を達成するというのが重複世代モデルにおける「貨幣の役割」の議論である。Cass, Okuno and Zilcha（1979）は，重複世代モデルにおける「貨幣の役割」の分析を，さらに進めた。又，Cass, Okuno and Zilcha（1979）は，重複世代モデルにおける「貨幣の役割」の分析に多く使われるモデル及びオファーカーブを提示した。Cass, Okuno and Zilcha（1979）の第一の結論は，貨幣的均衡はパレート最適な非貨幣的均衡が存在しないときのみ存在し，又，貨幣的均衡が存在するとき貨幣的均衡はパレート最適であるというものである。第二の結論は，選好及び賦存量において同質的な経済主体を仮定しないとき，一定の貨幣の供給によって競争均衡はパレート最適にならないというものである。Okuno and Zilcha（1983）は，定常的な 2 期間の重複世代モデルにおけるパレート最適な定常的な競争均衡の存在を証明した。

貨幣的均衡は，非定常的な経済では，パレート最適になる保証はない。経済主体が無限の生涯をもつ場合，貨幣の価値はゼロになる。又，貨幣より収益の高い他の資産が存在しないことが，貨幣が価値をもつ条件である。しかし，貨幣的均衡がどういう条件，仮定の下で存在し，パレート最適になるのかということは，特に 3 期間以上のモデルでは未解決の問題であり，この分野における研究の発展が望まれる。

〈参考文献〉

Allais, M., *Economie et Interest,* Paris: Imprimerie Nationale, 1947.

Arrow, K.J. and Hahn, F.H., *General Competitive Analysis,* Sanfrancisco: Holden-Day, 1971.

Azariadis, C. and Guesnerie, R., "Sunspots and Cycles," CARESS Working Paper 83–22R, University of Pennsylvania, March 1984.

Balasko, Y., Cass, D. and Shell, K., "Existence of competitive equilibrium in a general overlapping-generations model, *Journal of Economic Theory,* Vol.23, 1980, pp.307–322.

Balasko, Y. and Shell, K., "The overlapping-generations model, I: The case of pure exchange without money," *Journal of Economic Theory,* Vol.23, 1980, pp.281–306.

――――――――――, "The overlapping-generations model, II: The case of pure exchange with money," *Journal of Economic Theory,* Vol.24, 1981, pp.112–142.

Benassy, J-P and Blad, M.C., "On learning and rational expectations in an overlapping generations model," *Journal of Dynamics and Control,* Vol.13, 1989, pp.379–400.

Benveniste, L.M. and Cass, D., "On the existence of optimal stationary equilibria with a fixed supply of fiat money: I. The case of a single consumer," *Journal of Political Economy,* Vol.94, No.2, 1986, pp.402–417.

Cass, D., Okuno, M. and Zilcha, I., "The role of money in supporting the pareto optimality of competitive equilibrium in consumption-loan type models," *Journal of Political Economy,* Vol.20, 1979, pp.41–80.

Cass, D. and Yaari, M.E., "A re-examination of the pure consumption loan models," *Journal of Political Economy,* Vol.74, No.2, 1966, pp.353–367.

Diamond, P., "National Debt in a Neo-Classical Growth Model," *American Economic Review,* Vol.55, 1965, pp.1126–1150.

Gale, D., "Pure exchange equilibrium of dynamic economic models," *Journal of Economic Theory,* Vol,6, No.1, 1973, pp.12–36

Geanakoplos, J., "Overlapping generations model of general equilibrium," *The New Palgrave,* 1987.

Geanakoplos, J. and Brown, D., "Understanding overlapping generations economies as lack of market clearing at infinity," Yale mimeo., 1982, revised 1985, 1986.

Okuno, M. and Zilcha, I., "On the efficiency of a competitive equilibrium in infinite horizon monetary economies," *Review of Economic Studies,* Vol.47, 1980, pp.797–807.

——————, "Optimal stationary overlapping generations models," *Economics Letters,* Vol.11, 1983, pp.331–335.

——————, "Optimal steady-state in stationary consumption-loan models," *Journal of Economic Theory,* Vol.31, 1983, pp.355–363.

Phelps, E., "The golden rule of accumulation: a fable for growthmen," *American Economic Review,* Vol.51, 1961, pp.638–643.

Samuelson, P.A., "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money," *Journal of Political Economy,* Vol.66, 1958, pp.467–482.

Shell, K., "Notes on the economics of infinity," *Journal of Political Economy,* Vol.79, 1971, pp.1002–1011.

Tillman, G., "Stability in a simple pure consumption loan model," *Journal of Economic Theory,* Vol.30, 1983, pp.315–329.

Tirole, J., "Asset bubbles and overlapping generations," *Econometrica,* Vol.53, No.6, 1982, pp.1499–1528.

Weil, P., "Confidence and the real value of money in an overlapping generations economy," *Quarterly Journal of Economics,* Vol.102, No.1, 1987, pp.1–22.

廣野桂子,「三期間重複世代モデルにおける貨幣的均衡」,『一橋論叢』, 第 107 巻第 6 号, 1992 年 8 月。