意思決定論

―― その2 ――

原田行男

目　次

第3章　主観的確率と意思決定

賭け事とか実験といったことから離れると，客観的確率は問題視されなくなる。たとえばある人が議員選挙に立候補し，その立候補者が当選する確率は40%であるとかいったことがあるが，選挙は何回も繰り返し行なうわけのものでないので，40%の割合になるまで実験を行なうわけにはゆかない。立候補者が当選する確率が40%であるという状況の下にあって何回にもわたって選挙するといったことが可能であるといった場合に，はじめて当選率が40%になるといえるのである。事実こういったように選挙を繰り返し試行するわけにはゆかないということから当選の確率を無価値なものとして断言してしまうこともゆきすぎである。しかし，客観的確率とは確かに異なった特質を有していることは

確かである。その特質というのは，２人の合理的人間が存在し，その２人が同一の情報を利用しても異なった結果をもたらすというところに帰因する。そこで客観的確率が存在しない状況を考えてみることにし，個々人は諸戦略群からはっきりした選択をなすといったことに関して検討してみることにする[1]。

第１節　主観的確率

非常に一般的な意思決定局面は確実性の下でのものでもなければ，客観的確率の下でのものでもない。政治的戦略は戦争と平和の選択のようなものであって，歴史をふりかえってみると，政策決定者が個々に，それぞれの判断，予測に基づいて政策を樹立し，実行してきたことがわかる。市場において在庫が増えると価格が下落するとか，価格引上げより値下げを行なうべきだとか，という考え方を持っている人間は非常に楽観的な人々を対象に取引をした方が有利になる。金融マンとか，企業人は企業の成功の成否に関して全くこれとは違った見方をするのが常である。また競馬などの賭事に興味をいだく人々はまた違った選択の仕方をとる。もし個々人が確定した選好を持ち，諸戦略の一群に対して固定した選好を持つならば，そのときの意思決定者は種々の生起する結果にある確率をあてはめて，その結果によって行動を異ならしめることになる。この場合の確率を主観的確率と呼び，その確率は意思決定者にとってユニークなものであり，客観的確率の数学的特性と同じようなものとなる。第２章において導出した効用関数が初期の結果に対する相対的価値付を行なうことによって，決定者のリスクへの対処を観察した。それと同様に種々の結果が生起する可能性に対して，個々人がどの程度信頼をおくかを知るのが主観的確率というものである。前章における公理に基づくならば，合理的人間は期待効用を最大化してくれる戦略を選択することとなる。

第２節　主観的確率の存立意義

いま，２つの選択岐があり，その１つの選択は S_1 であり，選挙においてある候補者Ａ氏を応援し，対立候補については応援しないということであり，も

う１つの選択岐は S_2 であり，S_1 とは逆にＡの対立候補であるＢ氏を応援するというものである。S_1 を選択すれば，Ａ氏を当選させるようになり，S_2 を選択すればＢ氏を当選させるようになる。そこでＡ氏が当選した場合には年間2,000万円の所得を得られる機会を得られるということであり，落選しても1,000万円の所得が得られるとする。S_2 を選択した場合にはＢ氏の当落のいかんにかかわらず年間所得1,500万円を得る機会を得られるということにする。こういった場合，意思決定者の所得の効用がＡ氏の当落によって左右されることとなる。こういった意思決定状況に関してまとめてみると以下のようなマトリックスによって表わせる。

マトリックス（３－Ｉ）

	W_1（Ａ氏当選）	W_2（Ａ氏落選）
S_1（Ａ氏応援）	2,000万円（年間所得）	1,000万円
S_2（Ｂ氏応援）	1,500万円（年間所得）	1,500万円

W_1 と W_2 とは選挙後に生起する結果の状態を表現したものである。それぞれの状況に主観的確率を適用させると，意思決定者の所得の効用が最大となる戦略を選択するということになる。しかし，一般の選挙には多くの制約があり（たとえば噂などで立候補者の当落が決まったりするし，戦争とか内乱といったことが起れば外的条件として選挙に大きく影響を与えるし，アッピールの仕方によって印象が違ってきたり，演説の少々の失敗が印象を決定的なものならしめたり，選挙違反が選挙前に明るみになると到底勝利は得られなくなるといったこと）合理的人間はその制約を克服して，現実の局面を見透しうる人間であるとする。この合理的人間を意思決定者とし，その決定者が S_1, S_2 といった戦略のどれかを選択するということで，それによって代替戦略からある一つの戦略を選択し，固定的選好を確立するのである。その場合，意思決定者の選択である戦略にそれぞれ数量的価値を決めておくことにする。W_1 についてはＡ氏当選の場合の主観的確率値ということにする。また前章において検討したと同様の方法によって，正確に意思決定者の効用を最大にする主観的確率を追求するということにする。ただし，前

章の場合には，客観的確率に基づいて算出したことを銘記しておく必要がある。

こういった意思決定局面を一般化してみると，決定局面としては $S(S_1, S_2 \cdots S_i)$ あり，それから生起する状況は $W(W_1, W_2 \cdots W_j)$ ということにする。そして，それぞれの結果として n だけ存在するとし，それを $C(C_1, C_2 \cdots C_n)$ とする。その結果の中で C_1 を最良とし，C_n を最悪のものとする。こういったことから，これらをマトリックスによって示すと次のようになる。

マトリックス（3—II）

戦略＼状況	W_1	W_2	……………………	W_j
S_1	C_{11}	C_{12}	……………………	C_{1j}
S_2	C_{21}	C_{22}	……………………	C_{2j}
⋮	⋮	⋮	……………………	⋮
S_i	C_{i1}	C_{i2}	……………………	C_{ij}

ここで客観的確率を伴っての戦略の期待値を E_i で表わすことにすると，

$$E_i = (D_{i1}, D_{i2} \cdots\cdots\cdots D_{ij})$$

ここで D_{ij} は各結果の期待値ということになる。いま，P_{ij} を客観的確率として，これを検討すると，

$$D_{ij} = (P_{i1}C_{i1}, P_{i2}C_{i2}, P_{i3}C_{i3} \cdots\cdots\cdots P_{in}C_{in}) \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

ということであり，これをマトリックスにて表現すると次のようになる。

マトリックス（3—III）

	W_1	W_2	……………………	W_j
E_1	D_{11}	D_{12}	……………………	D_{1j}
E_2	D_{21}	D_{22}	……………………	D_{2j}

いま，E_1 をマトリックス（3—III）より算出し，選択したとすれば，W_1 の状況で D_{11} という結果を生起せしめることとなり，W_2 の状況では D_{12} という結果を生起せしめることとなる。また W_j の状況では D_{1j} という結果を生起

せしめる。よって $E_1=\sum_{j=1} D_{1j}$ ということになる。D_{11} という結果はいうならば客観的確率を考慮しての E_1 なる戦略から生起される結果を意味するものである。すなわち，回転板において針がどこをさすかということで，結果 C_i を決定してゆくということである。たとえば，

$$D_{11}=(P_1C_1, P_nC_n)$$

とすれば，結果は2つのステップを踏んで得られることになる。まず最初に実際の局面（ここでは $W_1, W_2 \cdots\cdots W_j$ といったこと）を観察する。次のステップは C_1 なる結果がいかなる客観的確率を伴って生起するかということで，その場合，C_1 の生起する客観的確率を P_1 とし，C_n の生起する客観的確率を P_n ということにする。ところで D_{ij} は純粋戦略の結果であるということにすれば，確実性下での結果である C_R と同じこととなる。

また，ある戦略の一群を考えてみると，

$$P_1E_1, P_2E_2 \cdots\cdots\cdots\cdots P_nE_n \cdots\cdots \quad (2)$$

ということになる。ここでの P_i は客観的確率であるとする。こういった形で表わされた諸戦略は3つのステップを踏んで，ある結果を導き出すことになる。そのステップを示すと

第1ステップ

回転板をまわして，E_i という戦略をまず選択する。

$$E_i=\{D_1, D_2 \cdots\cdots\cdots\cdots D_j\}$$

E_i の決定は(2)式で示した客観的確率によって左右されてくる。

第2ステップ

実際に生起する状況が W_j のとき，その結果を測定し，それを D_j とする。

第3ステップ

回転板によって，C_R を選択する。この C_R は(1)式で表わした客観的確率によって左右される。

マトリックス（3—Ⅲ）において全ての戦略の集合を示してある。そこでその集合を A^* とし，(2)式で表わされた戦略の集合を R^* ということにする。第2章において示した公理体系を展開してみると，

$A^* = [A_1, A_2 \cdots\cdots\cdots\cdots A_i]$

とし，$A_1 = (C_1, C_2 \cdots\cdots\cdots\cdots C_n)$

とする。R^* を客観的確率とそれと各結果とを結びつけたものの結果をもたらす戦略の集合ということにする。すなわち，

$R^* = [R_1, R_2 \cdots\cdots\cdots\cdots R_i]$

$R_1 = (P_1C_1, P_2C_2 \cdots\cdots\cdots\cdots P_nC_n)$

こういったことを表にして体系化しておくと次のようになる。

第１表

	$A = \{C_1, C_2, \cdots\cdots\cdots C_n\}$ （結果の集合）	$R = \{P_1C_1, P_2C_2 \cdots\cdots\cdots P_nC_n\}$ （客観的確率を用いての可能な戦略の集合） $\Downarrow$ 効用関数 $U(C_i) = U_i$ $U(P_1C_1, P_2C_2 \cdots\cdots\cdots P_n(C_n) = P_1U_1$ $+P_2U_2 + \cdots\cdots\cdots + P_nU_n$
生起する局面（状況） $(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_j)$	$A^* = \{D_1, D_2 \cdots\cdots\cdots D_j\}$ （可能な戦略の集合で，W_i の場合には D_i という結果となる。それぞれの D_i はRの因子ということになる）	$R^* = \{P_1E_1, P_2E_2, \cdots\cdots\cdots P_nE_n\}$ （客観的確率を伴っての全戦略の集合。個々の E_i は A^* の因子である） $\Downarrow$ $U^*(W_i^*) = P_i^*$ （W_i 状況での主観的確率）

第２章における諸公理に R^* を導入するならば——すなわち，意思決定者ははっきりとした固定的選好を R^* の各戦略において示すことにする——その場合，第２章においてと全く同じ理由から正確に R^* を上回る効用関数 U^* を持つこととなる。ところで R^* の中に含まれる諸戦略は非常に混み入ったものである。諸結果がいろいろある場合にはこの仮設は正しい。しかし諸結果が違った貨幣価値を持つこととなる場合には，それぞれの戦略は回転板で競馬の勝負を行なうのと同じようなこととなる。

たとえば，マトリックス（３—Ｉ）の意思決定局面を考慮してみると，諸結果の集合は，$C_1, C_2, C_3,$ というものであり，それぞれに年間所得を伴わせてみるとマトリックス（３—Ｉ）のようになる。生起する実際局面は W_1 と W_2

という2局面である。そこでRの一つの因子を求めると次のようになる。

$(P_1\times 2,000$万円, $P_2\times 1,500$万円, $P_3\times 1,000$万円$)$

これは, P_1 という確率で2,000万円が生起し, P_2 という確率で1,5000万円という結果が生起し, P_3 いう確率で1,000万円という結果を生起せしめるということで, 客観的確率を考慮しての戦略ということになる。さてこの戦略を D_1 ということにし, Rの他の戦略はその因子として P_1', P_2', P_3' という確率に基づいてそれぞれの結果を生起せしめる。その戦略を D_2 ということにする。

$D_2=\{P_1'\times 2,000$万円, $P_2'\times 1,500$万円, $P_3'\times 1,000$万円$\}$

そして, この D_1, D_2 が A^* の因子ということになり,

$$A^*=\{D_1, D_2\}$$

実際の生起する局面が W_1 である場合には D_1 という結果をもたらす戦略ということになる。同様に W_2 の場合の戦略は D_2 ということになる。A^* の因子の1つを E_1 とし, もう1つの因子を E_2 とする。但し $E_2=[D_3, D_4]$

R^* の因子の1つは $(P_1''E_1, P_2''E_2)=F_1$

なる形をとる。

いま, 以下のような確率を伴うものとする。

$$P_1=\frac{1}{4},\ P_2=\frac{1}{2},\ P_3=\frac{1}{4}$$

$$P_1'=\frac{1}{2},\ P_2'=\frac{3}{8},\ P_3'=\frac{1}{8}$$

$$P_1''=\frac{1}{8},\ P_2''=\frac{3}{4},\ P_3''=\frac{1}{8}$$

積戦略 F_1 は次のように示せる。

そこで

$$\left[\frac{1}{8}(D_1, D_2), \frac{3}{4}(D_3, D_4), \frac{1}{8}(D_5, D_6)\right]$$

$$=\left[\frac{1}{8}\left\{\left(\frac{1}{4}\times 2,000, \frac{1}{2}\times 1,500, \frac{1}{4}\times 1,000\right), \left(\frac{1}{2}\times 2,000,\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\frac{3}{8}\times 1,500, \frac{1}{8}\times 1,000\right)\right\}, \frac{3}{4}\left\{\cdots\cdots\cdots\right\}, \frac{1}{8}\left\{\cdots\cdots\cdots\right\}\right]$$

このような表現は非常に混乱するものである。しかし，回転板をまず回して，その状況を決めるようにしておく。あるいはその反対に，状況を決めてから回転板を回すことにする。これはどちらでもよいことで，仮定として暗黙の中に理解されている。意思決定者はとかく結果に関心が強く，戦略には無頓着である。R^* の因子である F_1 はまた次のようにして求めることができる。

$$F_1=(D_1', D_2')$$

積戦略において生起する結果が D_1' で，その場合の状況は W_1 であり，D_2 では W_2 の状況ということになる。こういった方法で統一することにすると，R^* の諸因子は，それほど複雑なものとならずに済む。このことは諸戦略の中で意思決定者が明らかに選好を表明できる状況が存在するということである。

R^* の因子を考察してみると，一意の E_i がステップⅠから求められる。そこで R^* の因子で E_i を規定し，R^* の因子と効用とは関連性を有しており，その効用を $U^*(E_i)$ ということにする。また E_i の補集合を考察し，それを

$$E_i=[C_i, C_j\cdots\cdots\cdots C_k]$$

とする。これはマトリックス（3—Ⅲ）でいうところの戦略である。そこで，いま，

$$U^*([C_{11}, C_{12}, \cdots\cdots\cdots C_{1n}])=1$$
$$U^*([C_{n1}, C_{n2}, \cdots\cdots\cdots C_{nn}])=0$$

ということになり，最良の選択戦略の効用は1であり，最悪の選択戦略は効用0ということになる。それによる最良の結果は確実性の下での選択結果と同一ということになる。

また

$$U_1^*([C_1, C_n, C_n\cdots\cdots\cdots C_n])=U_1^*(W_1^*)=P_1^*$$
$$U_2^*([C_n, C_1, C_n\cdots\cdots\cdots C_n])=U_2^*(W_2^*)=P_2^*$$
$$\vdots$$
$$U_i^*([\underbrace{C_n,\cdots\cdots C_1}_{i}\cdots\cdots\cdots C_n])=U_i^*(W_i^*)=P_i^*$$

ということにすれば，P_i^* の合計は1になることを示せる。すると，

$$U^*(D_1, D_2 \cdots\cdots\cdots D_j) = P_1^* U(D_1) + \cdots\cdots\cdots + P_j^* U(D_j) \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

この P_i^* は i 番目の状況における主観的確率の値ということである。また，$U(D_i)$ は客観的確率を伴うところの効用ということになる。

(3)式の P_i^* の数値は第2章において取りあげた客観的確率と同じ方法で取り扱えることを銘記しておく必要がある。意思決定者それぞれの選好は実際の種々の状況へ主観的確率をあてはめて検討することにし，その主観的価値の最大となるものを選択することにし，選好順位をそれに基づいて決める。

第2章で論じた効用理論に関する諸公理は再び主観的確率論にも応用できるものである。R^* という新しい戦略集合を確立し，これらの戦略集合は必然的に重合され，主観的確率を伴うこととなり，実際の生起状況を観察することとなる。この戦略集合より優れた固定的選好を意思決定者が見出しうる場合においては，意思決定者の選好は効用関数 U^* によって表わせる。この関数を一般化することによって，すなわち，最良の選好因子を1とし，最悪の選好因子を0とすることで，意思決定を行なおうとするものである。関数は最良の結果 C_1 をもたらす——W_i 状況の下で——R^* の因子の効用で示され，また最悪の結果 C_n をもたらす R^* の因子の効用で示されることになるが，それは，実は W_i であることを示す主観的確率として理解されるものである。この主観的確率は客観的確率の場合の数学的特性を有している。それで，利用可能な諸戦略の中で主観的期待効用を最大にする戦略を選択することにする。意思決定者に必要なことは，確実性の下での決定とか，客観的確率の下での決定といった場合よりも，この主観的確率の場合にはより一層慎重にならなければならないということがわかる。

(注1) 主観的確率 (Subjective Probability) は客観的確率に対応するものであり，主観的判断にもとづいて確率決定がなされる性質を有する。
I. Horowitz, "Decision Making and the Theory of the Firm," Holt Rinehart and Winston, Inc., 1970, pp. 78.—80.

第4章 確率的思考の不十分性

意思決定状況は多くの面において生成する可能性を有している。意思決定者

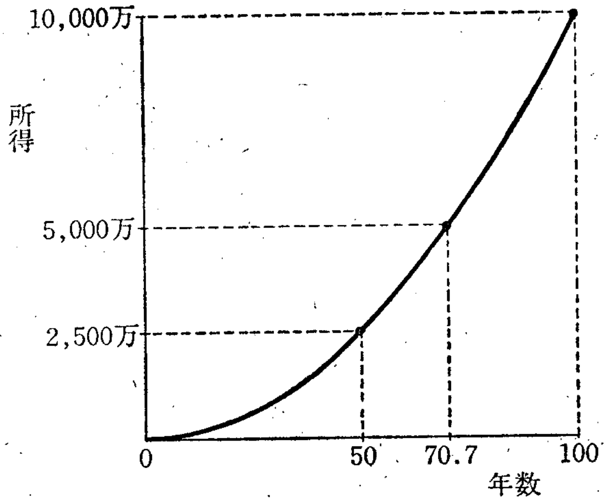
の純粋戦略——どの戦略をとろうと同一結果をもたらす——に対する選択が固定的で推移的であっても，確実性の世界を離れてしまった場合には，現実の状況を推察することは困難となるので，諸戦略に対して固定的選択をなすことは困難となる。たとえば，全く無知の外国にたどりついた行為者（意思決定者）が，その外国の地で選挙に出合った場合判断にとまどいを感じるようなものである。その選挙で5人の候補者の名を知らされ，それに対して投票を行なうようにした場合に，全く判断に苦しむこととなる。第1にその選挙自体に関して何の認識も知識も有していない。そこで判断を下すとなると現状を土台にして判断を下すことになり，ここに主観的確率を登場させることには無理がある。現実の状況を正確に判断できない状態にあるので確率的思考を組み込むには適切でない。意思決定者の自己の内面を十分に整理できない場合には，最良の意思決定といったことはなんの意味もなさない。規範的意思決定においては状況判断に関するデータが存在することを前提としており，そこに多数の決定基準をとり入れて最終選択をなそうとするものである。では決定基準にはいかなるものがあるかを2～3検討してみることにする。いうならば決定基準は状況判断のデータが存在している場合に意味をなすといえる。

第1節　無差別曲線の基本

まず最初に無差別曲線を利用しての判定を考えてみることにするが，その本質を明らかにしておく必要がある。その本質を知ることによって当然，決定基準たることが明らかとなる。

生起可能な状況がnあったとして，意思決定者が何ら先験的知識も直感的体験も経験もないといった場合，その状況に対して等価の確率を想定することとする。すなわち，n個の状況には$\frac{1}{n}$の確率でそれが将来生起するということとなる。その上で，将来事象の中の最大期待効用を持つ戦略を選択するということにする。これは「無差別曲線」の基本的特性ともなり，ラプラスの基準[1]ともいわれている。一見したところ，これは直観的には優れているように感じられるが議論の余地がある。

第1図



無差別曲線による判断は非常に困難なものであり，簡単な例からもそれをうかがえる。いま，未知の地域に行き，その地の人口分布が0才から100才までであり，その個々人の所得が，年令の2乗であるとする。しかし，年令の分布がどうなっているか不明瞭であるとする。このような状況の下で，人口調査書からアト・ランダムに1人の人を抽出し，それが50才以下の人であることの確率は無差別曲線の特性から$\frac{1}{2}$であることがわかる。これをまず「状況1」ということにする。

次に抽出した人の所得が5,000万円以下の所得である確率はどうかということを考えてみると，所得レンジは零から1億円までとする。するとやはり5,000万円以下の確率は$\frac{1}{2}$ということになる。そこで年令と所得との関連を見ると抽出された人の年令が約70.7才のとき5,000万円となり，70.7才以下の確率がどうなるかということと比較してみるとき矛盾が存在することがわかる。

これらの関係を図示すると第1図のようになり，その不合理性が明瞭となる。この場合，年令分布については未知であるので，年令を一応一様分布2) であるということにして検討してみた。すなわち，各年令については等しい人員数が存在するということで等価確率を適用した。同様に所得に関しても，その分布が明瞭でなくなり，年令の2乗ということを知るのみである。しかし年令と所得との関係は1次でないので，年令に関しての一様確率分布が所得に関しては離散型確率分布を適用することにする。このようにいろいろの不合理性が存在するものではあるが，無差別曲線による判断が多く支持されている。

不合理の最大の中心は等価の確率を持つ状況を確定化するところに存在する。もし意思決定者が個々の状況は等しいものだと本当に信ずるとすれば，そ

の時には回転板での諸々の戦略から特定の固定的選択をなすようになる。さらには全く無知の状況にいないということになってしまう。他方，無知であるからということで等価の確率を想定するというのであれば，矛盾した行動などとるよすがもないのである。

第2節　各種判定基準

〔その1〕　マキシミン基準

無差別曲線による判定ということの他に多数の基準があることは既述した如くである。そこで意思決定の決定基準における確率の不備というものを考察してみる必要がある。

保守的で悲観的な意思決定者はおそらく勝負に一度たりとも勝利を得たことはないであろうし，何をするにも不利な立場に位置し，選択するといえば余り芳しくないものばかりを取りあげてしまうのである。これはどういうところに帰因しているかというと，「個々の利用可能な戦略は最悪の結果しかもたらさない」というように常に考えているからである。そこで，必然的に最悪の結果しかもたらさないとする諸戦略の中から最良の戦略を選択するということになる。これがすなわち，最小のものを最大にするという原理であり，「マキシミン」基準ということになる[3)]。

この基準は現実の世界は意思決定者の意志とは反対に向かうものであるということを示すことになる。意思決定者がどの戦略方法を選択しようが問題でなく，最悪の結果しか生起しないのだと意思決定者が信じているところに問題があるのである。多くの場合，こういったことはごくまれなことであるが，安全第1を考える場合にはこの原理が適用されることとなる。

〔その2〕　マキシマックス基準

いかんともしがたい程楽天的な人間は自分が蒙った損失など，全く忘却してしまって過去において獲得したことだけを記憶に留めておくものである。賭け事をしても全部勝ったことだけしか思い出さず，世間の良心は無限だというように信じているので楽観的な判断基準を選択することになる。それは次のよう

な基準である。「個々の利用可能な戦略は最良の結果をもたらす」ものだとするもので，最良の結果を生起せしめてくれる戦略を選択するということになる。このことがすなわち，最大の最大化ということであり「マキシマックス基準」というものである[4)]。多くの意思決定者はこの基準は余りにも大胆な基準だと考えている。そこでこの基準も余りにも現実離れのしたもので十分な判断基準でないということになる。

〔その3〕 フルヴィッツの基準

マキシミン基準もマキシマックス基準も非常に極端なケースについてのものであり，一般的，現実的なものでないという欠陥を有している。そこで，フルヴィッツは両極端に走ってしまうような基準でないものは存在しないのかどうかを考察した結果，その中間の判断となるような基準を考案した。これがフルヴィッツの基準といわれるものであり，その内容は最良と最悪の結果に，あるウェイト付を行なって，その平均値を算出するというものである。それは意思決定者が楽観論者か悲観論者かといったこととは何らかかわりなく1つの楽観指標というものを提示したものである。それを具体的に表わしてみることにすると次のようになる。

意思決定の状況をマトリックスによって表現してみると次のようになる。この場合，ペイオフの効用値を因子としてマトリックスに記入する。

マトリックス（4—I）

状況 / 戦略	W_1	W_2	W_3
S_1	（結果）10	0	−1.2
S_2	8	4	0
S_3	3	3	3

こういった結果が生じた場合，意思決定者がマキシマックスの基準に基づいて決定を為そうとすれば，S_1 なる戦略を選択することになる。全てうまくいった場合に最大のペイオフが得られるとするもので，その戦略が S_1 ということになる。他方，マキシミン基準に基づいて意思決定を行なおうとする場合には S_3 という戦略を選択することとなり，最悪の場合にあっても最低獲得できるペイオフのものを選択することになる。その場合には3のペイオフを獲得することになる。マトリックスからわかることだが，この3

よりも悪いペイオフをもたらすものがある。意思決定者個々の性格というものは楽観的局面も悲観的局面も双方とも保有しているもので総体的な感じから楽観論者と判断されたり，悲観論者と判断されたりするのである。個々の戦略に伴って生起する最良と最悪の結果を考察して，それらにウェート付を行なってみて，総体的傾向を探り出すことにする。そこで最悪の結果についてはαという値を与え，

$$0<\alpha<1$$

ということにしておく。そこで，最良の結果に与えられる値はいかんというと，

$$1-\alpha$$

ということになる。こうすることによってウエイト付の平均値を算出することが可能となる。たとえばいま，

$$\alpha=0.2$$

とした場合，戦略 S_1 によって生起する最良と最悪の結果はウエイト付でもって，

$$0.2\times(-1.2)+0.8\times10=7.76$$

ということになる。これはマトリックス（4—I）より算出したものである。そして α を S_1 の α 指標と呼ぶことにすると，個々の戦略は α 指標でもって表現できることになる。そして判断基準はこのα指標の最高度の戦略を選択すればよいことを示す。ところで，$\alpha=0$ という場合にはマキシマックス基準と全く同一ということになるし，$\alpha=1$ という場合には，マキシミン基準と全く同一ということになる。

さらにこのことを一般化していくならば，S_i という戦略をとった場合，その生起する結果の可能なもののうち最悪のものを m_i ということにする。また S_i の戦略で生起する可能性のある最良の結果を M_i ということにする。そうなると，S_i の戦略にそれぞれ α 指標が伴ってくるので，それを考慮に入れると，

$$\alpha\cdot m_i+(1-\alpha)\cdot M_i$$

という総体的，平均値的な値を算出することが可能となる。これを整理すると，

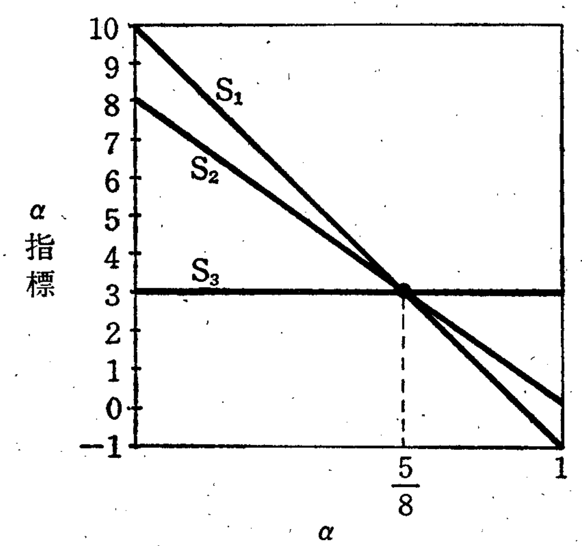
$$M_i+\alpha(m_i-M_i)$$

ということになる。これを先のマトリックスに適用して，その結果を示すと，次のようになる。

戦略	α指標
S_1	$10-11.2\alpha$
S_2	$8-8\alpha$
S_3	3

α指標はαの一次関数として表現できる。というのは，以上の状況から，指標の関係を図示すると直線で表現できるからのことである。

第2図



この図上において，ある意思決定者のαが$\frac{5}{8}$より小さい場合，S_1戦略は最高の戦略ということになるのがわかる。またαが$\frac{5}{8}$以上になった場合には S_3 戦略が最高の戦略ということになる。また，αの数値が零となった場合には，S_2 が選択されることがある。それ故に，悲観主義者が楽観主義者より優っている場合には，フルヴィッツの基準では S_2 戦略は一応考慮外におかれることとなる。この基準の問題となるところは，αの数値をどのように決めるかということである。αの値いかんによって選択すべき戦略が左右されてしまうので，この点を考慮に入れておかなければならない[5]。

〔その4〕　リグレット基準

いま，ある株式市場のことを考えてみる。投資家はいろいろと市場要素を考慮して，売り出動に出たり，買い出動に出たりする。この場合，ある会合とかパーティーといったところで，ちょっと小耳にはさんだ情報によって売買が行なわれるようになったりするし，また，売買を行なってしまった後で，後悔をすることが出てくる。こういった売買の局面，その過程というものはいろいろ

の場合に適用できるものである。

いま，相対的に停滞気味の場面において投資が繰り返される場合に，投資家は楽しみもし，苦しみもする。こういったところにいろいろな現象局面を観察することができる。ここでいうリグレット基準は，余り良くない戦略を選択したことによって好ましい結果を得られずに悩んでしまうような場合のことを問題として把握しようとするものである。

マトリックス（4—I）での例を再引用してみることにし，それにリグレット基準を適用してみることにする。状況が W_1 として，S_2 戦略を選択したものとする。すると，意思決定者は S_1 戦略を選択しなかったことを後悔することとなる。というのは8の効用より大きい10の効用を得られなくなってしまったからである。また S_3 戦略を選択したとすれば，意思決定者の後悔はさらに大きなものとなる。S_3 からの効用は3であるのに反して，S_1 戦略による10という効用を逃してしまっているからである。その差が大きければ大きいほど，後悔も大きいものとなる。j 番目の状況での意思決定者の最大効用数値と S_i 戦略を選択することによって獲得できる効用との間の差によって後悔（リグレット）を測定するものとする。そしてその値を a_{ij} ということにする。この差の結果をマトリックスによって表現したものをリグレットマトリックスと呼ぶ。そこで，リグレットマトリックスによってマトリックス（4—I）をおきかえてみることにする。

リグレットマトリックス

	W_1	W_2	W_3
S_1	0	4	4.2
S_2	2	0	3
S_3	7	1	0

このリグレットマトリックスの各構成因子の値はいうならば，楽観的に考察しなかったことから損失を蒙むる機会損失の値を示すものである。そして，この機会損失を最小にしたいというのが意思決定者の願いである。その意思決定者が非常に用心深く，悲観的で，保守的であるといった場合には，最大可能な損失を最小にしようといろいろな手を打つことになろう。ということは，最大可能な損失をもたらす戦略は何かということを見出し，それにランク付を行なう。それは損失を最

小にする戦略を選択しようとするからのことである。S_1戦略にあっては最大可能な損失は4.2であり，S_2 戦略では3であり，S_3 戦略では7という損失をもたらす可能性があり，そのうちで，最小損失をもたらす戦略は S_2 であり，S_2 戦略が選択されることとなる。こういったことがリグレットの基準というものであり，[6] 最大可能な損失（リグレット）を最小にする戦略を選択すればリグレットは少なくてすみ後悔の度合は小さくなる。これはフルビィッツの基準とは異なった判定結果となることに注目しなければならない。また，マキシマックスの場合とマキシミンの場合とで異なる判定を下していることにも注目しなければならない。この基準において，欠点となることは指標が利用されないということであり，また最も悲観的な意思決定者の考え方によってリグレットマトリックスが作りあげられるということも十分配慮しなければならないものである。今後はα指標を導入できるように何らかの工夫を行なう必要がある。

このように，確率に基づいて意思決定を行なおうとする場合，これといった確定的判定基準，原理といったものは未だ十分なものでない。その何よりの源泉となっているものは最良といったことで，最良とはいってもどれが最良かはっきりしないところがある。これはまた効用といったものと全く別個のものであるので価値観の違いによって左右されやすいものである。また現実の局面を無視してしまった場合には，意思決定者は全ての利用可能な代替的戦略をランク付することなど到底出来ないことである。このようなところに，根本的解決のなされない原因が潜んでいるといえる。

（注1） 環境（条件）の出現する場合の確率が未知の場合，その出現の当否の確率は同等であるということにし，等価の確率を与えておく。このときとるべき戦略のそれぞれに対して，この確率によってウェート付して期待の利得を求める。そして，この利得の期待値を各戦略に対応せしめて，その期待値の最大を保証することになる戦略を選択するように指示する基準である。

（注2） 確率変数は連続変数であるとして，その確率密度を $f(x)$ としておく。すると $f(x)=\frac{1}{h}$ $(0\leq x\leq h)$ また，$x<0$，及び $x>h$ のとき，$f(x)=0$ となるような分布関数であるということにする。

（注3） J. L. Riggs, "Economic Decision Making," McGraw-Hill 1968 pp. 341～342.

（注4） J. L. Riggs ibid p. 342.

（注５） J. L. Riggs ibid pp. 342～345.
（注６） J. L. Riggs ibid p. 345.

第５章　ゲームの理論

意思決定論においての選択は特定企業，個人といった，意思主体者自身の問題として，すなわち内部的条件を考慮してのみ解決するものでない。対外的条件，相手方といったものを常に意識し，その相手方の動向によっては，こちらの方も手段を変え，戦略を変えたりすることになる。そのような事も当然のこととして考察しなければならない問題であると考えるので，本章においてゲームの理論的側面を取扱ってみることにする。

第１節　競争下の戦略選択

確率といったものを導入しないで意思決定を論ずることは，一般に論じられているようなケースとは全く逆になることが多い。すなわち，通常は確率を踏まえて考えるのであるが，ゲーム理論においては確率とは全く次元の違うところで論議されることが多いということで，必ずしも確率が無関係というわけではない。

最初に２人零和ゲームということを取りあげてみる。これは意思決定者と相手方という２人だけの場合に関しての戦略の施行ということになる。ゲームの理論は，また不確定性に対して決定を下すときには，確率的な思考に基づいて決定を行なうことになる。いま，意思決定者とその相手方とが，ある零和ゲームではその両者における結果が全く違ったものであるということにする。極端な場合には，両者ともその利害が一致し，結果に対して一致した態度をとることがある。一致した場合には，双方とも個有の効用を最大にしてくれる戦略を選択したということになる。また，双方とも相互にゲームに先立って利用しうる戦略を全て認知している場合にはゲームはマトリックスによって表現することが可能となってくる。それを今，例示してみるならば次のようになる。（マトリックス（５―Ｉ）参照 p. 19)

マトリックス（5—I）において一方の意思決定者がとりうる戦略は，S_1，S_2，S_3 ということになり，相手の決定者がとりうる戦略は，W_1，W_2，W_3，W_4 という4つの選択可能な戦略を有している。S_i 意思決定者と W_j 意思決定者が相互に i，j という戦略をとった場合どのような結果になるかを効用値でもって示したのがマトリックス因子である。さて，これを完全競争の場合についてみるということにすると，逆に相手方にとっては非効用を示すということになる。たとえば，利得表（ペイオフ表）での構成因子を考察してみるとき，それが，貨幣と効用との間で一次結合をなすといったことがわかっていることを前提とする場合には一方の意思決定者の効用に対し，他方の意思決定者が貨幣的に幾ら支払ったならばよいかということを示すことになる。

マトリックス（5—I）

S_i \ W_j	W_1	W_2	W_3	W_4
S_1	9	2	0	8
S_2	5	4	5	5
S_3	3	1	6	4

そこで S_i 意思決定者が S_1 という戦略をとり，W_j 意思決定者が W_4 戦略をとった場合，W_j 意思決定者は S_i に対し8万円という金額を支払うということになるし，S_i は8万円という効用を得たことになる。このような完全競争の場合においては意思決定者相互の獲得と喪失といったものは全く等しくなるものであって，これを称して「零和ゲーム」というのである[1)]。意思決定者の戦略と他方の意思決定者の戦略とが競合する関係になければ当然のこととして最良の結果をもたらす戦略を選択するということになる。軍事的戦略においてはここでいうゲーム理論的な要因を多分に含んでいる。敵がどうでてくるかを予想するよりも，敵が当方に与える打撃がどうなるかが問題で，それに対抗する戦略を選択する方がより重要な意義を持つことになる。こういったことはマキシミン基準による戦略選択に該当するものであって，一種の意思決定基準に依拠するものである。意思決定者はそれぞれの戦略による結果の最小値を比較検討して，その中で最大となるものを獲得する戦略を選択するということになる。意思決定者にとってマキシミン基準が最良の決定基準であるということをゲームの理論においては示そうとするものである。ここにゲームの理論の持つ

特徴を垣間見ることができる。さらに常に意思決定者というものはマキシミン基準に則って行動をとるものであるというように仮定していることに注目してみる必要がある。これは前章においてすでに論じたことであるが，用心深く，保守的な態度を取る意思決定者の場合についてよく該当するところである。零和ゲームにおける悪意の相手を仮定しての競争の場合について考察した場合にはマキシミン基準は極めて効力のある判断基準を提供するものである。

マトリックス（5—I）において示したようなゲームのプレイヤーはマキシミン基準を利用していることになるのだが，その結果においてどのようになるであろうか。

第1に意思決定者は最悪のペイオフをとらないで最良のペイオフを得る戦略を選択するものである。そうすると先のマトリックス（5—I）から S_2 という戦略をマキシミン基準によって取ることになる。その結果，少なくとも4万円という利得を得ることになる。一方競争相手は同様に損失を最小にしようということで戦略を選択することになり，W_2 という戦略を取ることになる。これはミニマックス基準という基準によって為されるが，その結果として，4万円という利得を得ることになる。奇しくも両者ともに4万円という利得を得ることになった。ところで，S_i 決定者が S_2 戦略をとりながら W_j 意思決定者が W_2 戦略を選択してこない場合にどういうことになるであろうか。その場合には S_i 意思決定者は4万円という利得よりも大なる効用を得ることとなる。その反対に W_j 意思決定者が W_2 戦略をとってきながら S_i 決定者が S_2 戦略を選択しない場合には W_j 決定者は損失を少なくすることができ4万円より少なくとも済むようになる。こういったことから，双方のプレイヤーがお互の代替選択手段を認知していて双方ともマキシミン基準を適用するということであれば，S_i 意思決定者は S_2 戦略を，W_j 意思決定者は W_2 戦略をとることになるのが当然のこととなるのである。この場合の例では，双方のペイオフは等しくなっており，双方とも満足の行くものであるが最大化原理にはほど遠いものである。マトリックス(5—I)において，行には最小の効用値をとりあげ，列には最大の効用値を記入するということにすれば，その結果として等しい効

用値を算出することが可能であるということがわかる。

2人零和ゲームはしかし常に等価の結果をもたらすとは限らない。たとえば，次のようなゲームを考えてみることにする[2)]。そのゲームの内容をマトリックスにして示してみるとマトリックス（5—II）のようになる。

マトリックス（5—II）

S_i \ W_j	W_1	W_2
S_1	3	1
S_2	2	4

このゲームにおいて S_i 意思決定者はマキシミン基準に基づいて S_2 戦略を選択するということにする。すると S_i と決定者は少なくとも2万円という利得を得ることになり，一方 W_j 意思決定者はミニマックス基準によって戦略を選択するものとする。W_1 戦略を選択することとなる。その結果として3万円という損失を蒙むることとなる。しかし S_i 意思決定者が W_j 決定者もマキシミン基準に基づいて戦略を選択してくるであろうということを十分予知しうる場合には S_2 戦略をとらずにもっと利得を大きくしようとして他の戦略を探究することになる。するとこの場合であれば S_1 なる戦略を取ることになる。同様に W_j 意思決定者も S_i の出方を十分知っている場合には W_1 なる戦略をとらずに損失の最小となるように W_2 戦略をとることになったりする。こういったことから，双方にとって等価の結果，利得を得るゲームにはならなくなってしまう。しかし，単に純粋戦略がとられるということでなくて，任意に戦略の選択が可能であるという場合には，いかなる2人零和ゲームでも等価の結果をもたらす一対の戦略を見出しうることは可能であることを指摘しておく。このことはフォンノイマンの理論においてすでに論じられているものである[3)]。ランダム化した戦略にあっては個々の利用可能な戦略にそのとりうる確率をあてはめて算出したものであり，堅実な，ないしは基準的な戦略といったものや違った戦略ということになる。たとえば，ランダム化した戦略としては，偏形していない銅貨を投げて表が出た場合には S_1 戦略を選択し，裏が出た場合には S_2 戦略をとるといったような場合がこれに該当するものである。

2人零和ゲームはいろいろ応用範囲を持つものであり，これに関する考察に

ついては非常に意義のあるものであるが，別の機会において論述することとする。

第2節　非零和ゲーム

零和ゲームでは多くの事態に関しての諸状況を把握してみるということは極めて困難なことである。ゲームというものが単なる儀礼的なものでないかぎり，プレイヤー同志の利害が一致するといったことは考えられないことであり，一致したのではゲームにはならない。大人と子供のゲームといった極めて不均衡のゲームにあっても，子供の得た利得は大人が譲ったが故のものであっても大人の効用を奪って得た効用であることには変りがない。プレイヤー同志がプラスの効用を得ようとするのは当然のことである。大人と子供のゲームにあっては，大人は子供に喜んで効用を分け与えるのであり，それで子供も喜び，一方において大人も喜んでいるのであるからマイナスの効用がなくて済むというものである。しかし現実のプレイにあってはこのように単純なわけにはゆかない。

現実には厄介な非零和ゲームがあり，これは注目すべきものである。たとえば囚人のジレンマといったものが典型的な例になり，裁判における自白と量刑の問題などがこれにあてはまる[4]。

いま，2つの戦力の元におけるゲームを考えてみることにする。まず一方の戦力を持つ意思決定者を S_i ということにし，他方，別の戦力を持つ意思決定者を W_j ということにする。これから，S_i 意思決定者がとりうる戦略としては以下の2つであるとする。

その1：S_1 戦略――これは軍備縮少し，塩分抽出のプラント建設に諸資源を転換利用するというもの。

その2：S_2 戦略――現状のままの割合で軍備を進めてゆくというもの。

また W_j 意思決定者も同様の戦略を持っているが，その戦力の面において異なっている。W_j 意思決定者は W_1 と W_2 という2つの戦略を有することにし，その戦略行使は S_i 意思決定者に対抗するものである。この場合の双方

のゲームにおいて得られる結果を貨幣価値的に測定し，表示してみるならば，以下のようなマトリックス（5—III）によって表現することができる。

マトリックス（5—III）

S_i ＼ W_j	W_1	W_2
S_1	(50, 50)	(−110, 60)
S_2	(60, −110)	(−50, −50)

但し，結果については確定したものを得られるものとする。

このマトリックスにおいて示された因子はそれぞれの意思決定者（この場合 S_i と W_j）がプレイして獲得できる結果を示したものであり，このことから非零和ゲームになっていることがわかる。因子の左の数値（かっこで示した値の左）は S_i 決定者（S_i 戦力）の獲得できる貨幣的価値であり，右の数値は W_j 決定者（W_j 戦力）が獲得しうる貨幣的価値であるということにする。

さて，これらの結果について検討し，合理性を探究してみることにする。そこでケースを4つに分けてみることにする。

第1ケース

両戦力は軍備を縮少するというケース。その場合のペイオフは50万円であり，もう1つは塩分抽出のために資源を投入し，それによって飲料水を抽出するということである。その場合に得られる利得が50万円であり，双方とも同額の価値を得られる組合せになっている。

第2ケース

S_i 戦力が軍備縮少し，W_j 戦力が軍備を現状通り進行させてゆくという場合であり，この場合，W_j 戦力は S_i 戦力よりもペイオフが良くなり，S_i 戦力はこの場合，110万円の損失を蒙むることとなる。すなわち W_j 戦力によって支配され，財とかサービスの提供を余儀なくされることになるのである。一方 W_j 戦力は貨幣価値的には60万円という利得を得ることとなり，軍事上で S_i 戦力よりはるかに優位に立つこととなる。この場合，たとえ W_j 戦力が50万円の軍備費削減を行なったところで，依然として60万円だけのペイオフを得られる可能性が強いことを示すものである。マトリックスでいう S_1 と W_2 との組合せがこれに該当することとなる。

第3ケース

両戦力とも第2ケースの場合と全く主客転倒させた場合。

S_i 戦力が軍備を進行させ，W_j 戦力が軍備縮少をする場合のことである。マトリックスでいうと，S_2 と W_1 という組合せになる。

第4ケース

両戦力とも軍備を現状通り進行させてゆくといった場合。

この場合，両戦力とも貨幣価値的には50万円という損失を蒙むるゲームということになる。マトリックスでいうとこれは S_2 と W_2 という組合せになる。

このケースにあっては双方ともマイナスのペイオフを得ることとなり，軍備拡張による損失が生じてくるということを示すものである。戦争の危機感が高まる一方，それに対処するための諸資源の追加補充がなされてゆくこととなる。囚人のジレンマの場合には追加コストとか追加資源投入といったことが生じないという特質を持っている。

こういった4つのケースをマトリックスによって示してみたのが先のマトリックス（5—Ⅲ）ということである。

このように意思決定者はそれぞれの状態を分析し行動をとってゆくこととなる。もし W_j 意思決定者が W_1 戦略を取ってきた場合，S_i 意思決定者がとろうとする戦略が S_2 となった場合，50万円という利得を得るどころか，さらに60万円という利得を得る可能性を有することとなる。また W_j 決定者が W_2 戦略をとって，S_i 決定が S_2 戦略をとった場合には完全な対称ということになる。その場合には前述したように，このゲームにおいては双方とも貨幣価値的に計算してみると50万円という損失を蒙むることとなる。

このような検討，分析といったものはその背景に双方ともかけ引きが全くないといった場合のことである。そして両者間に完全なコミュニケーションが成立している場合には，双方とも軍備縮少に向かうことは当然ありうることである。しかもそのようになれば，双方にとって好ましい結果というものをもたらすのである。これとは逆にコミュニケーションが極めてよくなく，協力関係が喪失している場合とか，他の意思決定者とか戦力といったものが介入してくる

ような場合においては全ての意思決定者に満足のゆく，納得のできる最良の戦略，代替案といったものを探索することは極めて困難なものとなってくる。そして，個々の利害を中心にして相対立することとなり，最悪の場合には軍備拡大，戦争の勃発という事態に追い込まれてゆくのである。これは囚人のジレンマと極めて類似したものである。

このようなジレンマは多くのゲームにおいて現われてくるものであり，個々のプレイヤーが自己の利害のみを追求する場合には，その結果として得られるものは極めて好ましくないものであり最適より遠く乖離することとなる。これが二次的最適結果というものであり，相手方の結果を減ずることなく，当方の意思決定者が結果としてさらに好ましい結果を獲得しうる可能性を有するということである。これは最適化にもう一歩という段階にあたるわけである。こういったゲームは不公平になりがちであり，一方は公正にゲームを進めても他方は不正な方法によってゲームに臨んでくることになり，不正な方法をとってきたものが勝ちを得やすくなる。こういったプレイにあっては，個々のプレイヤーは合理的に行動するといったことよりもわれ先に有利になろうとする行動をとってくることになり混乱は避けられなくなってくる。そこで，そのような場合には調整弁的な役割をもった担い手を必要とするのである。

(注1) A. C. Chiang, "Fundmental Methods of Mathematical Economics," McGraw-Hill, 1967 pp. 649～650.
W. Emory & P. Nilaus "Making Managements Decision" Houghton 1966 pp. 250～251.

(注2) A. C. Chiang, ibid pp. 652～653.

(注3) 零和n人ゲームに関しての均衡点を探出する方法である。これは3人以上のプレイヤーが参加した場合ということになる。

(注4) 2人の囚人がいて，双方ともにコミュニケーションがないものとし，罪を白状するか，しないか，どちらかを選択しなければならないもので，一方が白状してしまえば，他方は不利になる。しかし白状してしまえば罪を認めたことになってしまう。