

マスタースケジューリングにおける ボトルネックを考慮した最適余裕期間の 基本構造に関する研究

木内 正光・田川 晋一・武岡 一成

要 旨

現在、リードタイムの短縮は急激な市場の変化に追従するため、多くの企業が取り組んでいる課題である。本研究は、製造業において最も重要な計画の1つであるマスタースケジュールに焦点をあてた。計画の立て方としては、時点計画法を取り上げた。時点計画法では、新たに受注したオーダーは到着した時点で現スケジュールに新ジョブを組み込む形でスケジュールを立てる。このためには、スケジュールに余裕を持たせておく必要がある。この余裕が余裕期間である。しかしながら、現在適正な余裕期間を設定する方法が明らかになっていない。

本研究の目的は、適正な余裕期間の設定方法を明らかにすることである。本報では、余裕期間に影響を与える要因としてボトルネックを取り上げ、ボトルネックと余裕期間の関係性を明らかにし、ボトルネックを考慮した最適余裕期間の基本構造式を導出する。

キーワード：マスタースケジューリング，時点計画法，余裕期間，ボトルネック

1. はじめに

現在、顧客の要求は多種多様になり、製品のライフサイクルは非常に短くなっている。プロダクトアウト時代からマーケットイン時代へと市場の体質が変化して以来、この傾向はますます強くなっている。製造企業を取り巻くこのような環境の中では、リードタイムを短縮して短納期のオーダーに対応していくことが必要不可欠である。そのためには、様々な変化に対応できるスケジューリングシステムの構築が重要である。

スケジューリングとは、注文の到着から製品の完成までの、全過程の日程の計画を作成し、作成された計画が守れるようにコントロールをすることである。スケジューリングシステムは、製

品構成の複雑さや生産システムの規模などに応じて、**図1**に示すように複数のサブシステムから構成される階層構造を持つシステムである。まず最上位のオーダーエントリーシステムでは¹⁾、到着したオーダーを受注するか否かを決める。マスタースケジュールリングシステムでは、受注したオーダーの製造リードタイムを見積もり、納期を設定する。ここで作成される計画が、マスタースケジュールである。マスタースケジュールは、ジョブスケジュールリングシステム、オペレーションスケジュールリングシステムによって、職場単位、ジョブ単位の詳細な計画に細分化される。そして最下位のディスパッチングシステムによって、作業の着手順序を決定し作業の着完工指示が行われる²⁾。本研究におけるスケジュールリングシステムの対象は、マスタースケジュールリングシステムである。

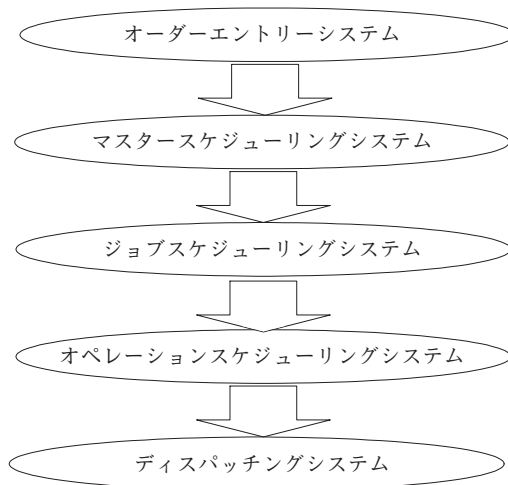


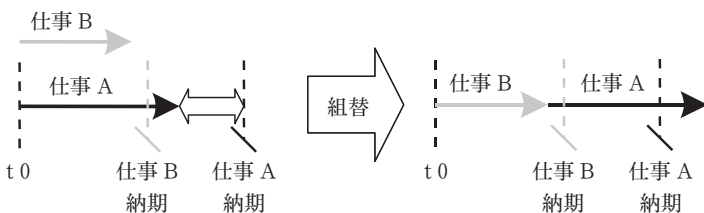
図1 スケジュールリングシステムの階層構造

マスタースケジュールの立て方には、時点計画法と期間計画法がある³⁾。時点計画法とは、オーダーが到着した時点でスケジュールを作成し、仕事の着手完了指示を時点で表す方法である。これに対し期間計画法では、一定期間内に到着したオーダーをプールしておき、計画立案時点でまとめてスケジュールを作成し、仕事の着手完了を期間で表す。本研究では時点計画法を採用している。

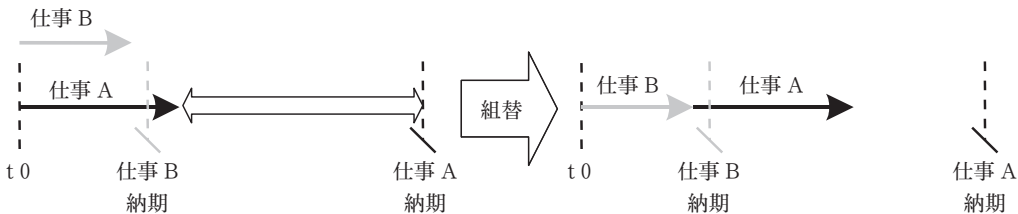
時点計画法は、オーダーが到着した時点でスケジュールを組み直すのが、その納期によって、他のジョブのスケジュールの組替が発生する。この組替を円滑に行うためには、納期に適切な余裕期間をもたせる必要がある。

図2は、余裕期間の長さのスケジュールへの影響を示したものである。時点 t_0 で、仕事Bが到着したとする。現行のスケジュールは仕事Aを実行することになっているが、納期を遵守することを第一に考えた場合、仕事Bを優先する必要がある。このためスケジュールの組替が行

(a) 余裕期間が短い場合



(b) 余裕期間が長い場合



(c) 余裕期間が適正な場合

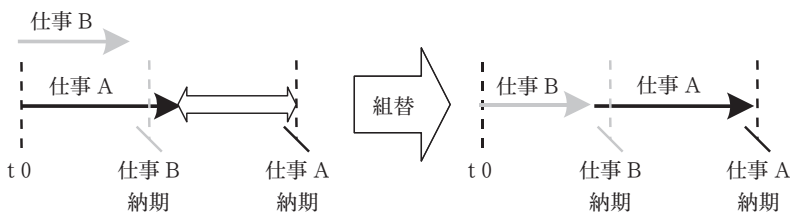


図2 余裕期間の長さによる影響

われる。余裕期間が短い場合（図2-(a)参照），組替を行った結果，仕事Bの納期は守ることができるが，仕事Aの納期を守ることができない。余裕期間が長い場合（図2-(b)参照）は，仕事A，仕事Bともに納期を守ることができるが，余裕期間を長く設定したため，リードタイムが長くなることわかる。以上のことから，適正な余裕期間が存在することがわかる（図2-(c)参照）。このことは，従来の研究¹⁾より明らかになっている。図3は，余裕係数の平均値と納期遵守率の関係を表したものである。余裕係数とは，正味の加工時間とリードタイムとの比である。つまり余裕係数が小さいということは，余裕期間が短いことを意味する。余裕係数（分布として与える）を変化させて余裕期間を長くしていくと図3に示すように，ある余裕係数で目標とする納期遵守率（99%）となることわかる。この余裕係数は，最適な余裕期間を求める余裕係数と同意である。従来の研究では，目標とする納期遵守率を超える余裕係数の平均値の中で，最小の余裕係数の平均値を最適余裕係数と定義している。

本研究の目的は，最適な余裕期間を設定する方法を明らかにすることである。本報では，生産

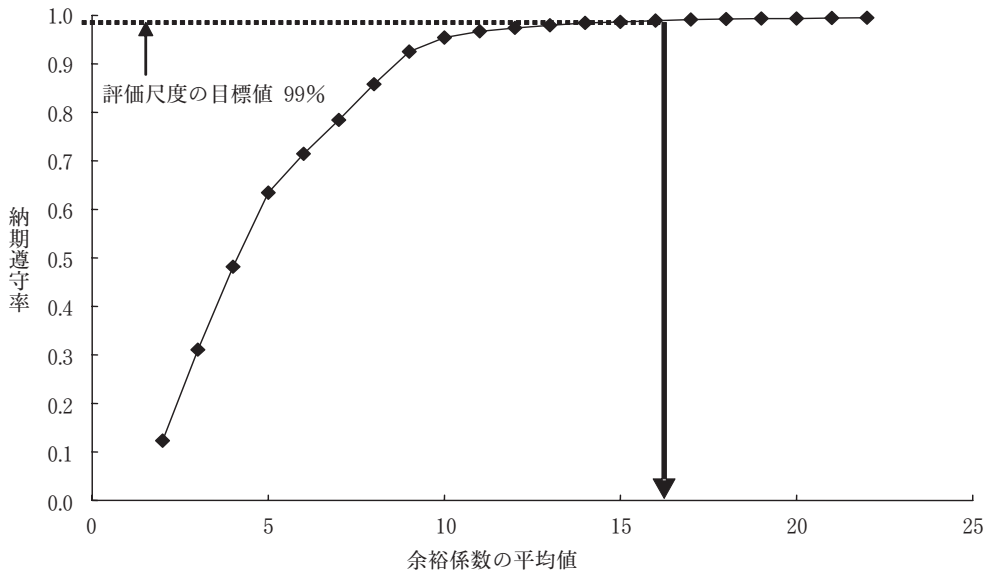


図3 余裕係数の平均値と納期遵守率の関係

システムにボトルネックがある場合を取り上げる。そして余裕期間とボトルネックの関係を明らかにし、ボトルネックを考慮した最適余裕期間の基本構造式を導出する。

2. モデル

本研究は、ボトルネックがある場合の最適余裕期間の基本構造を明らかにするため、以下のような基本的な要因を取り上げてモデルを構築した。本モデルにおいては、ランダムに仕事が到着し、到着した仕事に対してマスタースケジューリングを行い、作成されたマスタースケジュール通りに作業が実行される。以下にモデルの詳細を示す。

(1) 生産システムの構成

本研究では、3つのワークステーション (W/S) から構成される生産システムをスケジューリングの対象としている (図4参照)。ワークステーションとは、生産システムの最小単位である。

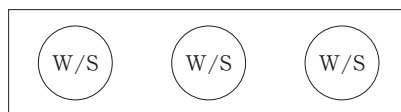


図4 生産システムの構成

(2) 仕事の構成

本研究における仕事の構成は、3つのオペレーションから1つの仕事が構成されることとし、どの仕事もオペレーションの数はワークステーション数と同じとしている（図5参照）。オペレーションは、生産システムにおけるワークステーションに対応している。1つのオペレーションの加工時間はアーラン分布に従うものとし、加工手順は第1ワークステーションから順番に流れるフロー型とする。仕事は、到着間隔分布が指数分布に従ってランダムに生産システムに到着するものとする。

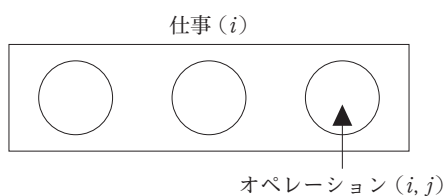


図5 仕事の構成

(3) ボトルネック

本研究では、ボトルネックを表す要因として、ボトルネックの位置とボトルネックの度合を取り上げた（図6参照）。ボトルネックとは、生産システムの中で相対的に最も能力の低いワークステーションである⁵⁾。本研究ではこれに基づき、最も負荷率の高いワークステーションをボトルネックとしている。ボトルネックの度合とは、生産システム全体の平均到着負荷率に対するボトルネックとなるワークステーションの到着負荷率の比である。

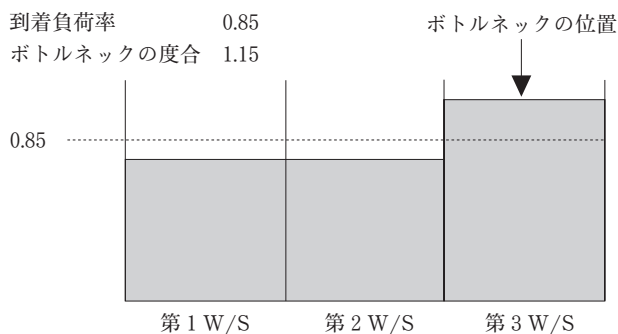
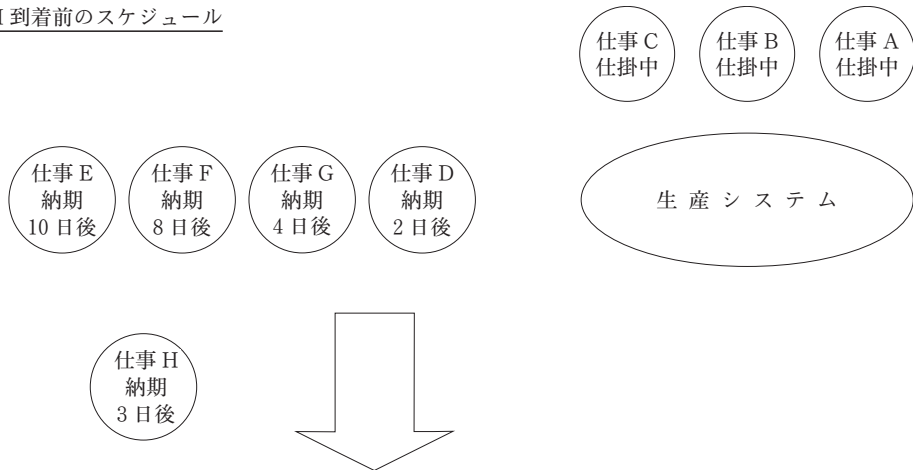


図6 ボトルネックの要因

(4) マスタースケジュールリング

ある時点で仕事 H が到着したとする。本研究は仕事が到着した時点でスケジュールを作成する方法（時点計画法）を採用しているため、すぐにマスタースケジュールリングが行われる。マスタースケジュールリングは、実際に作業が開始されていない仕事をスケジュールリングの対象とし、

仕事 H 到着前のスケジュール



仕事 H 到着後のスケジュール（組替後）

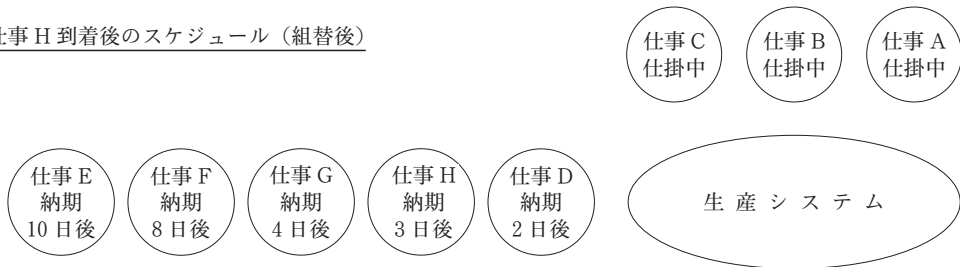


図 7 マスタースケジュールリング

組替ルールに従いマスタースケジュールを作成する（図 7 参照）。本研究の組替ルールは納期順としている。作業は、作成されたマスタースケジュールどおりに実行されるものとする。

(5) 余裕期間の設定方法

本研究は、納期及び余裕期間の構成を、(1)式、(2)式のようにしている。

$$D_i = A_i + \sum_{j=1}^m T_{ij} + W_i \quad (1)$$

但し、 D_i ：仕事 i の納期

A_i ：仕事 i の到着時刻

T_{ij} : 仕事 i の j ワークステーションでの加工時間

m : ワークステーション数

W_i : 仕事 i の余裕期間

$$W_i = \sum_{j=1}^m T_{ij} \times \alpha \tag{2}$$

但し, α : 余裕係数

現実には加工時間が同じでも納期は異なる。これを反映させて本研究では余裕係数 α を分布として扱っている。分布は、フェーズが4のアーラン分布としている。

(6) 取り上げた要因

表1は、本研究で取り上げた要因である。到着負荷率とは、ある期間当たりの能力に対する、その期間に到着する仕事量の割合のことである。

表1 取り上げた要因

要 因		要 因 の 水 準 及 び 説 明
生産システムに関する特性	ワークステーション数	3 ワークステーション
	加工時間	フェーズが4のアーラン分布を取り上げた
	加工手順	フロー型を取り上げた
	仕事の到着パターン	仕事は指数分布に従い、ランダムに生産システムに到着する
余裕期間に関する特性	余裕係数分布	フェーズが4のアーラン分布を取り上げた
ボトルネックに関する特性	ボトルネックの位置	第1～第3ワークステーション
	ボトルネックの度合	1.05～1.15
到 着 負 荷 率		85%

(7) 評価尺度

本研究の評価尺度は納期遵守率である。納期遵守率の目標値は99%としている。

(8) アプローチ

本研究は、ダイナミックにジョブが到着するモデルを対象としているため、シミュレーションによるアプローチを採用する。図8に、シミュレーションのフローチャートを示す。

以上のモデルにおいて、余裕係数の平均値をコントロールパラメータとしてシミュレーションを行い、条件（ボトルネックの位置、ボトルネックの度合）ごとに最適余裕係数を求めた。最適

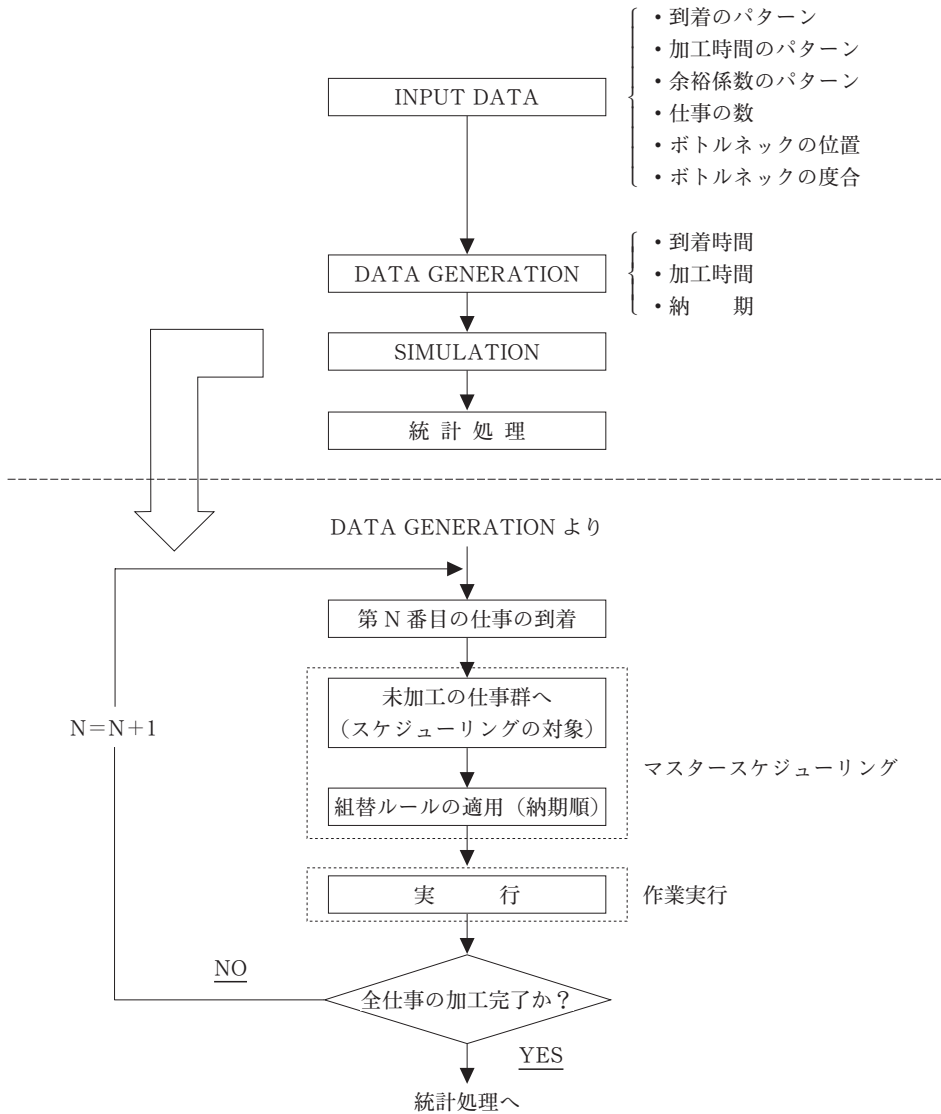


図8 シミュレーションのフローチャート

余裕係数とは、目標とする納期遵守率を達成できる余裕係数の中で、最も小さいものである。従ってこの余裕係数により設定される余裕期間は、最適な余裕期間となる。

3. 実験結果

図9は、最適余裕係数とボトルネックの位置の関係である。

図9より、ボトルネックの位置が第一ワークステーションのときの最適余裕係数の値が、他の

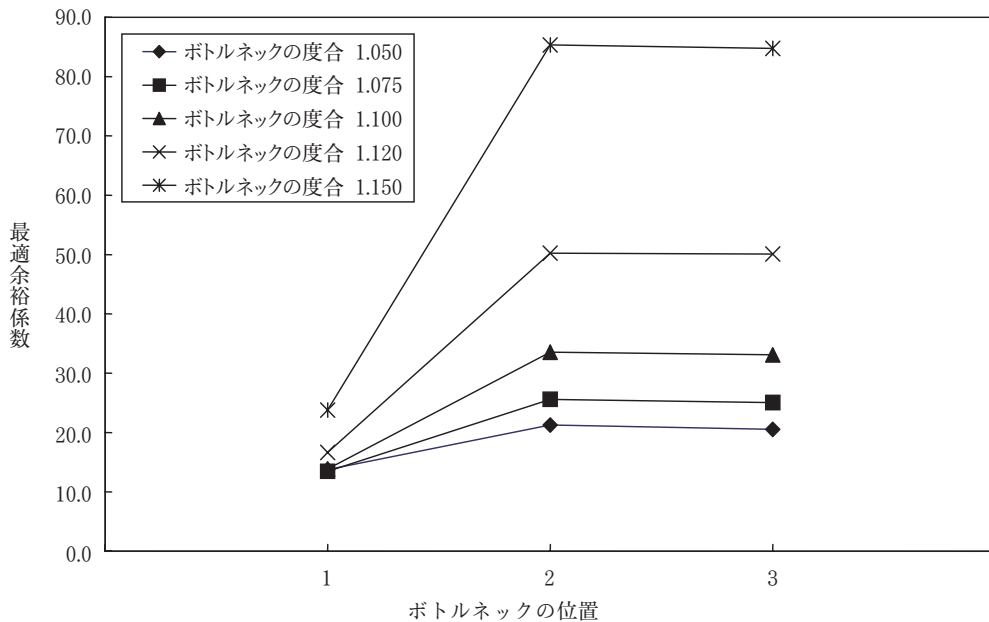


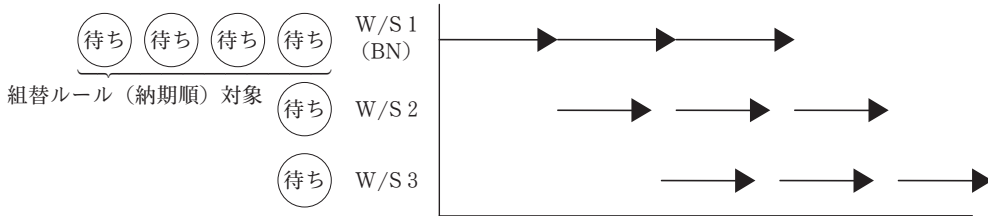
図9 ボトルネックの位置と最適余裕係数の関係

ボトルネックの位置のときの最適余裕係数の値より小さいことがわかる。この理由としては、図10のようなことが考えられる。

図10は、ボトルネックの位置が第一ワークステーションのときと、ボトルネックの位置が第一ワークステーション以外の場合の加工状況である。図10(a)より、ボトルネックの位置が第一ワークステーションのときは、第一ワークステーションの前に仕事が貯まる。本研究のスケジュールの組替対象は、加工を開始していない仕事だけである、即ち第一ワークステーションでのみ組替ルールが適用される。従って、加工を待っている仕事がある程度貯まった段階で納期の短いジョブが到着した場合、組替えられてすぐに加工が開始できることとなる。このため、第一ワークステーションに加工待ちの仕事が多くなれば、組替ルールの効果が高くなる。一方図10(b)のように、ボトルネックの位置が第一ワークステーション以外の場合は、仕事は第一ワークステーション以外に貯まる。このため、組替ルールの効果が低くなる。以上のことから、ボトルネックの位置が第一ワークステーションかそれ以外かにより、組替ルールの効果に違いがでてくることがわかる。このため、ボトルネックの位置が第一ワークステーションの場合の最適余裕係数の値が、ボトルネックが第一ワークステーション以外の場合の最適余裕係数より小さくなる。

また図9より、ボトルネックの度合が大きくなるほど、最適余裕係数の値が大きくなることがわかる。

(a) ボトルネックが第一ワークステーションのとき



(b) ボトルネックが第一ワークステーション以外の場合

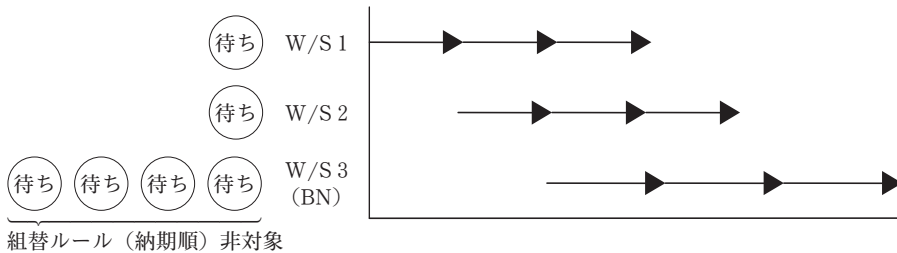


図 10 ボトルネックの位置による加工状況の違い

4. ボトルネックを考慮した最適余裕係数の推定式

ボトルネックの位置と最適余裕係数の関係を基に、ボトルネックを考慮した最適余裕係数の推定式を導出する。

表 2 は、ボトルネックの度合が 1.125 の場合の、ボトルネックの位置が第二ワークステーションおよび第三ワークステーションのときの最適余裕係数である。

表 2 ボトルネックの位置と最適余裕係数の関係

ボトルネックの位置	最適余裕係数
2	50.2
3	50.1

表 2 より、ボトルネックの位置が第二ワークステーションおよび第三ワークステーションのときの最適余裕係数は、ほとんど変わらないことがわかる。表 2 は、ボトルネックの度合が 1.125 の場合であるが、この関係は他の条件においても同様である。この関係より、ボトルネックの位置が第一ワークステーション以外の場合の最適余裕係数は、ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数に比を乗じることにより求めることができる ((3)式参照)。

$$N = M \times \beta \tag{3}$$

但し, M : ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数

N : ボトルネックが第一ワークステーション以外の場合の最適余裕係数

β : ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数に対するボトルネックが第一ワークステーション以外の場合の最適余裕係数の比

図 11 は, ボトルネックの度合とボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数の関係である。

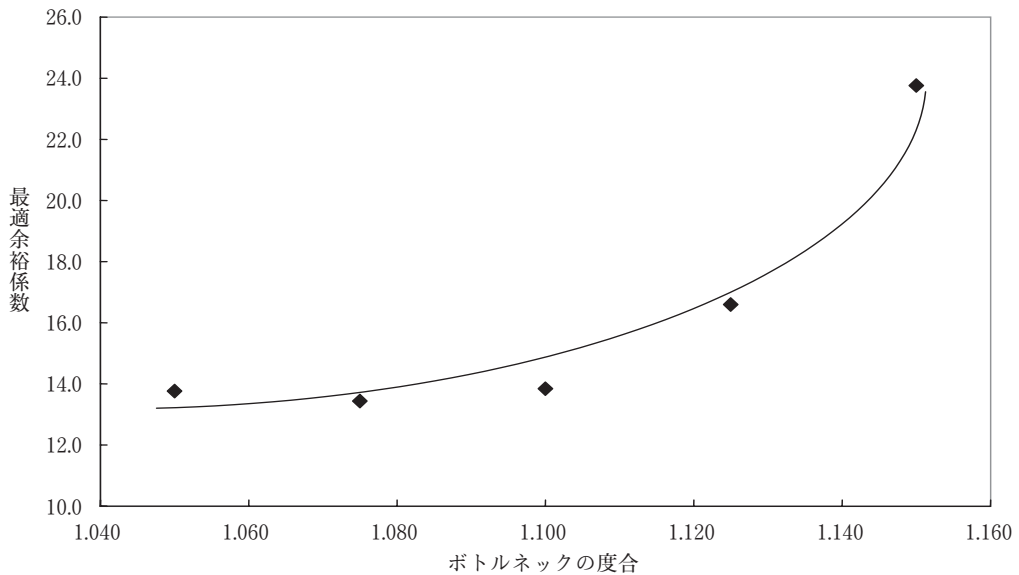


図 11 ボトルネックの度合とボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数の関係

図 11 より, ボトルネックの度合が大きくなるにつれて, ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数は急激に大きくなるのがわかる。そしてボトルネックの度合が 1.1765 のとき, ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数は無限大になる。これは上記のボトルネックの度合のときに, ボトルネックとなるワークステーションの到着負荷率が 1.00 を超えるためである。以上のことから, ボトルネックの度合いとボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数は, (4)式で表すことができる。

$$M = f_{(d)} \times \frac{1}{(1.1765 - d)} \quad (4)$$

但し, $f_{(d)}$: 修正項

d : ボトルネックの度合

図 12 は, 修正項 $f_{(d)}$ とボトルネックの度合の関係である。

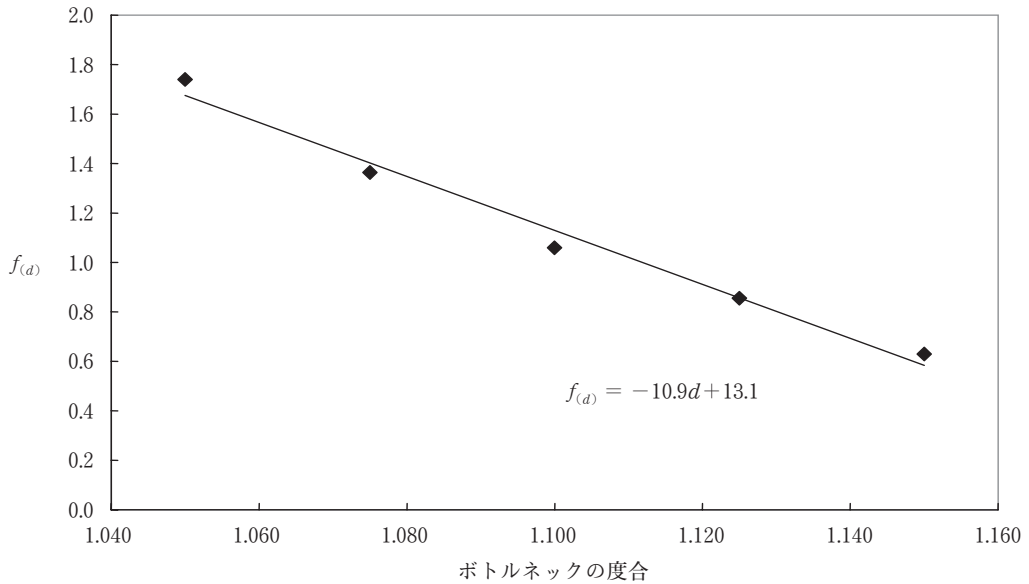


図 12 ボトルネックの度合と修正項 $f(d)$ の関係

図 12 より、修正項 $f(d)$ は、ボトルネックの度合の関数として表すことができる。線形で近似した結果、高い近似精度がえられたため、ボトルネックの度合と修正項 $f(d)$ の関係は、(5)式となる。

$$f(d) = -10.9d + 13.1 \quad (5)$$

以上のことから、ボトルネックが第一ワークステーションの場合の最適余裕係数を求める推定式は、(6)式となる。

$$M = \frac{-10.9d + 13.1}{(1.1765 - d)} \quad (6)$$

図 13 は、ボトルネックの度合と(3)式の比 (β) の関係である。

図 13 より、ボトルネックの度合を大きくするにつれて、(3)式の比 (β) は線形に大きくなることがわかる。以上のことから、この関係は(7)式で表すことができる。

$$\beta = 21.0d - 20.7 \quad (7)$$

以上のことから、ボトルネックが第一ワークステーション以外の場合の最適余裕係数の推定式は、(8)式となる。

$$N = \left\{ \frac{-10.9d + 13.1}{(1.1765 - d)} \right\} \times (21.0d - 20.7) \quad (8)$$

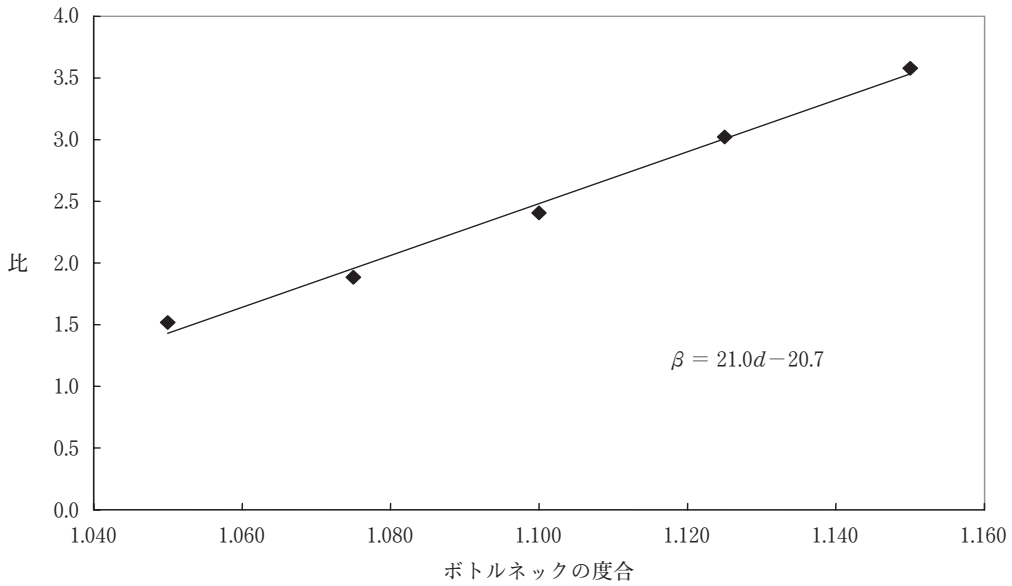


図13 ボトルネックの度合と(3)式の比(β)の関係

(6)式, (8)式は, 本研究で構築したモデル上でのみ適用可能であるが, ボトルネックを考慮した最適余裕係数の基本構造式は, (9)式, (10)式となる。

$$M = f_{(d)} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho} - d\right)} \quad (9)$$

但し, ρ : 到着負荷率

$$N = \left\{ f_{(d)} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho} - d\right)} \right\} \times (a \times d + b) \quad (10)$$

以上のことから, ボトルネックを考慮した最適余裕期間の基本構造式は, (9)式, (10)式を(2)式と組み合わせ, (11)式, (12)式となる。

$$MW_i = \sum_{j=1}^m T_{ij} \times \left\{ f_{(d)} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho} - d\right)} \right\} \quad (11)$$

但し,

MW_i : ボトルネックが第一ワークステーションの場合の仕事*i*の最適余裕期間

$$NW_i = \sum_{j=1}^m T_{ij} \times \left\{ f_{(d)} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho} - d\right)} \right\} \times (a \times d + b) \quad (12)$$

但し、

NW_i : ボトルネックが第一ワークステーションの以外の場合の仕事 i の最適余裕期間

5. おわりに

本研究では余裕期間に影響を与える要因として、ボトルネックを取り上げた。シミュレーション実験の結果から、ボトルネックの位置と最適余裕係数の関係は、ボトルネックの位置が第一ワークステーションのときの最適余裕係数が、最も小さい値になることが明らかになった。またこの関係は、どのような条件においても成り立つことがわかった。導出したボトルネックを考慮した最適余裕期間の基本構造式は、ボトルネックと最適余裕期間の最も基本的な関係を表した式である。

今後の研究の課題は、本研究で構築したモデルに他の要因を付加し、様々な状況に対応したボトルネックを考慮した最適余裕期間の推定式を導出することが挙げられる。

参考文献

- 1) 吉谷龍一, 中根基一郎『オーダーエン트리システム』日刊工業新聞社, pp. 46-58 (1972)
- 2) Tagawa, S. "A New Concept of Job Shop Scheduling System — Hierarchical Decision Model", *Int. J. Production Economics*, 44 pp. 17-26 (1996)
- 3) 吉谷龍一『生産システム設計ハンドブック』日刊工業新聞社, pp. 587-624 (1968)
- 4) 木内正光, 田川晋一, 武岡一成 "マスタースケジューリングにおける余裕期間の研究", 日本経営工学会, 平成 16 年度秋季研究大会予稿集, pp. 18-19 (2004)
- 5) 加藤治彦, 竹之内隆, 村上 悟『TOC 戦略マネジメント』日本能率協会マネジメントセンター, p. 8 (1999)

A Study on Basic Structure of Optimum Time Allowance for Master Scheduling Considering Bottleneck

Masamitsu Kiuchi, Shinichi Tagawa and Kazushige Takeoka

Abstract

In order to respond diversifying needs of customers, manufacturing company has to make manufacturing lead-time shorter and shorter. This study has focused on master scheduling system. As the scheduling method, dynamic scheduling method is taken up. In case of dynamic scheduling method, schedule of the job is made when it arrived at the shop. In making the schedule of newly arrived job, if tight due-date is given to the jobs, it is necessary to reschedule the jobs already planned. If the schedule of already planned jobs is tight, some jobs cannot be completed on time. Therefore, when the due-date of job is to be set, appropriate time allowance should be given. However, method to set appropriate time allowance is not made clear up to date. The purpose of this study is to propose a way of setting optimum time allowance for master scheduling system. In this paper, a structural equation of optimum time allowance in case that bottleneck work station is included in the production system is deducted.

Keywords: master scheduling, dynamic scheduling, time allowance, bottleneck