GNPLI

# 集合分割問題に対する分岐限定法アルゴリズムの詳細な分析（B4版，41頁）

岩村覚三

1977.9.1. 初版
1979.5.11 第2版 32頁
1980.5.27 第3版 41頁

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

# 目　次

Pierce J.F. and J.S. Lasky, Improved Combinatorial programming algorithm for a class of all-zero-one integer programming problems, Management Science, vol. 19, 528–543, 1973

Pierce J.F. Application of Combinatorial Programming to a Class of All-Zero-One Integer Programming Problems, Management Science Vol. 15, no. 3 (1968) 191–209

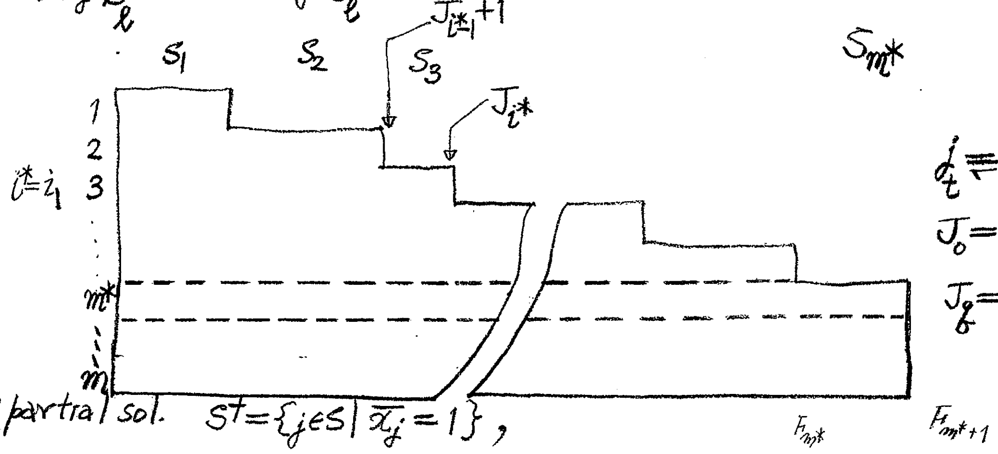
まとめ '77/7/26/1

| タイトル | 年 | 月 | 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | | | 作成者 栗木ま |



$S^+ \equiv \{j \mid \bar{x}_j = 1, j \in S\}$, $Q(S) \equiv \sum_{j \in S^+} \{i \mid a_{ij} = 1\} \fallingdotseq$ {satisfied row number}

(1) $\min\left\{ \sum_{l=1}^{m^*} \sum_{j \in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=1}^{m^*} \sum_{j \in S_l} a_{ij} x_j = 1 \ (1 \le i \le m),\ x : \text{binary} \right\}$




$j_t \equiv \# S_t$

$J_0 = 0$,

$J_g = \sum_{l=1}^{g} j_l$

$S$: partial sol. $S^+ = \{j \in S \mid \bar{x}_j = 1\}$,

Feasibility Test

FT1P

$LQS(i) = 0 \Leftrightarrow i \in Q(S)$,

$LQS(i) = 0 \Rightarrow a_{ij} = 1$ な $x_j$ の値は 0 にしなければ feasible solution は得られない。

FT2,3P

係数行列 $A$ を階段形にする。

$i^* \equiv \min\{i \mid i \notin Q(S)\}$, $\{i \mid i \notin Q(S)\} \fallingdotseq \{\overset{i^*}{i_1}, i_2, \ldots, i_g\}$ (但し $i_1 < i_2 < \cdots < i_g$)

$X^0$: the best feasible sol. discovered so far.

$Z^0$: $cX^0$

$Z(S) = \sum_{j \in S^+} c_j$, $z_S = Z^0 - \sum_{j \in S^+} c_j = Z^0 - Z(S)$

(3) $\sum_{l=i^*}^{m^*} \sum_{j \in S_l} c_j x_j < Z^0 - Z(S)$ な $(x_j, j \in S_l, i^* \le l \le m^*)$ : binary のみ考えればよい。

Bounding Test

BT1P $(c_j \ge z_S \Rightarrow \bar{x}_j = 0)$ for $j \in S_l$, $i^* \le l \le m^*$

BT2P

$\min_{J_{i^*-1} < j \le J_{i^*}} c_j \ge z_S \Rightarrow$ リスト $i^*$ をサーチせずにバックトラック出来る。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/26/2 | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

A B C D E

$S=S_1+\cdots+S_{i^*-1}$, 部分問題(subproblem) 付録1参照

(2) $Z_S^* \equiv \min\left\{\sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} a_{ij} x_j = \begin{cases} 0 & (i\in Q(S),\ i\geq i^*) \\ 1 & (i\notin Q(S)) \end{cases},\ x:\text{binary}\right\}$

(4) $\hat{Z}_S = \min\left\{\sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} h_j x_j = g,\ x:\text{binary}\right\}$, $h_j \equiv \sum_{i=1}^{m} a_{ij}$, $g = m-|Q(S)|$

$\hat{Z}_S \leq Z_S^*$

(3) $CN(g) = \min\left\{\sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=i^*}^{m^*}\sum_{j\in S_l} h_j x_j = g,\ 0\leq x\leq 1\right\}$

Note. $Z^0 \leqq z(S)+z_S^* \Rightarrow$ バックトラック出来る。

**BT3P**

$z_S \leq \hat{Z}_{S'} \Longrightarrow$ リスト$i^*$をサーチせずにバックトラック出来る。

**BT4P**

$\{ c_j/h_j \mid j\in S_l,\ i^*\leq l\leq m^* \}$ をソートして Continuous Knapsack Bound $CN(g)$ を計算する。

$CN(g) \leq \hat{Z}_S$

$z_S \leq CN(g) \Rightarrow$ リスト$i^*$をサーチせずにバックトラック出来る。

**BT5P**

$z_S \leq \left(\min_{\substack{j\in S_l \\ i^*\leq l\leq m^*}} c_j/h_j\right)\cdot g \Rightarrow$ リスト$i^*$をサーチせずにバックトラック出来る。

A B C D E

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/26/3 | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

Modification of the Basic Algorithm

<u>Preanalysis considerations</u>

Garfinkel & Nemhauser の book の

Reduction1 $\exists$ null row vector?

Reduction4 $\exists S, k : \sum_{j \in S} a_j = a_k \ \& \ \sum_{j \in S} c_j \leq c_k$ ?

Reduction2 $\exists$ unit row vector?

ブロック・ダイアゴナルな形への変形

<u>FT4P</u> $i^* = \min\{i \mid i \notin Q(S)\}$, $\{i \mid i \notin Q(S)\} = \{i_1, i_2, \cdots, i_g\}$ ($i_1 = i^*$)

$\gamma_{i^*} \equiv \min_{u \in S_{i^*}} h_u$,

$\gamma_{i^*} > g \Rightarrow$ リスト$i^*$をサーチせずにバックトラック出来る。

<u>FT5P</u>

$i \notin Q(S)$な各$i$に対して$a_{ij} = 1$な$j \in S_\ell$, $i_1 \leq \ell \leq i_g$がなければならない。

$E_n \equiv A_n$

$E_j \equiv E_{j+1}$ .OR. $A_j$, $j = n-1, \cdots, 2, 1$

として

$(LQS(-) .\mathrm{AND}. E_{KJ}^{(-)}) \neq LQS(-) \Rightarrow$ KJ を採用しても feasible sol. を生まない。

Pierce によれば random problem に対して有効

<u>FT6I</u> (岩村)

$F_{m^*+1} \equiv \phi$

$F_i = F_{i+1} .\mathrm{OR}. \left( \sum_{j \in S_i}^{\mathrm{OR}} A_j \right)$ として

$LQS(-) .\mathrm{AND}. F_{i^*} \neq LQS(-) \Rightarrow$ リスト$i^*$のサーチをせずにバックトラック出来る。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/26/4 | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩木寸 |

A B C D E

$$LQS(-).AND.(F_{i^*+1}.OR.A_{KJ}) \neq LQS(-)$$

$$KJ \in S_{i^*} \ (J_{i^*-1}+1 \le KJ \le J_{i^*})$$

⇒ KJを1だけ増加してよい。$KJ=KJ+1$。

BTGP

$$i^* = \min\{i \mid i \notin Q(S)\}, \quad \{i \mid i \notin Q(S)\} = \{\overset{i^*}{i_1} < i_2 < \cdots < i_g\}$$

$$Z_S^* = \min\left\{ \sum_{l=i^*}^{m^*} \sum_{j \in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=i^*}^{m^*} \sum_{j \in S_l} a_{ij} x_j = \begin{cases} 0 & (i \in Q(S),\ i \ge i^*) \\ 1 & (i \notin Q(S)) \end{cases},\ x:\text{binary} \right\}$$

$$= \min\left\{ \sum_{j=J_{i^*-1}+1}^{n} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j=J_{i^*-1}+1}^{n} a_{ij} x_j = \begin{cases} 0 & (i \in Q(S),\ i \ge i^*) \\ 1 & (i \notin Q(S)) \end{cases},\ x:\text{binary} \right\}$$

$$\phi_{in} \equiv \begin{cases} \infty & (a_{in}=0) \\ c_n/h_n & (a_{in}=1) \end{cases}, \quad \phi_{iu} \equiv \begin{cases} \phi_{i,u+1} & (a_{iu}=0) \\ \min[\phi_{i,u+1},\ c_u/h_u] & (a_{iu}=1) \end{cases}$$

もちろん $u=n-1, \cdots, 2, 1$

$$\phi_{iu} \le \phi_{i,u+1}$$

(5) $$Z_S^* \ge \sum_{i=1}^{m} LQS(i) \cdot \phi_{i,J_{i^*-1}+1} = \sum_{i=i^*}^{m} LQS(i)\phi_{i,J_{i^*-1}+1}$$

が証明できるので

$$\sum_{i=1}^{m} LQS(i)\phi_{i,J_{i^*-1}+1} \ge Z_S = Z^0 - Z(S)$$

⇒ リスト$i^*$のサーチをせずにバックトラック出来る。

実は一般に $J_{i^*-1}+1 \le KJ$ な KJに対し

$$\min\left\{ \sum_{j=KJ}^{n} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j=KJ}^{n} a_{ij} x_j = \begin{cases} 0 & (i \in Q(S),\ i \ge i^*) \\ 1 & (i \notin Q(S)) \end{cases},\ x:\text{binary} \right\} \ge \sum_{i=i^*}^{m} LQS(i)\phi_{i,KJ}$$

が言え、かつ

$$\sum_{i=i^*}^{m} LQS(i)\phi_{i,KJ} \ge Z_S = Z^0 - Z(S) \Rightarrow \sum_{i=i^*}^{m} LQS(i)\phi_{i,j} \ge Z_S = Z^0 - Z(S)$$

なので

$\forall j \ge KJ,\ \phi_{i,KJ} \le \phi_{i,j}$ に注意せよ。

A B C D E

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/26/5 | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者　岩村 |

<u>BI6P</u>

$$\sum_{i=i^*}^{m} LQS(i)\,\phi_{i,KJ} \geq Z_g = Z^0 - Z(5)$$

⇒ リスト$i^*$のサーチをせずにバックトラック出来る。

| タイトル Manag. Science, vol 19, no. 5 (1973) のまとめ Pierce and Lasky | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

A B C D E

Pierce and Lasky流データの前処理

岩村覚三
「システムDS(Data Structure for the Set-Partitioning Problem)
概念設計」1979.2.16第2版(B4)39頁

岩村覚三
「システムDSプログラム設計書」1979.2.23第1版(B4)88頁

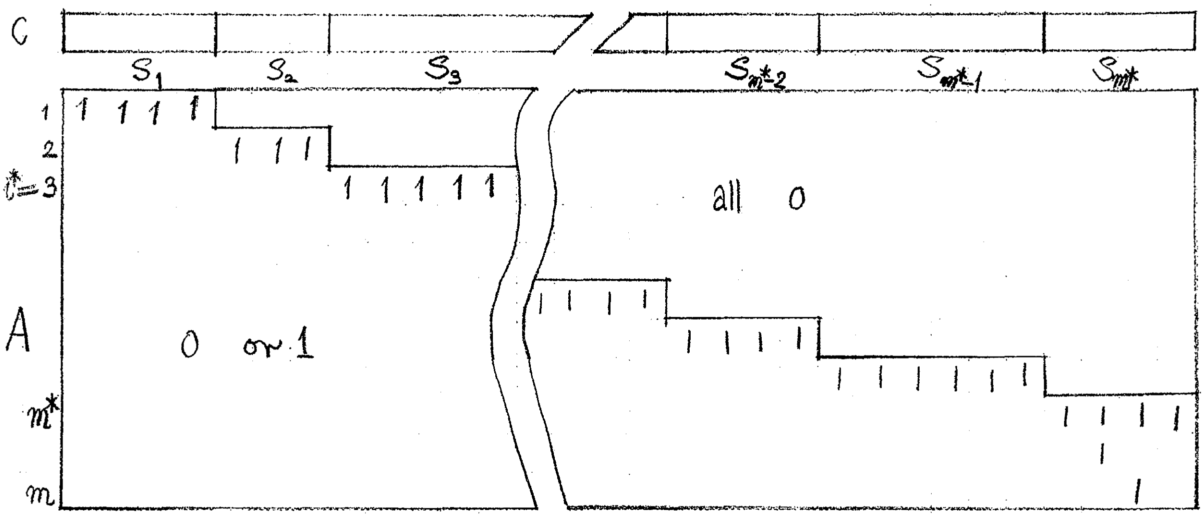
の2点を見よ。

A B C D E

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Manag. Science 19, no. 5 (1973) Pierce and Lasky のまとめ | | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

注: Partial Solution の定義については p. 32, 33 を見よ。

## データ構造




(1) $\min\{cx \mid Ax = \binom{1}{1},\ x:\text{binary}\}$

Partial solution $S$ 注, $S^+ = \{j \mid \bar{x}_j = 1, j \in S\}$, $Q(S) = \sum_{j\in S^+}\{i \mid a_{ij}=1\}$, $i^* \equiv \min\{i \mid i \notin Q(S)\}$,

$Z_S^* \equiv \min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} a_{ij}x_j = 1 - \sum_{j\in S} a_{ij}\bar{x}_j,\ 1\le i\le m,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$ $\quad J_{i^*-1}+1 \le KJ \le J_{i^*}$

$Z^0 \equiv$ the value of the best feasible solution to (1) discovered so far.

$Z(S) \equiv \sum_{j\in S} c_j \bar{x}_j$ = the cost of the present partial solution

Backtrack Test

$Z_S^* + Z(S) \ge Z^0$ — YES → Backtrack

$\max\{j\in S\} = J_{i^*-1} \Rightarrow$ リスト $i^*$ をサーチしないでバックトラック出来る。

~~$\max\{j\in S\} > J_{i^*-1} \Rightarrow KJ \leftarrow KJ+1$ と出来る。~~

↓ NO

$Z_S^*$ の代用

(2) $\hat{Z}_S \equiv \min\left\{\sum_{j\notin S} c_j y_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} h_j y_j = m_S,\ y_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$, $m_S = \#\{i \mid 1 - \sum_{j\in S} a_{ij}\bar{x}_j = 1, 1\le i\le m\}$ $= q$

$Z_S^* \ge \hat{Z}_S \ge m_S \cdot \min_{j\notin S}(c_j/h_j)$

$i^* = \min\{i \mid i\notin Q(S)\}$, $\max\{j\in S\} = J_{i^*-1}$ の時(即ち $S = S_1 + S_2 + \cdots + S_{i^*-1}$ の時)

$\eta_p \equiv \max_{j\in S_p} h_j$, $\bar{\delta}_p \equiv \min_{j\in S_p} c_j/h_j$, $v_p \equiv \eta_p \bar{\delta}_p$, Note $\bar{\delta}_1 \le \bar{\delta}_2 \le \cdots \le \bar{\delta}_{m^*-1} \le \bar{\delta}_{m^*}$ とすることが出来る。6頁参照。

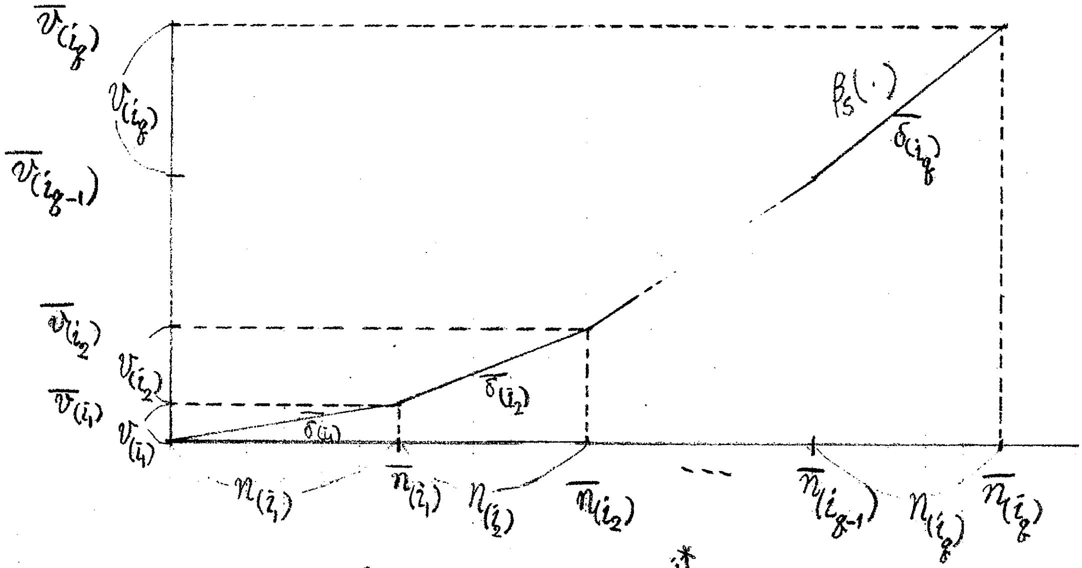
$\{i \mid 1 - \sum_{j\in S} a_{ij}\bar{x}_j = 1\} \equiv \{i_1 < i_2 < \cdots < i_q\}$,

$\bar{\eta}(i_j) \equiv \sum_{k=1}^{j} \eta(i_k)$, $\bar{v}(i_j) \equiv \sum_{k=1}^{j} v(i_k)$ $(1\le j\le q)$,

$Z_S^* \ge \beta_S(m_S)$

理由は

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |




(2') $Z_S^* = \min\left\{\sum_{l=i^*}^{g}\sum_{j\in S_{i_l}} c_j x_j \;\middle|\; \sum_{l=i^*}^{g}\sum_{j\in S_{i_l}} a_{ij}x_j = 1,\ i\in\{\overset{i^*}{i_1}, i_2, \cdots, i_g\},\ x_j\in\{0,1\}\ (j\in\sum_{l=1}^{g} S_{i_l})\right\}$

(2') が infeasible の時は $Z_S^* \geq \beta_S(m_S)$ は明らか。feasible の時は以下により

**BT1PL**

(3) $Z(S)+\beta_S(m_S) \geq Z^0$

⇒リスト$i^*$のサーチをせずにバックトラック出来る。

(2') が feasible のときは $m_S = g$, optimal feasible solution を $x_j^0$ として

$Z_S^* = \sum_{l=1}^{g}\sum_{j\in S_{i_l}} c_j x_j^0$, $\sum_{l=1}^{g}\sum_{j\in S_{i_l}} a_{ij}x_j^0=1,\ i\in\{i_1, i_2, \cdots, i_g\}$, $x_j^0\in\{0,1\}\ (j\in\sum_{l=1}^{g} S_{i_l})$　$1'=1, 2'=3$ etc.　$S'\subseteq S$

そこで $L'\subseteq\{1,2,\cdots,g\}$, $x_j^0=\begin{cases}1, & \text{for } j \overset{\exists !}{=} j(i_l)\in S_{i_l}\\ 0, & \text{for } j\in S_{i_l}\setminus\{j(i_l)\}\end{cases},\ l\in L'$, $x_j^0=0,\ j\in\sum_{l\notin L'} S_{i_l}$　$L'=\{1',2',\cdots,r'\}$, $r'\leq g$

$Z_S^* = \sum_{l\in L'} c_{j(i_l)}$, $\sum_{l\in L'}\sum_{j\in S_{i_l}} h_j x_j^0 = m_S$ 即ち $\sum_{l\in L'} h_{j(i_l)} = m_S\ (=g)$

$= \sum_{l=1'}^{r'} \frac{c_j(i_l)}{h_j(i_l)} h_{j(i_l)} \geq \sum_{l=1'}^{r'} \bar\delta_{i_l} h_{j(i_l)} \geq \min\left\{\sum_{l\in L'}\bar\delta_{i_l}\tilde h_l \;\middle|\; \sum_{l\in L'}\tilde h_l = m_S,\ \tilde h_l\in\{h_u, u\in S_{i_l}\},\ l\in L'\right\}$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/6 | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

$$\min\left\{\sum_{\ell\in L'}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell\in L'}\tilde{h}_\ell = m_s,\ \tilde{h}_\ell\in\{h_u,\ u\in S_{i_\ell}\}\ (\ell\in L')\right\}$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=1}^{g}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=1}^{g}\tilde{h}_\ell = m_s,\ \tilde{h}_\ell\in\{h_u,\ u\in S_{i_\ell}\}\ (\ell\in L')\ \text{かつ}\ \tilde{h}_\ell=0\ (\ell\in\{1,\cdots,g\}\setminus L')\right\}$$

$$\geqq\min\left\{\sum_{\ell=1}^{g}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=1}^{g}\tilde{h}_\ell = m_s,\ 0\leqq\tilde{h}_\ell\leqq\max_{u\in S_{i_\ell}}(h_u)\right\},\quad n_{i_\ell}\equiv\max_{u\in S_{i_\ell}}(h_u)$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=1}^{g}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=1}^{g}\tilde{h}_\ell = m_s,\ 0\leqq\tilde{h}_\ell\leqq n_{i_\ell}\right\}$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=1}^{g}\left(n_{i_\ell}\overline{\delta_{i_\ell}}\right)\cdot\left(\frac{\tilde{h}_\ell}{n_{i_\ell}}\right) \,\middle|\, \sum_{\ell=1}^{g}n_{i_\ell}\left(\frac{\tilde{h}_\ell}{n_{i_\ell}}\right)=m_s,\ 0\leqq\frac{\tilde{h}_\ell}{n_{i_\ell}}\leqq 1\right\},\quad v_{i_\ell}\equiv n_{i_\ell}\overline{\delta_{i_\ell}}$$

$\overline{\delta}_{i_1}\leqq\overline{\delta}_{i_2}\leqq\cdots$ のため実際は等号

$$=\min\left\{\sum_{\ell=1}^{g}v_{i_\ell}\cdot\omega_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=1}^{g}n_{i_\ell}\cdot\omega_\ell=m_s,\ 0\leqq\omega_\ell\leqq 1\right\}$$

$=\beta_s(m_s)$, O.K. (PLBD2) 証明終

$$\min\left\{\sum_{\ell\in L'}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell\in L'}\tilde{h}_\ell = m_s,\ \tilde{h}_\ell\in\{h_u,\ u\in S_{i_\ell}\}\ (\ell\in L')\right\}=\min\left\{\sum_{\ell\in L'}\overline{\delta_{i_\ell}}\,\tilde{h}_{i_\ell} \,\middle|\, \sum_{\ell\in L'}\tilde{h}_{i_\ell}=m_s,\ \tilde{h}_{i_\ell}\in\{h_u,\ u\in S_{i_\ell}\}\ (\ell\in L'\right.$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=i_1}^{m^*}\overline{\delta_\ell}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=i_1}^{m^*}\tilde{h}_\ell=m_s,\ \tilde{h}_\ell\in\{h_u,\ u\in S_\ell\}\ (\ell\in\{i_u\mid u\in L'\})\ \text{かつ}\ \tilde{h}_\ell=0\left(\ell\in\{i_1,i_1+1,\ldots,m^*\}\setminus\{i_u\mid u\in L'\}\right)\right\}$$

$$\geqq\min\left\{\sum_{\ell=i_1}^{m^*}\overline{\delta_\ell}\,\tilde{h}_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=i_1}^{m^*}\tilde{h}_\ell=m_s,\ 0\leqq\tilde{h}_\ell\leqq n_\ell\right\}$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=i_1}^{m^*}\overline{\delta_\ell}\,n_\ell\left(\frac{\tilde{h}_\ell}{n_\ell}\right) \,\middle|\, \sum_{\ell=i_1}^{m^*}n_\ell\left(\frac{\tilde{h}_\ell}{n_\ell}\right)=m_s,\ 0\leqq\frac{\tilde{h}_\ell}{n_\ell}\leqq 1\right\}$$

$$=\min\left\{\sum_{\ell=i_1}^{m^*}v_\ell\,\omega_\ell \,\middle|\, \sum_{\ell=i_1}^{m^*}n_\ell\,\omega_\ell=m_s,\ 0\leqq\omega_\ell\leqq 1\right\}$$

(PLBD3) BT6PL 有効性は未だためしていない。

注 38p. (2′) の continuous version の optimal feasible sol. が all-integer
( 即ち (2′) の optimal feasible sol. ) の時は
この continuous version の optimal objective value $= Z_s^* \geqq \beta_s(m_s)$.

そうでない時は continuous version の optimal objective value $<\beta_s(m_s)$ の
可能性があるが本当にそうか? 本当なら例を挙せ。偽ならば 常に
LP(2′) の optimal objective value $\geqq\beta_s(m_s)$ を証明せよ。 証

タイトル
年 月 日: '77/7/19 '80/5/23 書直し
版 承認 査閲 担当
登録番号
参照番号
作成者 岩村

話しを本論に戻す。

$z(S)+\beta(m_S)<Z^0$ の時は前進して $S_{i_q}\ni j$ な $x_j$ を1にすることを考える。

もし

**BT2PL** (4) $z(S)+c_j+(m_S-h_j)\bar{\delta}_{(i_q+1)}\ge Z^0$ ⇒ KJ=KJ+1に出来る。

**BT3PL** $z(S)+c_j+(m_S-h_j)\bar{\delta}_{(i_q)}\ge Z^0$

**BT4PL** $z(S)+c_j+new\,\beta_{S+S_{i^*}}(m_S-h_j)\ge Z^0$

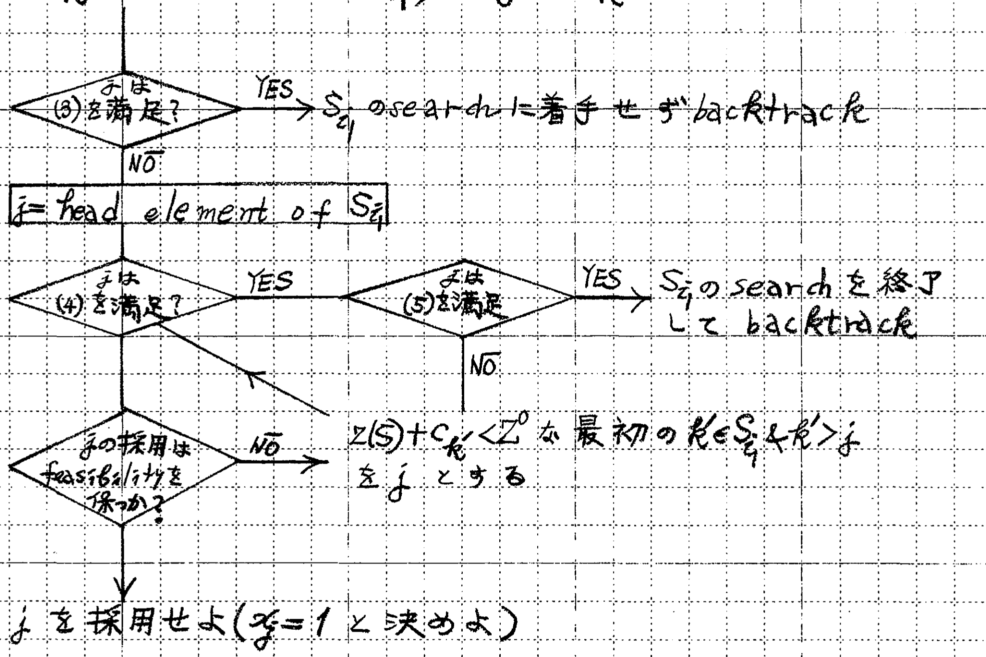
(4)を満足しないfeasibleな最初の $x_j$ が1にされる。

$j\in S_{i_q}$ が(4)を満足し

**BT5PL** (5) $z(S)+\min_{k\in S_{i_q}\,\&\,k>j} c_k\ge Z^0 \Rightarrow S_{i_q}$ のサーチを終了してバックトラック出来る。

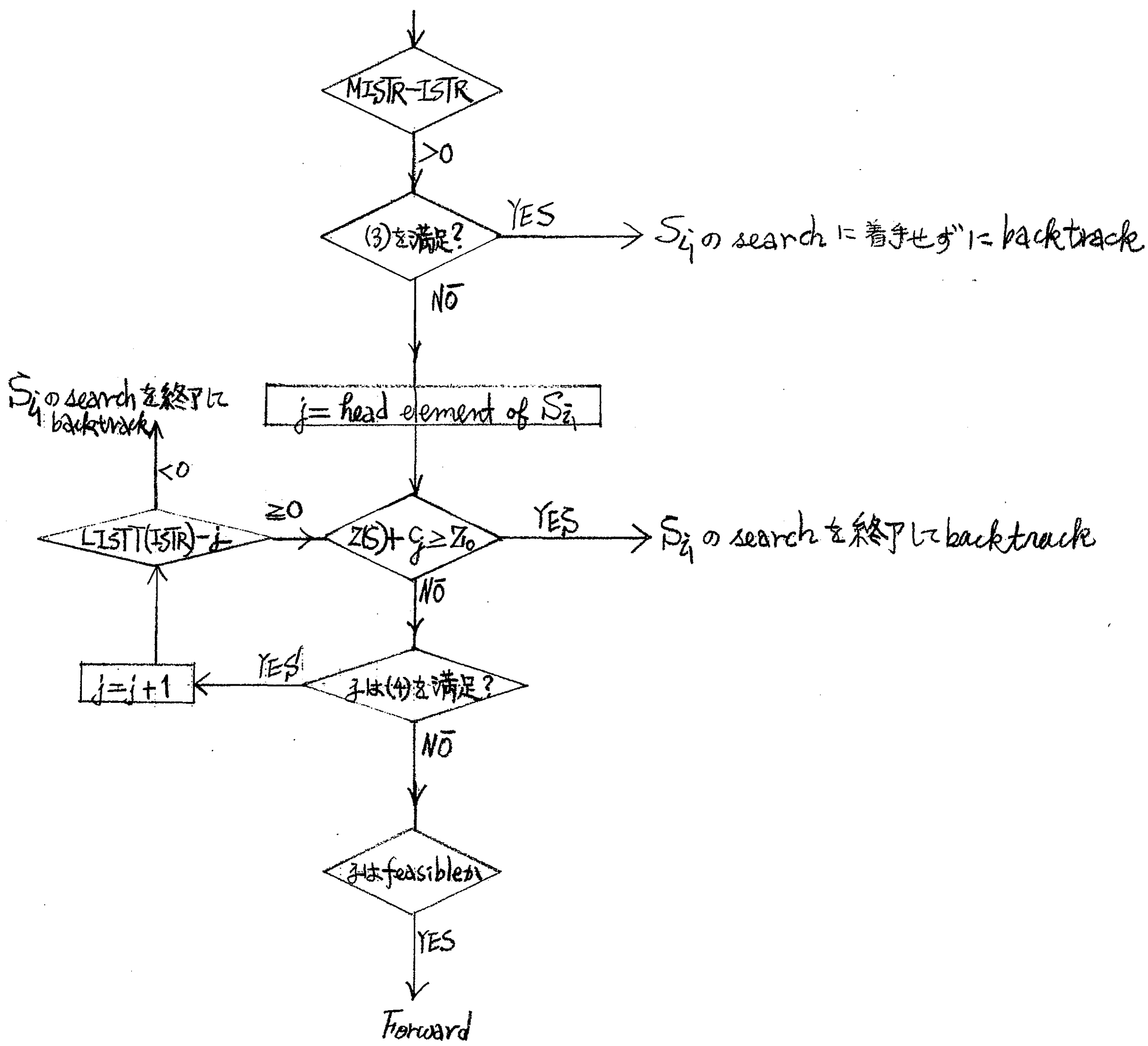
$j\in S_{i_q}$ が(4)を満足するが(5)を満足しない時は

$z(S)+c_{k'}<Z_0$ な最初の $k'\in S_{i_q}$, $k'>j$ な $x_{k'}$ の値が1にされる。




プログラム効率から考えると最初に計算量の少ない(5),(4)をテストし最後に(3)をテストした方がよいと思われる。

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 岩村のデータ構造にした場合のバウンディング・テスト | | | | | | 登録番号<br>参照番号<br>作成者 |




プログラム効率から考えると最初に計算量の小さい (5), (4) をテストし最後に (3) をテストした方がよいと思われる。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| G.N. p.315 のLP bound と Knapsack bound. | '77/6/15 | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 [signature] |

論文 "When the greedy algorithm solves the Knapsack Problem" も調べよ

G. N. の book p.315 の example

① $\beta$ 値

$$\underset{2}{2.\times 2} + \underset{4}{3.\times 2} + \underset{5}{4.\times 1} = 4+6+4 = 14$$

Pierce
$= 2.+3.+4.+3.+2.$
$= 14.$

② LP bound

| | $x_6$ | $x_1$ | $x_4$ | $x_8$ | $s$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_2$ | $x_3$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 8 | 9 | 45 | 6 | 10 | 7 | 5 | = | $z \to$ min |
| R3 | 1 | | | | | 1 | 1 | | | = | 1 |
| R1 | | 1 | | | | | | 1 | | = | 1 |
| R2 | | | 1 | | | | 1 | | 1 | = | 1 |
| R4 | | | | 1 | | 1 | | | | = | 1 |
| R5 | 1 | | 1 | | 1 | | | 1 | | = | 1 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2. | | | | 3. 5. ∞ ∞ |
| | 3. | | | 3.5 3.5 3.5 ∞ |
| | | 4. | | 5. 5. 5. 5. |
| | | | 3. | 3. ∞ ∞ ∞ |
| 2. | | | | 3.5 3.5 3.5 ∞ |

1つの feasible sol.

$x^0_{j(k)} = 1$, block $k$, $x^0_j = 0$ $\quad \forall j$ in block $k$

$\sum_{k=1}^{n} h_{j(k)}$

$= \sum_{k=1}^{n} h_{j(k)} x^0_{j(k)} = m \qquad h_{j(k)} > 0$

$\sum_{k=1}^{n} c_{j(k)}$

$= \sum_{k=1}^{n} \frac{c_{j(k)}}{h_{j(k)}} h_{j(k)}$

$\leq \max_{\forall j:} \left(\frac{c_j}{h_j}\right) \cdot \sum_{k=1}^{n} h_{j(k)}$

$\quad \| $

$\quad m \cdot \max_{\forall j:} \left(\frac{c_j}{h_j}\right)$

| | | $-x_7$ | $-x_5$ | $-x_2$ | $-x_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $z$ | -21 | -38 | -88 | 41 | -42 |
| $x_6$ | 1 | 1 | 1 | | |
| $x_1$ | 1 | | | 1 | |
| $x_4 =$ | 1 | | 1 | | 1 |
| $x_8$ | 1 | 1 | | | |
| $s$ | -1 | -1 | -2 | 1 | -1 |
| | | 38 | 44 | 41 | 42 |

(-38

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $s =$ | 1 | | | 1 | |
| | -1 | | -1 | | -1 |
| | -1 | -1 | -1 | | |
| $s =$ | -1 | -1 | -2 | 1 | -1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $z =$ | 4 | 4 | 4 | | |
| | 3 | | | 3 | |
| | 8 | | 8 | | 8 |
| | 9 | 9 | | | |
| | -45 | -45 | -90 | 45 | -45 |
| | | -6 | -10 | -7 | -5 |
| $z =$ | -21 | -38 | -88 | 41 | -42 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| -51 / 13 / 38 | -100 / 12 | 48 / 7 | -50 / 8 |

$s = -1 - (-x_7) - 2(-x_5) + 1(-x_2) - 1(-x_3)$

$-s = 1 + (-x_7) + 2(-x_5) - (-x_2) + (-x_3)$

$x_7 = 1 - (-s) + 2(-x_5) - (-x_2) + (-x_3)$

Pierce = Pierce & Lasky < LP

| | | $-s$ | $-x_5$ | $-x_2$ | $-x_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $z$ | 17 | -38 | -12 | 3 | -4 |
| $x_6$ | 0 | 1 | -1 | 1 | -1 |
| $x_1 =$ | 1 | | | 1 | |
| $x_4$ | 1 | | 1 | | 1 |
| $x_8$ | 0 | 1 | -2 | 1 | -1 |
| $x_7$ | 1 | -1 | 2 | -1 | 1 |

-1 で s ローをわる。 1/-1,

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/6/15/2 | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩𠮷 |

$$
\begin{array}{lrrrrr}
 & & -s & -x_5 & -x_6 & -x_3 \\
z & 17 & -4 & -9 & -3 & -1 \\
x_2 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\
x_1 & 1 & & & -1 & \\
x_4 & 1 & & & & \\
x_8 & 0 & & & -1 & \\
x_7 & 1 & & & 1 &
\end{array}
$$

LP bound値 = 17

③ Continuous Knapsack Bound

$$\min\{4x_6+6x_7+10x_5+3x_1+7x_2+8x_4+5x_3+9x_8$$

$$\text{s.t. } \underbrace{2x_6+2x_7+2x_5}+\underbrace{x_1+2x_2}+\underbrace{2x_4+x_3}+\underbrace{x_8}=5,\ x:\text{binary}\}$$

2.0 　3.0 　5.0 　3. 　3.5 　4. 　5. 　9.

$\wedge$ 　$\wedge$

2 　2+2 　2+2+1

$\|$ 　$\|$ 　$\|$

2 　4 　5

cost = 4 + 6 + 3 = 13 悪すぎる。 Knapsack < Pierce = Pierce&Lasky < LP

④ その他

$|S_1| = 3$。feasible completion がなければ backtrack。あったとすれば $S_1$ から

必ず1つ採用しなければならないから

カラム場所1にあるカラムを採用したとすると

$2.0\times2+3.0\times2+4.0\times1=14$

カラム場所2にあるカラムを採用したとすると

$3.0\times2+3.0\times2+4.0\times1=16$

カラム場所3にあるカラムを採用したとすると

$5.0\times2+3.0\times2+9.0\times1=27$

結論：カラム場所1にあるカラムを採用したと仮定した時の下界値が今迄の下界値より大きい時は採用せよ。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| LP boundとKnapsack boundが一致する例 | '77/6/18 | | | | | 登録番号 / 参照番号 / 作成者 岩村 |

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | |
| 1 | 1 | 0 | = 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix}1&1&0\\1&0&1\\1&1&1\end{vmatrix}}{-2} = \frac{1-(2)}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix}1&1&0\\1&1&1\\0&1&1\end{vmatrix}}{-2} = \frac{1-(2)}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix}1&1&1\\1&0&1\\0&1&1\end{vmatrix}}{-2} = \frac{1-2}{-2} = \frac{1}{2}$$

① β値

$1.0 \times 2 + 1.0 \times 1 = 3.0$

② LP bound

$2\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{1}{2} = 3.0$

③ Pierce bound

$1. + 1. + 1. = 3.0$

Continuous Knapsack = Pierce = Pierce & Lasky = LP

CN = P = β = LP

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| G.N. p.300の例 p.320の問13 | 47/7/6 | | | | | 登録番号 / 参照番号 / 作成者 [illegible] |

p.300の例

$\beta = 4.5$

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $s$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z =$ | 1 | 2 | 3 | 6 | 13 | → min |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 = | 1 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| | | $-t_1$ |
|---|---|---|
| $z$ | 5 | $-2$ |
| $t_2 =$ | 1 | 1 |
| $t_3 =$ | 1 | 1 |
| $t_4 =$ | 0 | $-1$ |
| $s =$ | 0 | 0 |

LP boundの方がよい。

$t_4 = 1 - t_2$
$= 1-(1-t_1)$
$= t_1$

$s = 1 - t_2 - t_4$
$= 1-(1-t_1)-t_1$
$= 1-1+t_1-t_1$
$= 0$

$z = t_1 + 2(1-t_1) + 3(1-t_1) + 6t_1 = 5 + 2t_1$

7−5

LP bound値 = 5

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 8 | 4 | 6 | 5 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 | |
| 2 | 1 | | 1 | | 1 |
| 3 | | | | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | | |
| | 2. | 4. | 2. | 3. | 2.5 |

| | $x_1$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | 1 | | | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | | |
| 3 | | | 1 | 1 | |
| 4 | 1 | | | | 1 |
| | 2. | 2. | 2.5 | 3. | 4. |

| | 1 | 2 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | 0 | 1 | 0 | 1 |
| RCOST | .5 | .6 | 3. | 3. |
| BLCOST | .5 | | 3. | 3. |
| BLMAX | 3 | | 1 | 2 |

Continuous knapsack

$\min\{1t_1+2t_2+3t_3+6t_4$ s.t. $2t_1+3t_2+1t_3+2t_4=4\}$

$0 \le t \le 1$

0.5 0.6 3. 3.

$t_1=1, t_2=2/3$

$CN = 1+2\cdot\frac{2}{3} = \frac{7}{3} = 2.\dot{3}$

$\beta = .5\times3+3\times1 = 4.5$

Pierce bound $= .5+.5+.\dot{6}+.\dot{6} = 2.\dot{3}$

Pierce < Pierce&Lasky < LP

$CN = P < \beta < LP$

| | $x_1$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| COST | 6 | 4 | 5 | 6 | 8 | |
| 2 | 1 | 1 | 1 | | | 2. |
| 1 | 1 | | | 1 | 1 | 2. |
| 3 | | | 1 | 1 | | 2.5 |
| 4 | 1 | 1 | | | 1 | 2. |
| RCOST | 2. | 2. | 2.5 | 3. | 4. | |
| BLCOST | 2. | | | 3. | | |
| BLMAX | 3 | | | 2 | | |

$\beta$の値 $= 2\times3+3\times1 = 9.$

Pierce bound $P = 8.5$

slack変数のコスト $= 4\cdot4 = 16$
$\ge m \cdot \max_{1\le j\le n}(c_j/h_j)$

$CN = 3\times2.+2. = 8.$

$3+1=4$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/6 | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & x_1 & x_4 & x_3 & x_5 & x_2 & s_1 & s_2 \\
z = & 6 & 6 & 4 & 5 & 8 & 16 & 16
\end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix} 1 & & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & & & 1 \\ & 1 & & 1 & \\ 1 & & 1 & & 1 \end{bmatrix}
\quad \begin{matrix} \\ \\ 1 & \\ & 1 \end{matrix} \quad = \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}
$$

$s_1 = 1 - x_4 - x_5$
$= 1 - x_4 - (1 - x_1 - x_3)$
$= x_1 + x_3 - x_4$

$s_2 = 1 - x_1 - x_3 - x_2$
$= 1 - x_1 - x_3 - (1 - x_1 - x_4)$
$= -x_3 + x_4$

| | | $-x_1$ | $-x_4$ | $-x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| $z$ | 13 | $-9$ | 2 | 1 |
| $x_5$ | 1 | 1 | | 1 |
| $x_2 =$ | 1 | 1 | 1 | |
| $s_1$ | 0 | $-1$ | 1 | $-1$ |
| $s_2$ | 0 | | $-1$ | 1 |

$$
\begin{array}{lccc}
 & -x_1 & -x_4 & -x_3 \\
z = & -6 & -6 & -4 \\
+5( & 1 & & 1\ ) \\
+8( & 1 & 1 & \ ) \\
+16( & -1 & 1 & -1\ ) \\
+16( & & -1 & 1\ )
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccc}
-6 & -6 & -4 \\
+5 & +8 & 5 \\
+8 & +16 & -16 \\
-16 & -16 & 16 \\ \hline
-22 & 2 & 1 \\
+13 & & \\ \hline
-9 & &
\end{array}
$$

$= 13 - 9(-x_1) + 2(-x_4) + (-x_3)$

| | | $-x_1$ | $-s_1$ | $-x_3$ |
|---|---|---|---|---|
| $z$ | 13 | $-7$ | $-2$ | 3 |
| $x_5$ | 1 | 1 | | 1 |
| $x_2 =$ | 1 | 2 | $-1$ | 1 |
| $x_4$ | 0 | $-1$ | 1 | $-1$ |
| $s_2$ | 0 | $-1$ | 1 | |

LP bound の値 = 10 , LP bound の方がよい。

CN(4) < Pierce < Pierce & Lasky < LP
8. 8.5 9. 10.

| | | $-x_1$ | $-s_1$ | $-x_5$ |
|---|---|---|---|---|
| $z$ | 10 | $-10$ | $-2$ | $-3$ |
| $x_3$ | 1 | 1 | | 1 |
| $x_2$ | 0 | 1 | $-1$ | $-1$ |
| $x_4$ | 1 | | 1 | 1 |
| $s_2$ | 0 | $-1$ | 1 | |

| | $x_1$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| COST | 6 | 4 | 5 | 3 | 8 |
| ロー 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| 2 | 1 | | | 1 | 1 |
| 3 | | | 1 | | |
| 4 | 1 | 1 | | | 1 |
| RCOST | 2. | 2. | 2.5 | 3. | 4. |
| BLCOST | 2. | | | 3. | |
| BLMAX | 3 | | | 2 | |

CN(4) = 2×3. + 2×1. = 8.

β の値 = 2.×3 + 3.×1 = 9.

どんな LP feasible sol. も
ロー 3 を満たさなくればならないから
$x_5 = 1$, $x_1 = x_3 = 0$, よって $x_4 = 0$, $x_2 = 1$

LP bound の値 = 5 + 8 = 13

LP bound の方がよい。

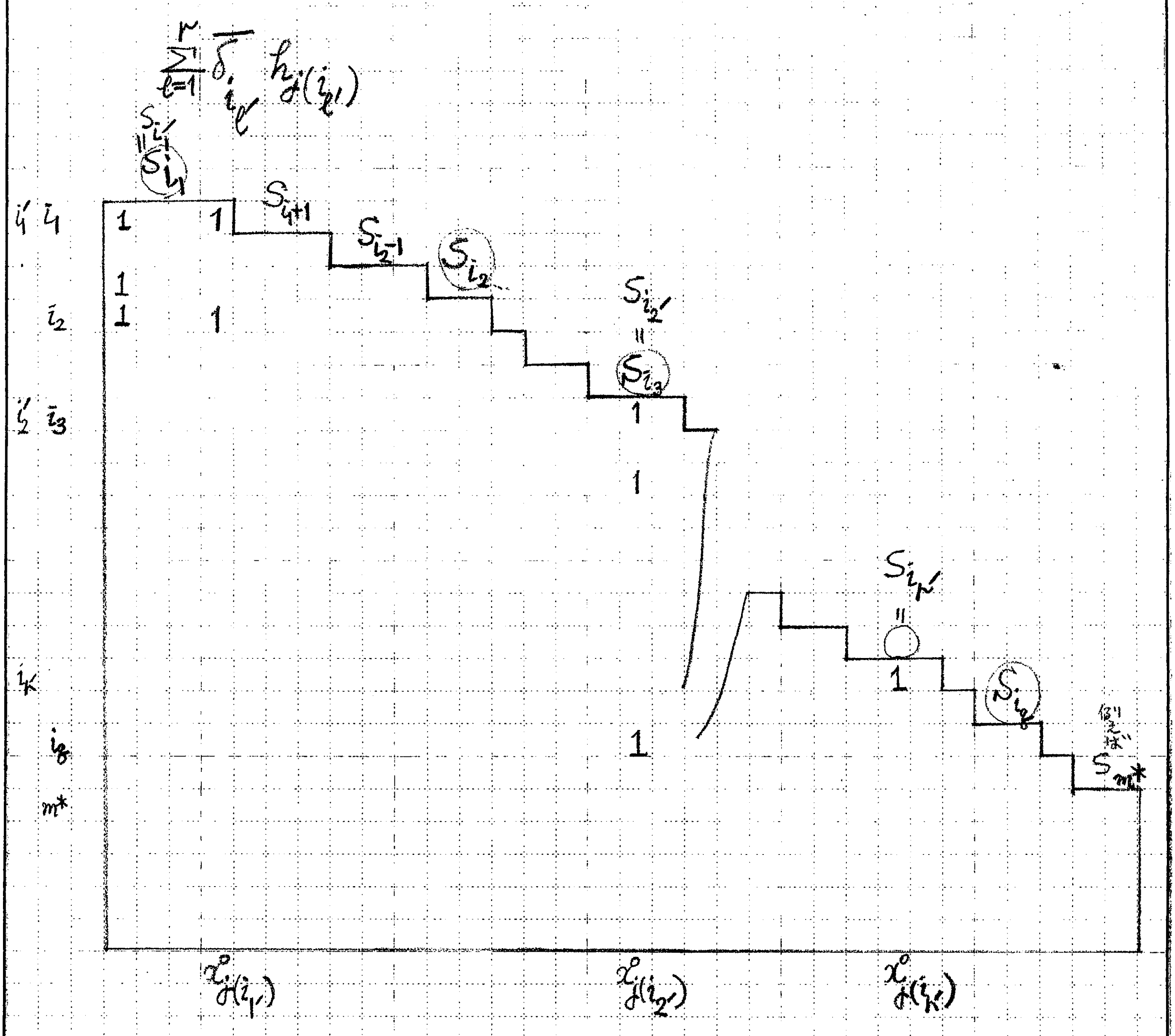
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2. | 2. | 2.5 | ∞ | ∞ |
| 2 | 2. | 3. | 3. | 3. | 4. |
| 3 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | ∞ | ∞ |
| 4 | 2. | 2. | 4. | 4. | 4. |

Pierce bound = 2. + 2. + 2.5 + 2. = 8.5

CN(4) < $\overset{P}{\text{Pierce}}$ < $\overset{\beta}{\text{Pierce}}$ & Lasky < LP
8. 8.5 9. 13.

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

A B C D E



$$\sum_{l=1}^{q}\sum_{j\in S_{i_l}} a_{ij}x_j^0=1,\ \forall i\in\{i_1,i_2,\cdots,i_q\}$$

であっても

$$\sum_{l=1}\sum_{j\in S_{i_l}} a_{ij}x_j^0=0,\ \forall i\in\{1,2,\cdots,m\}\setminus\{i_1,i_2,\cdots,i_q\}$$

とは限らない。

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

(2)′ $Z_s^* = \min\left\{ \sum_{l=1}^{q} \sum_{j\in S_{i_l}} c_j x_j \;\middle|\; \sum_{l=1}^{q} \sum_{j\in S_{i_l}} a_{ij} x_j = \begin{cases} 1, & i \in \{i_1, i_2, \cdots, i_q\} \\ 0, & i \in \{1, 2, \cdots, m^*\} \setminus \{i_1, i_2, \cdots, i_q\} \end{cases},\; x_j \in \{0, 1\} \; \left(j \in \sum_{l=1}^{q} S_{i_l}\right) \right\}$

$$Z_s^* \geqq \sum_{l=1}^{r} \bar{\delta}_{i_{l'}} h_{j(i_{l'})} \quad , \quad \sum_{l=1}^{r} h_{j(i_{l'})} = m_s = q$$

$$L' = \{1', 2', \cdots, r'\} \subseteq \{i_1, i_2, \cdots, i_q\}$$

第 $i_{l'}$ ブロックから $h_{j(i_{l'})}$ ニ入っているレンガの袋を持って来て
このブロック最低の値段で買う（$1 \leqq l \leqq r$）。買うレンガの総数
は $m_s (= q)$ ニである。各ブロックから持って来られる袋の数は高々1ニ
（0ニ　又ハ 1ニ）である。中止。

タイトル
Pierce & Lasky Bound と LP bound との間に強弱関係があるか？

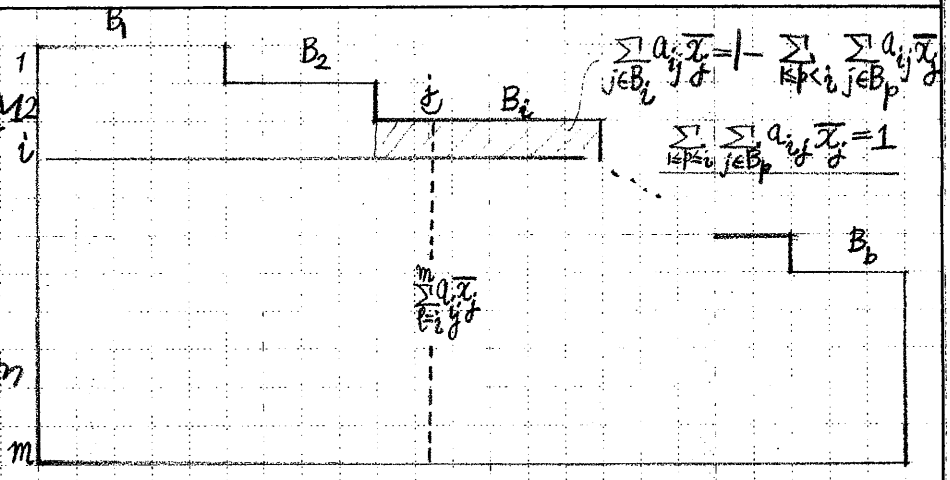
| 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 参照番号 |
| | | | | | 作成者 |

$z = \sum_{j\in N} c_j x_j$

$\sum_{j\in N} a_{ij} x_j = 1,\ i \in M$

$\sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} a_{ij} x_j = 1$

$\bar{x}$: optimal LP solution




各 $i$ に対して

$\sum_{1\le p\le i} \sum_{j\in B_p} a_{ij}\bar{x}_j = 1$ or $\sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} a_{ij}\bar{x}_j = 1$ $\quad 0 \le \sum_{j\in B_p} a_{ij}\bar{x}_j \le 1,\ 1\le i\le p,\ 1\le p\le b$

$\sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} a_{ij}\bar{x}_j = 1$

$\sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} h_j\bar{x}_j = m$ $\qquad 0 \le \sum_{j\in B_p} h_j\bar{x}_j \le \left(\max_{j\in B_p} h_j\right) \sum_{j\in B_p} \bar{x}_j = n_p \sum_{j\in B_p} \bar{x}_j$

$z = \sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} c_j\bar{x}_j = \sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} \left(\frac{c_j}{h_j}\right) h_j \bar{x}_j$ $\qquad \min_{l\in B_p}\left(\frac{c_l}{h_l}\right) = \bar{\delta}_p,\ \max_{j\in B_p} h_j \equiv n_p$

$\bar{\delta}_1 \le \bar{\delta}_2 \le$

$\ge \sum_{p=1}^{b} \sum_{j\in B_p} \min_{l\in B_p}\left(\frac{c_l}{h_l}\right) h_j\bar{x}_j = \sum_{p=1}^{b} \bar{\delta}_p \sum_{j\in B_p} h_j\bar{x}_j$

$\sum^{b}$

$\sum_{p=1}^{b} \max_{j\in B_p} h_j \le m$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| II Problem Reduction | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

## A. Reduced costs

$$\min\left\{cx \,\middle|\, Ax=\begin{pmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix},\ x:\text{binary}\right\} \geqq \min\left\{cx \,\middle|\, Ax=\begin{pmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix},\ x\geq 0\right\}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = 1 \qquad\qquad \| $$

$$\max\left\{b\begin{pmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix} \,\middle|\, bA\leqq c\right\}$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - \sum_{i=1}^{m} b_i\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\right) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - \sum_{i=1}^{m} b_i$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\left(c_j - \sum_{i=1}^{m} b_i a_{ij}\right)x_j \geq 0 \quad \Longleftarrow \quad c'_j \equiv c_j - \sum_{i=1}^{m} b_i a_{ij} \geqq 0$$

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{m} b_i \,\middle|\, \sum_{i=1}^{m} b_i a_{ij} \leqq c_j \ (1\leqq j\leqq n)\right\}$$

<u>BT11PL</u>　LP relaxation を解き、その reduced cost を用いて Implicit Enumeration を行なう。LP bound を下界値として採用する。

<u>BT1IK</u>（伊倉）

Pierce vol 15, no.3 (1968) の『p.203 下から9行目〜p.204 上から6行目まで』$\phi_{i1}$ から得られるバウンドを用いる。

$$b_i = \min_{j:a_{ij}=1}\left(c_j/h_j\right), \qquad \sum_{i=1}^{m} b_i \text{ を下界値とし、}$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} b_i a_{ij} \qquad\qquad b_i \leqq c_j/h_j,\ \forall (i,j): a_{ij}=1$$

$$\| $$

$$c_j - \sum_{\substack{i=1\\ a_{ij}=0}}^{m} b_i\cdot 0 - \sum_{\substack{i=1\\ a_{ij}=1}}^{m} b_i\cdot 1$$

$$\| $$

$$c_j - \sum_{\substack{i=1\\ a_{ij}=1}}^{m} b_i \geqq c_j + \sum_{\substack{i=1\\ a_{ij}=1}}^{m}\left(-c_j/h_j\right) = c_j - \left(c_j/h_j\right)\cdot h_j = 0$$

な $c'_j$ を reduced cost とする。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

B. Bounding & Purging

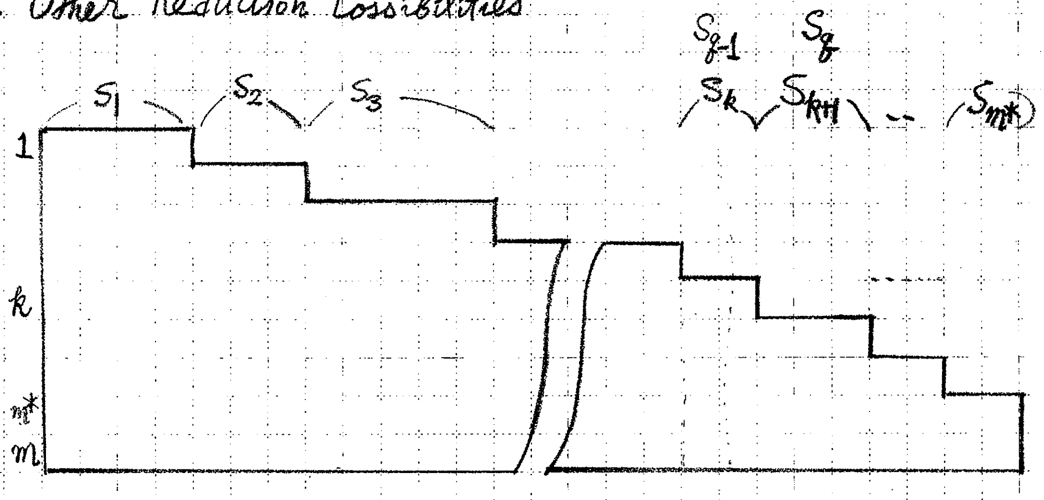
$$\sum_{j\in S} a_j = a_k,\ \sum_{j\in S} c_j \le c_k \Rightarrow \text{delete column } k$$

$Z_{ub} \geq Z^0$ な上界値 $Z_{ub}$ を用いて

$$c_j' > Z_{ub} - \sum_{i=1}^{m} b_i \Rightarrow \text{delete column } j$$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

## C. Other Reduction Possibilities




$$\text{Subproblem } k = \min\left\{\sum_{\ell=k}^{m^*}\sum_{j\in S_\ell} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{\ell=k}^{m^*}\sum_{j\in S_\ell} a_{ij} x_j = 1 \ (k\le i\le m),\ x_j:\text{binary}\right\}$$

reduction coefficients $b_{ik}$ $(k\le i\le m)$

$$\geqq \min\left\{\sum_{\ell=k}^{m^*}\sum_{j\in S_\ell} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{\ell=k}^{m^*}\sum_{j\in S_\ell} a_{ij} x_j = 1 \ (k\le i\le m),\ x\ge 0\right\} = \max\left\{\sum_{i=k}^{m} b_{ik} \,\middle|\, \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \le c_j \ (j\in S_k + S_{k+1} + \cdots + S_{m^*})\right\}$$

$$LP(\text{Subproblem } k+1) = \max\left\{\sum_{i=k+1}^{m} b_i \,\middle|\, \sum_{i=k+1}^{m} b_i a_{ij} \le c_j \ (j\in S_{k+1} + \cdots + S_{m^*})\right\}$$

$$S_k + S_{k+1} + \ + S_{m^*} \supseteq S_{k+1} + \cdots + S_{m^*}$$

LP(Subproblem $k$)の dual feas. sol.を $\begin{pmatrix} b_{kk} \\ b_{k+1\,k} \\ b_{k+2\,k} \\ \vdots \\ b_{m\,k} \end{pmatrix}$ とすると $\begin{pmatrix} b_{k+1\,k+1} \\ b_{k+2\,k+1} \\ \vdots \\ b_{m\,k+1} \end{pmatrix}$

$$\sum_{i=k+1}^{m} b_{ik} a_{ij}$$

$$\left(S_{k+1} + \cdots + S_{m^*} \ni {}^\forall j \quad a_{kj} = 0\right) \quad = b_{kk} a_{kj} + \sum_{i=k+1}^{m} b_{ik} a_{ij}$$

$$= \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \le c_j \ ({}^\forall j \in S_{k+1} + \ + S_{m^*})$$

LP(Subproblem $k$)の dual feasible sol.は LP(subproblem $k+1$)の dual feasible sol.

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

LP(Subproblem $k$)の dual feasible sol. $\begin{pmatrix} \bar{b}_{k\,k} \\ \bar{b}_{k+1,k} \\ \vdots \\ \bar{b}_{m\,k} \end{pmatrix}$ は LP(Suboptimal $k+1$)の dual feasible sol. なので

LP(Subproblem $k$)

$$\| $$

$$\max\left\{\sum_{i=k}^{m} b_{ik} \,\middle|\, \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k}^{m^*} S_l\right)\right\} \leqq \max\left\{\sum_{i=k+1}^{m} b_{i\,k+1} \,\middle|\, \begin{array}{l} \sum_{i=k+1}^{m} b_{i\,k+1} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k+1}^{m^*} S_l\right) \\ b_{i\,k+1} \geqq \bar{b}_{ik} \quad (k+1 \leq i \leq m) \end{array}\right\}$$

$$\leqq \max\left\{\sum_{i=k+1}^{m} b_{i\,k+1} \,\middle|\, \sum_{i=k+1}^{m} b_{i\,k+1} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k+1}^{m^*} S_l\right)\right\} = LP(\text{Subproblem } k+1)$$

即ち (8) $b_{i1} \leq b_{i2} \leq \cdots \leq b_{i\,m^*} \ (k \overset{\forall}{\leq} i \leq m)$ かつ $\sum_{i=k}^{m} b_{ik} \leq \sum_{i=k+1}^{m} b_{i,k+1}$

であるような reduction coefficient $b_{ik}$ が計算できる。また

$$\min\left\{\sum_{l=k}^{m^*} \sum_{j \in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=k}^{m^*} \sum_{j \in S_l} a_{ij} x_j = \begin{cases} 1, & i \notin LQ(S),\ k \leq i \leq m \\ 0 & i \in LQ(S),\ k \leq i \leq m \end{cases}, x \geq 0\right\} = \max\left\{\sum_{\substack{i=k \\ i \in LQ(S)}}^{m} b_{ik} \,\middle|\, \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k}^{m^*} S_l\right)\right\}$$

$\max\left\{\sum_{i=k}^{m} b_{ik} \,\middle|\, \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k}^{m^*} S_l\right)\right\}$ の feasible sol. $\begin{pmatrix} b_{kk} \\ \vdots \\ b_{mk} \end{pmatrix}$ は

$\max\left\{\sum_{\substack{i=k \\ i \in LQ(S)}}^{m} b_{ik} \,\middle|\, \sum_{i=k}^{m} b_{ik} a_{ij} \leq c_j \left(j \in \sum_{l=k}^{m^*} S_l\right)\right\}$ の feasible sol. でもあるから

$$(9) \quad \min\left\{\sum_{l=k}^{m^*} \sum_{j \in S_l} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{l=k}^{m^*} \sum_{j \in S_l} a_{ij} x_j = \begin{cases} 1, & i \notin LQ(S),\ k \leq i \leq m \\ 0, & i \in LQ(S),\ k \leq i \leq m \end{cases}, x \geq 0\right\} \geqq \sum_{\substack{i=k \\ i \notin LQ(S)}}^{m} b_{ik}$$

そこで $Z'_u$, $c'_j$ を各々 subproblem 1 での上界値, reduced cost とし,

$k = \min\{l \mid l \notin LQ(S)\}$ として

<u>BT7PL</u> $\sum_{\substack{l=k \\ l \notin LQ(S)}}^{m} b_{lk} \geqq Z'_u - Z(S) \Rightarrow$ リスト $k$ のサーチをせずにバックトラック出来る。

あるいは $\{b_{ik},\ k \leq i \leq m\}$ を $b_{(1)k} \leq b_{(2)k} \leq \cdots \leq b_{(m)k}$ とソートし $f_{i,k} = \sum_{l=1}^{i} b_{(l)k}$, $\#\{l \mid l \notin LQ(S)\} = g$ として

<u>BT8PL</u> $f_{g,k} \geqq Z'_u - Z(S) \Rightarrow$ リスト $k$ のサーチをせずにバックトラック出来る。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

BT7PLの様に $k=\min\{l \mid l \notin LQ(S)\}$ の $b_{\cdot k}$ を用いてもよいが別の Bounding Test も考えられる。

$\max\{g' \mid \exists j \in S, \bar{x}_j = 1, j \in S_{g'}\} = g-1$, $\min\{l \mid l \notin LQ(S)\} \geq g$

一般には $k > g$ の可能性があるがその時は $LQS(l)=0$, $g \leq \forall l < k$ として

row $l$: satisfied

$b_{\cdot g}$ を用いてもよい。

<u>BT9PL</u> $\sum_{l=g}^{m} b_{lg} \geq Z_u' - Z(S) \Longrightarrow$ リスト $k$ をサーチせずにバックトラック出来る。

$$\sum_{\substack{l=g \\ l \notin LQ(S)}}^{m} b_{lg} = \sum_{\substack{l=k \\ l \notin LQ(S)}}^{m} b_{lg}$$

注意: $\sum_{\substack{l=k \\ l \notin LQ(S)}}^{m} b_{lg} \leq \sum_{\substack{l=k \\ l \notin LQ(S)}}^{m} b_{lk}$ 従って計算の手間は同じだから $k$ を

<u>キャッチした後</u>は BT7PL を用いた方がよい。

$KJ \in S_{g-1}$ な KJ 番目のカラムを吟味中とし $\min\{i \mid i \notin LQ(S)\} = g-1$ とする。

$$Z(S) + c_{KJ} + \sum_{i=1}^{m} (LQS(i) - a_{i,KJ}) b_{ig} \geq Z_u'$$

$$\Updownarrow$$

$$c_{KJ} - \sum_{i=1}^{m} a_{i,KJ} b_{ig} \geq Z_u' - Z(S) - \sum_{i=1}^{m} LQS(i) b_{ig}$$

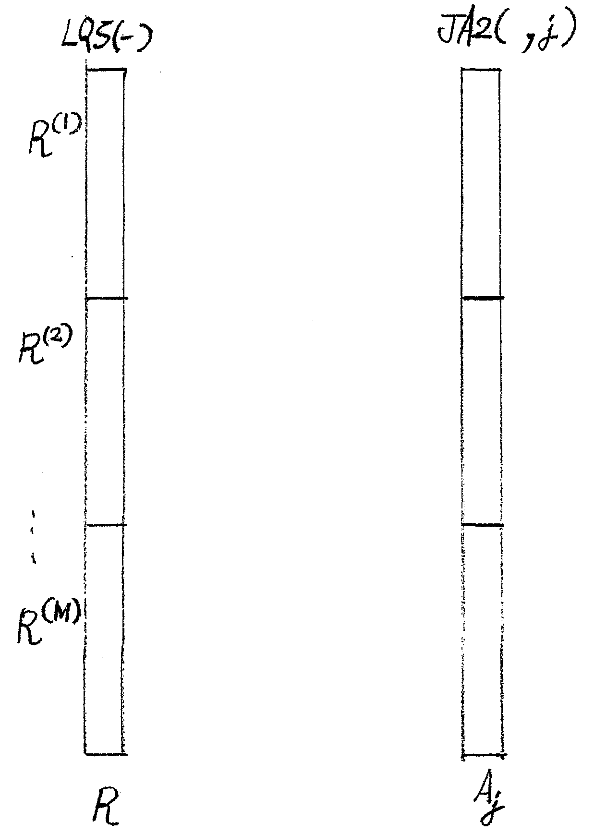
<u>BT10PL</u> $c_{KJ} - \sum_{i=1}^{m} a_{i,KJ} b_{ig} \geq Z_u' - Z(S) - \sum_{i=1}^{m} LQS(i) b_{ig}$

$\Rightarrow$ $\bar{x}_{KJ} = 0$ 即ち KJ の値を1増加させてよい。

$c_j$ に対する SGL(−) と同じ値をアレーに持たせてリスト $g-1$ のサーチを中止してバックトラックさせるようにすることも出来る。

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作 成 者 |

## IV Feasibility Filtering for Multiple-Word Problems




$$A_j^* = \prod_{\ell=1}^{M} A_j^{(\ell)}, \quad R^* = \prod_{\ell=1}^{M} R^{(\ell)}, \quad R^{**} = \sum_{\ell=1}^{M} R^{(\ell)}$$

logical and　　　　logical or

<u>FT1PL</u> $x_j = 1 \Rightarrow$ (13) $A_j^* \,.\mathrm{OR}.\, R^* = A_j^*$

<u>FT2PL</u> (14) $A_j^* \,.\mathrm{OR}.\, R^{**} = A_j^* \Rightarrow x_j = 1$　　有効性に疑問あり

ページ 26/

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Garfinkelのまとめ(含むPierce&Laskyへの接近) | | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

A B C D E

1

2

3

4

5

6

7

A B C D E

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Garfinkel & Nemhauser の set partitioning algorithm における bound | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩村 |

partial solution $S$ での部分部題は

$$z(S)+\min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} a_{ij} x_j = 1\ (i\notin Q(S)),\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

$$\geqq z(S)+\min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} v_j x_j = m-|Q(S)|,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

ここで $v_j=\sum_{i\notin Q(S)} a_{ij}$.

$$\frac{c_{j^*}}{v_{j^*}} \equiv \min_{j\notin S}\frac{c_j}{v_j},\quad \min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} v_j x_j = m-|Q(S)|,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

$$\geqq (c_{j^*}/v_{j^*})(m-|Q(S)|) \qquad \text{(GNBD1)}$$

$\left\{\frac{c_j}{v_j}, j\geq 1\right\}$ をソートしその結果から $\left\{\frac{c_j}{v_j}, j\geq s\right\}, s\geq 1$ のソートの結果が解るようにすること。可能。

$$z(S)+\min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \begin{array}{l}\sum_{j\notin S} a_{ij} x_j = 1\ (i\notin Q(S))\\ \sum_{j\notin S} a_{ij} x_j = 0\ (i\in Q(S))\end{array},\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\} \text{として}$$

$$\geqq z(S)+\min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} h_j x_j = m-|Q(S)|,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

$$\frac{c_{j^*}}{h_{j^*}} \equiv \min_{j\notin S}\frac{c_j}{h_j},\quad \min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} h_j x_j = m-|Q(S)|,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

$$\geqq (c_{j^*}/h_{j^*})(m-|Q(S)|)$$

$\left\{\frac{c_j}{h_j}, j\geq 1\right\}$ をソートしその結果から $\left\{\frac{c_j}{h_j}, j\geq s\right\}, s\geq 1$ のソート結果が解るようにすること。

$$\min\left\{\sum_{j\notin S} c_j x_j \,\middle|\, \sum_{j\notin S} h_j x_j = m-|Q(S)|,\ x_j\in\{0,1\}\ (j\notin S)\right\}$$

に対し良く知られた lower bound を使うこと。

或いは本当に解いてしまうこと。

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者　岩村 |

$\{\frac{c_j}{h_j}, j\ge 1\}$ をソートしその結果から $\{\frac{c_j}{h_j}, j\ge s\}$, $s\ge 1$ のソート結果が解るようにすること。実は Pierce & Lasky 流の bound を使える。

例 G.N. の本 P.315

| | List 1 | | List 2 | | | List 3 | | List 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ | |
| $c_j$ | 3 | 7 | 5 | 8 | 10 | 4 | 6 | 9 | → min |
| ロ−1 | 1 | 1 | | | | | | | 1 |
| 2 | | | 1 | 1 | 1 | | | | = 1 |
| 3 | | | | | 1 | 1 | 1 | | 1 |
| 4 | | | | | | | 1 | 1 | 1 |
| 5 | | 1 | | 1 | | 1 | | | 1 |
| $h_j$ | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | |
| $c_j/h_j$ | 3. | 3.5 | 5. | 4. | 5. | 2. | 3. | 9. | |

Pierce & Lasky のアルゴリズム説明で使ったのと同じ記号を使うことにする。ロー $i_l$ は必ずカバーしなければならないから (2′) の optimal feasible sol. を $x_j^0$ とすると

$$x^0_{j(i_l)}=1 \quad \text{な} \ j(i_l)\in S_{i_l}$$

が必ずある。

$$Z_s^* = \sum_{l\in L'} c_{j(i_l)}$$

$$= \sum_{l=1'}^{r'} \frac{c_{j(i_l)}}{h_{j(i_l)}} h_{j(i_l)} \ge \sum_{l=1'}^{r'} \bar{\delta}_{i_l} h_{j(i_l)}$$

$$\geqq \min\left\{ \sum_{l\in L'} \bar{\delta}_{i_l} \tilde{h}_l \;\middle|\; \sum_{l\in L'} \tilde{h}_l = m_s,\ \tilde{h}_l \in \{h_u, u\in S_{i_l}\}\ (l\in L') \right\}$$

$$= \min\left\{ \sum_{l=1}^{g} \bar{\delta}_{i_l} \tilde{h}_l \;\middle|\; \sum_{l=1}^{g} \tilde{h}_l = m_s,\ \tilde{h}_l \in \{h_u, u\in S_{i_l}\}\ (l\in L') \text{ かつ } \tilde{h}_l = 0\ (l\in\{1,\dots,g\}\setminus L') \right\}$$

$$\geqq \min\left\{ \sum_{l=1}^{g} \bar{\delta}_{i_l} \tilde{h}_l \;\middle|\; \sum_{l=1}^{g} \tilde{h}_l = m_s,\ 0\le \tilde{h}_l \le n_{i_l} \right\}$$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | '77/7/12 | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 岩林 |

$$= \min\left\{ \sum_{\ell=1}^{g} \overline{\delta_{i_\ell}}\, n_{i_\ell}\, \omega_\ell \;\middle|\; \sum_{\ell=1}^{g} n_{i_\ell}\, \omega_\ell = m_s,\ 0 \le \omega_\ell \le 1 \right\} \qquad \text{(GNBD2)}$$

但し $\overline{\delta_{i_1}}, \overline{\delta_{i_2}}, \ , \overline{\delta_{i_g}}$ はソートしてないので、上手に見てやる必要がある。

$x^0_{j(i_1)} = 1$ な $j(i_1) \in S_{i_1}$ が必ずあることを利用した bound は Pierce & Lasky 流のデータ構造に対する P.41 の ④その他 と同様のことをすればよい。

$\overline{\delta_{i_1}}, \overline{\delta_{i_2}}, \cdots, \overline{\delta_{i_g}}$ を毎回ソートしなくてもいいようなデータ構造を持たせることにする。

例

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | カラム場所 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | カラム名 | $x_6$ | $x_1$ | $x_7$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_8$ |
| | $c_j$ | 4 | 3 | 6 | 7 | 8 | 5 | 10 | 9 |
| ロー場所 1 | ロー名 ロー1 | | 1 | | 1 | | | | |
| 2 | 2 | | | | | 1 | 1 | 1 | |
| 3 | 3 | 1 | | 1 | | | | 1 | |
| 4 | 4 | | | 1 | | | | | 1 |
| 5 | 5 | 1 | | | 1 | 1 | | | |
| | $h_j$ | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| RCOST2(j) | $c_j/h_j$ | 2. | 3. | 3. | 3.5 | 4. | 5. | 5. | 9. |
| | | ∧ | ∧ | ∧ | ∧ | ○ | ○ | ∧ | |

先ず RCOST2(j) 最小のカラムを選びこのカラムの RCOST2(j) を DBAR(1) とする。このカラムとの intersection を考えて $S_1$ を作る。$S_1$ 内は $c_j$ が上昇するように作る。

次に RCOST2(j), $j \notin S_1$ の最小のカラムを選びこのカラムの RCOST2(j) を DBAR(2) とする。このカラムとの intersection を考えて $S_2$ を作る。$S_2$ 内は $c_j$ が上昇するように作る。

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (GNB2) | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

次にRCOST2(j), $j \notin (S_1+S_2)$ に対して
上と同様の操作をする。

全てのカラムを操作し終ったら
完了である。

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | カラム場所 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | カラム名 | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_8$ |
| | コスト | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 8 | 5 | 9 |
| ロー場所 1 | ロー名 ロー1 | | | | 1 | 1 | | | |
| 2 | 2 | | | 1 | | | 1 | 1 | |
| 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 4 | 4 | | 1 | | | | | | 1 |
| 5 | 5 | 1 | | | | 1 | 1 | | |
| | $h_j$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| | $RCOST2(j)=c_j/h_j$ | 2. | 3. | 5. | 3. | 3.5 | 4. | 5. | 9. |
| | $n_i$ | | | 2. | | 2. | | 2. | 1. |
| | $\delta_i$ | 2. | | | 3. | | 4. | | 9. |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | カラム場所 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | カラム名 | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_8$ |
| | コスト | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 5 | 8 | 9 |
| ロー場所 1 | ロー名 ロー1 | | | | 1 | 1 | | | |
| 2 | 2 | | | 1 | | | 1 | 1 | |
| 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 4 | 4 | | 1 | | | | | | 1 |
| 5 | 5 | 1 | | | | 1 | | 1 | |
| | $h_j$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| | $n_i$ | | | 2. | | 2. | | 2. | 1. |
| | $\delta_i$ | 2. | | | 3. | | 4. | | 9. |

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

| カラム場所 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| カラム名 | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_8$ |
| コスト | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 5 | 8 | 9 |

| ロー場所 | ロー名 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 2 | 1 | | | | 1 | 1 | | | |
| 3 | 2 | | | 1 | | | 1 | 1 | |
| 4 | 4 | | 1 | | | | | | 1 |
| 5 | 5 | 1 | | | | 1 | | 1 | |
| | $h_j$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |

| | 1–3 | 4–5 | 6–7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2. | 2. | 2. | 1. |
| $\delta_i$ | 2. | 3. | 4. | 9. |

(GNBD1)の計算も上述の様に変形したデータには容易に計算できる。

# 部分解と部分問題

定義 $\{0,1\}^n$ の元 $\vec{t}=\begin{pmatrix}t_1\\ \vdots \\ t_n\end{pmatrix}$ を 0−1 solution という。

定義 0−1 solution $\vec{t}$ で $A\vec{t}=\left.\begin{pmatrix}1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix}\right\}m$ な $\vec{t}$ を feasible solution という。

定義（アルゴリズムの進行中において）$t_j\ (j\in S)$ は値（もちろん0または1）が決まり、$t_j\ (j\notin S)$ は値が未定の時 $\{t_j, j\in S\}$ を部分解(partial solution)という。

定義 $\bar{z}$ ＝現在迄に得られた feasible 0-1 solution の目的関数値の集合の最小値。

注：

$\mathfrak{S} \equiv 2^{\{1,2,\ldots,n\}}$

$\mathfrak{S}\ni S$ を取る。$S\ni\forall j \to t_j\in\{0,1\}$ と $t_j$ を決めると $\{t_j, j\in S\}\subseteq\{0,1\}$ となる。この対応は

$$\mathfrak{S}\ni S \to \{t_j, j\in S\} \in 2^{\{0,1\}}=\{\{0,1\},\{0\},\{1\},\phi\}$$

と考えられる。また、$S$ は $t_1,\cdots,t_n$ のうちで値が決められた変数の添字の集合であることに注意せよ。



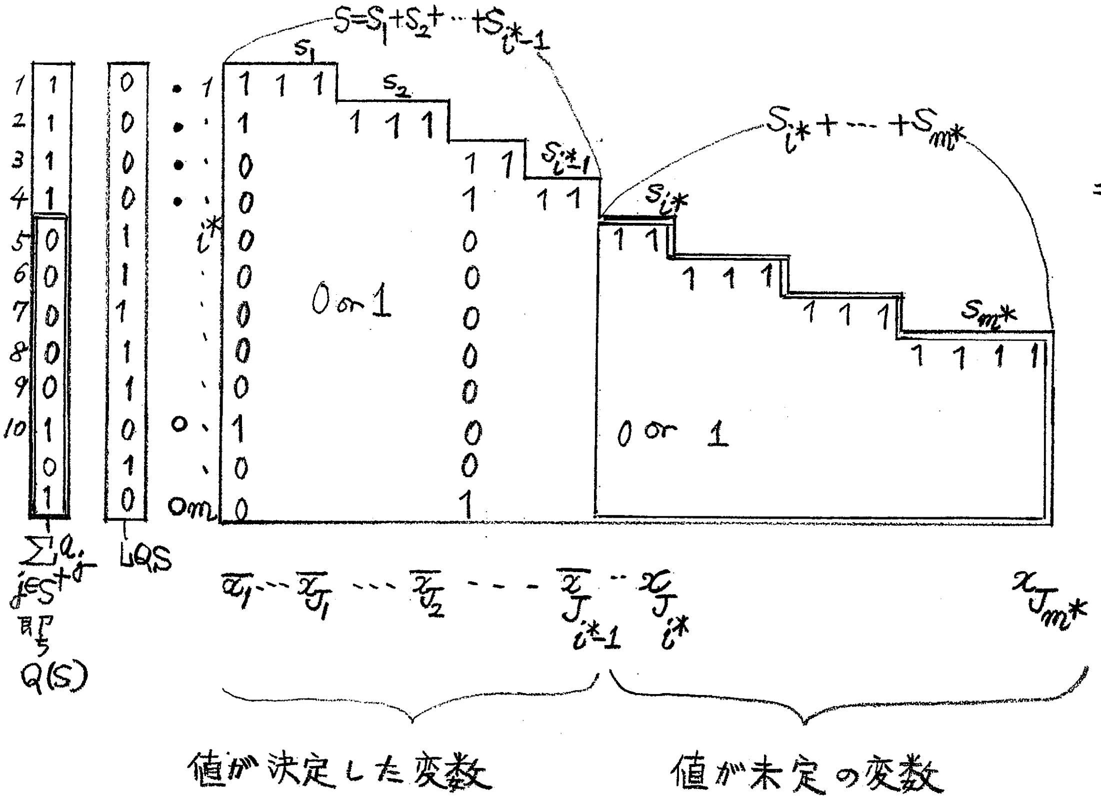
例（例1と同じ，図1，「集合分割問題 GN の説明用計算例」参照）

部分解 $t_1=1, t_2=0 \leftrightarrow S=\{1,2\}, S^+=\{1\}, Q(S)=P_1=\{1,2\}$

部分解 $t_1=1, t_2=1 \leftrightarrow S=\{1,2\}, S^+=\{1,2\}$, $Q(S)$ は定義しない。

部分解 $t_1=1, t_2=0, t_3=1 \leftrightarrow S=\{1,2,3\}, S^+=\{1,3\}, Q(S)=P_1+P_2=\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right\}$

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |




部分解(partial solution)が$\{\bar{x}_j, j \in S\}$の時の部分問題

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-1 Knapsack Problem の Continuous bound $CN(g)$ | | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |


品物 $j$ の体積 $= h_j > 0$，重さ $= c_j > 0$ とする。
Knapsack の体積 $= g$，

$$u_j = \begin{cases} 1 \text{ ----- 品物 } j \text{ を Knapsack に入れる} \\ 0 \text{ ----- 入れない。} \end{cases}$$

問題：『体積 $= g$，重さ最小な品物の Knapsack への入れ方』

$$N(g) \equiv \min\left\{ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} h_j u_j = g,\ u : \text{binary} \right\}$$

コメント $\dfrac{c_j}{h_j}$ の小さい $j$ 程 Knapsack に入れた方がよい（直観）

$$\text{VI}$$

$$CN(g) \equiv \min\left\{ \sum_{j=1}^{n} c_j u_j \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} h_j u_j = g,\ \mathbb{0} \le u \le \mathbb{1} \right\}$$

ここで

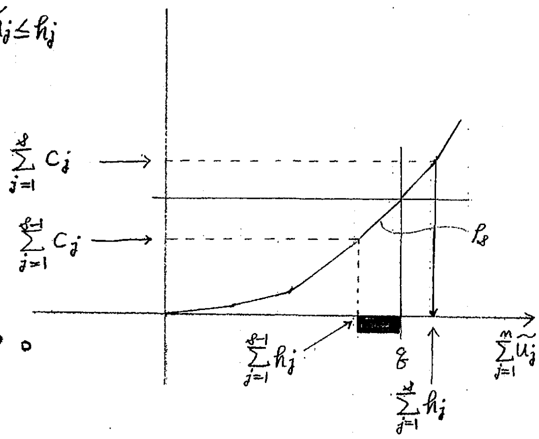
$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix},\quad \mathbb{0} = \left.\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}\right\} n,\quad \mathbb{1} = \left.\begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}\right\} n \quad \text{とする。}$$

<u>ASS</u> $\dfrac{c_1}{h_1} \le \dfrac{c_2}{h_2} \le \cdots\cdots \le \dfrac{c_n}{h_n}$

<u>Def</u> $p_j = \dfrac{c_j}{h_j}\ (1 \le j \le n)$，$h_j u_j \equiv \tilde{u}_j$，$0 \le \tilde{u}_j \le h_j$

<u>Note</u> $c_j u_j = \dfrac{c_j}{h_j} \tilde{u}_j = p_j \tilde{u}_j$

$$CN(g) = \min\left\{ \sum_{j=1}^{n} p_j \tilde{u}_j \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} \tilde{u}_j = g,\ 0 \le \tilde{u}_j \le h_j \right\}$$




<u>Propsition</u>

$\sum_{j=1}^{s} h_j \ge g$ な最小の $s$ を決める。

すると $CN(g) = \sum_{j=1}^{s-1} p_j h_j + p_s\left(g - \sum_{j=1}^{s-1} h_j\right)$ である。

$$\sum_{j=1}^{s} h_j = g \Rightarrow \quad N(g) = \sum_{j=1}^{s} p_j h_j = \sum_{j=1}^{s} c_j$$

$$\sum_{j=1}^{s} h_j > g \Rightarrow \quad N(g) \ge \sum_{j=1}^{s-1} p_j h_j + p_s\left(g - \sum_{j=1}^{s-1} h_j\right) = \sum_{j=1}^{s-1} c_j + \frac{c_s}{h_s}\left(g - \sum_{j=1}^{s-1} h_j\right)$$

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 係数行列の占める記憶域の大きさ | | | | | | 登録番号<br>参照番号<br>作成者 岩村 |

vol.0

$2*n+2dmn$

$=2n(1+dm)$ バイト

vol.1

$2*\langle m/16\rangle*n$ バイト

$$比 = \frac{2*n\langle m/16\rangle}{2n(1+dm)} = \frac{\langle m/16\rangle}{(1+dm)} \approx \frac{m}{16}\frac{1}{(1+dm)} \quad \left(\begin{array}{c}十分大きな m\\ に対して\end{array}\right)$$

$$\frac{d}{dm}\left(\frac{m}{16}\frac{1}{(1+dm)}\right) = \frac{1}{16}\left\{\frac{1+dm-md}{(1+dm)^2}\right\} = \frac{1}{16(1+dm)^2} > 0$$

$\langle y\rangle - 1 < y \leqq \langle y\rangle$

$\langle y\rangle < y+1$

$$\frac{\langle m/16\rangle}{(1+dm)} \leqq 1 \longleftrightarrow \left\langle\frac{m}{16}\right\rangle \leqq 1 + dm$$

$$d \geqq \frac{1}{16} = 0.0625 \rightarrow \left\langle\frac{m}{16}\right\rangle \leqq \frac{m}{16} + 1 \leqq 1 + dm$$

vol.1 が有利

$d < 0.0625$ なら $\longrightarrow$ $d \geqq \frac{1}{m}\left(\left\langle\frac{m}{16}\right\rangle - 1\right)$ の時 vol.1 が有利

主記憶域の使用量を減らす点で

<u>vol.1 が有利となる $d$ の下界値</u>

| | | 比の値 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $m$ | $d$ の下界値 | $d=0.05$ | 0.04 | 0.03 | 0.02 | 0.01 |
| 160 | $\frac{1}{160}9 = 0.0563$ | 1.11 | 1.35 | 1.72 | 2.38 | 3.84 |
| 320 | $\frac{1}{320}19 = 0.0594$ | 1.17 | 1.45 | 1.88 | 2.70 | 4.76 |
| 640 | $\frac{1}{640}39 = 0.0609$ | 1.21 | 1.50 | 1.98 | 2.89 | 5.40 |
| 1280 | $\frac{1}{1280}79 = 0.0617$ | 1.23 | 1.53 | 2.03 | 3.00 | 5.79 |

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 查閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Logic Check, Desk Debug 用例題 | | | | | | 登録番号 |
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

G. N. P 315

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 7 | 5 | 8 | 10 | 4 | 6 | 9 |
| | 1 | 1 | | | | | | |
| | | | 1 | 1 | 1 | | | |
| | | | | | 1 | 1 | 1 | |
| | | | | | | | 1 | 1 |
| | | 1 | | 1 | | 1 | | |
| | 3. | 3.5 | 5. | 4. | 5. | 2. | 3. | 9. |

| | $x_6$ | $x_1$ | $x_7$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 6 | 7 | 8 | 5 | 10 | 9 |
| | | 1 | | 1 | | | | |
| | | | | | 1 | 1 | 1 | |
| | 1 | | 1 | | | | 1 | |
| | | | 1 | | | | | 1 |
| | 1 | | | 1 | 1 | | | |
| | 2. | 3. | 3. | 3.5 | 4. | 5. | 5. | 9. |

| | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 8 | 5 | 9 |
| R1 | | | | 1 | 1 | | | |
| R2 | | | 1 | | | 1 | 1 | |
| R3 | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| R4 | | 1 | | | | | | 1 |
| R5 | 1 | | | | 1 | 1 | | |

| | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_8$ | Pierce |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 8 | 5 | 9 | |
| R3 | 1 | 1 | 1 | | | | | | 2. |
| R1 | | | | 1 | 1 | | | | 3. |
| R2 | | | 1 | | | 1 | 1 | | 4. |
| R4 | | 1 | | | | | | 1 | 3. |
| R5 | 1 | | | | 1 | 1 | | | 2. |
| | 2. | 3. | 5. | 3. | 3.5 | 4. | 5. | 9. | |
| HJ2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | |
| NI | | | 2. | | 2. | | 2. | 1. | |
| DBAR | | | 2. | | 3. | | 4. | 9. | |

Pierce bound $= 2. + 3. + 4. + 3. + 2.$
$= 14.$

Continuous Knapsack bound $CN(q)$
$= 4 + 6 + 3 = 13.$
$2 + 2 + 1$

Pierce & Lasky $\beta_S(q) = 2. \times 2 + 3. \times 2 + 4. \times 1 = 4 + 6. + 4. = 14.$
$2 + 2 + 1$

$$CN(5) < P(i^*) = \beta_S(5) < LP$$
13. 14. 14. 17.

| $j=$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | C3 | C7 | C1 | C6 | C2 | C4 | C5 |
| | 3 | 8 | 11 | 3 | 6 | 12 | 4 |
| R1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| R2 | | | | 1 | 1 | 1 | |
| R3 | | 1 | 1 | | | | 1 |
| R4 | | | | 1 | 1 | 1 | |
| R5 | | | 1 | | 1 | 1 | |
| R6 | 1 | 1 | 1 | | | 1 | |
| コストパフォーマンス | 1.5 | $2.\dot{6}$ | 2.75 | 1.5 | 2. | 3. | 4. |

4 4 1

| C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 6 | 3 | 12 | 4 | 3 | 8 |
| 1 | | 1 | | | | 1 |
| | 1 | | 1 | | 1 | |
| 1 | | | | 1 | | 1 |
| | 1 | | 1 | | 1 | |
| 1 | 1 | | 1 | | | |
| 1 | | 1 | 1 | | | 1 |

$\phi_{iu}$

| $i$ \ $u$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.5 | $2.\dot{6}$ | 2.75 | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| 2 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 2. | 3. | $\infty$ |
| 3 | $2.\dot{6}$ | $2.\dot{6}$ | 2.75 | 4. | 4. | 4. | 4. |
| 4 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 2. | 3. | $\infty$ |
| 5 | 2. | 2. | 2. | 2. | 2. | 3. | $\infty$ |
| 6 | 1.5 | $2.\dot{6}$ | 2.75 | 3. | 3. | 3. | $\infty$ |

| KPNTR |
|---|
| 3 |
| 6 |
| 7 |

| KPNT2 |
|---|
| 2 |
| 5 |
| 9 |
| 11 |
| 14 |
| 18 |
| 19 |

| LPOS2 |
|---|
| 1 |
| 6 |
| 1 |
| 3 |
| 6 |
| 1 |
| 3 |
| 5 |
| 6 |
| 2 |
| 4 |
| 2 |
| 4 |
| 5 |
| 2 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |
| 3 |

| KOST2 |
|---|
| 3 |
| 8 |
| 11 |
| 3 |
| 6 |
| 12 |
| 4 |

Pierce&Lasky $= 1.5\times4 + 1.5\times2$
$= 9.$

Pierce $= 1.5$
$+1.5$
$+2.6$
$+1.5$
$+2.0$
$+)1.5$
$6.0$
$+)4.6$
$10.\dot{6}$

$M = 6,\ N = 7$

1.5 $2.\dot{6}$ 2.75 1.5 2. 3. 4.

$$CN(6) = \min\left\{ \begin{array}{l} 3t_1+8t_2+11t_3+3t_4+6t_5+12t_6+4t_7 \\ \text{s.t. } 2t_1+3t_2+4t_3+2t_4+3t_5+4t_6+1t_7=6 \\ 0\le t\le 1 \end{array}\right\}$$

$= 3+3+6-2=10.$
$2+2+3>6.$

| $\beta$ | | CN | | P | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pierce&Lasky | < | CN(6) | < | Pierce | < | LP bound |
| 9. | | 10. | | $10.\dot{6}$ | | 13. |

| KNAM2 |
|---|
| C3 |
| C7 |
| C1 |
| C6 |
| C2 |
| C4 |
| C5 |

| LNAM2 |
|---|
| R1 |
| R2 |
| R3 |
| R4 |
| R5 |
| R6 |

名前保存用。アルゴリズムの中心部分とは関係ない。外部記憶装置上に持つ。当分関係なし。

タイトル Logic Check, ガロエ debug
例11.4 Garfinkel & Nemhauser の book P.319, Exercise 7.

年 月 日 '76/11/24

版 承認 査閲 担当

登録番号 参照番号 作成者 岩村

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| G.N.のbook p.319, Exercise 7 のLP bound値 | | | | | | 登録番号<br>参照番号<br>作成者 |

Min $t_0$

| | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $t_4$ | $t_5$ | $t_6$ | $t_7$ | $t_8$ | $t_9$ | $t_{10}$ | $t_{12}$ | $t_{13}$ | | $t_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 8 | 11 | 3 | 6 | 12 | 4 | 48 | 48 | 48 | 48 | 48 | | |
| R1 | 1 | 1 | 1 | | | | | 1 | | | | | | 1 |
| R2 | | | | 1 | 1 | 1 | | | 1 | | | | | 1 |
| R3 | | 1 | 1 | | | | 1 | | | 1 | | | = | 1 |
| R5 | | | 1 | | 1 | 1 | | | | | 1 | | | 1 |
| R6 | 1 | 1 | 1 | | | 1 | | | | | | 1 | | 1 |

$\sum_{j=1}^{7} c_j + 1 = 48$

$48\times2 = 96$
$48\times3 = 144$
$48\times4 = 192$
$48\times5 = 240$

| | 1 | $-t_1$ | $-t_2$ | $-t_3$ | $-t_4$ | $-t_5$ | $-t_6$ | $-t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$ | 240 | 93 | 136 | 181 | 45 | 90 | 132 | 44 |
| ← $t_8$ | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| $t_9 =$ | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | |
| $t_{10}$ | 1 | | 1 | 1 | | | | 1 |
| $t_{12}$ | 1 | | | 1 | | 1 | 1 | |
| $t_{13}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | | | 1 | |

$-181 + 93 = -88$   $-181 + 136 = -45$

| | 1 | $-t_1$ | $-t_2$ | $-t_8$ | $-t_4$ | $-t_5$ | $-t_6$ | $-t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$ | 59 | -88 | -45 | -181 | 45 | 90 | 132 | 44 |
| $t_3$ | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| $t_9 =$ | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | |
| $t_{10}$ | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| ← $t_{12}$ | 0 | -1 | -1 | -1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $t_{13}$ | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$+132 - 88 = 44$   $132 - 45 = 87$   $-132 + 90 = -42$

| | 1 | $-t_1$ | $-t_2$ | $-t_4$ | $-t_5$ | $-t_{12}$ | $-t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$ | 59 | 44 | 87 | 45 | -42 | -132 | 44 |
| $t_3$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $t_9 =$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | -1 | 0 |
| $t_{10}$ | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $t_6$ | 0 | -1 | -1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| ← $t_{13}$ | 0 | 1 | 1 | 0 | -1 | -1 | 0 |

$-87 + 44 = -43$   $87 - 42 = 45$

| | 1 | $-t_1$ | $-t_{13}$ | $-t_4$ | $-t_5$ | $-t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$ | 59 | -43 | -87 | 45 | 45 | 44 |
| $t_3$ | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| ← $t_9 =$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $t_{10}$ | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $t_6$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $t_2$ | 0 | 1 | 1 | 0 | -1 | 0 |

| | 1 | $-t_1$ | $-t_9$ | $-t_5$ | $-t_7$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_0$ | 14 | -43 | -45 | 0 | 44 |
| $t_3$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $t_4 =$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| ← $t_{10}$ | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 |
| $t_6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $t_2$ | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 |

| タイトル | 年　月　日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |



$$
\begin{array}{c}
t_0 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_7 \\ t_6 \\ t_2
\end{array}
=
\begin{array}{cccc}
1 & -t_1 & -t_5 & -t_{10} \\
14 & 1 & 0 & -44 \\
1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
t_0 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_7 \\ t_6 \\ t_1
\end{array}
=
\begin{array}{ccc}
1 & -t_2 & -t_5 \\
14 & -1 & 1 \\
1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
t_0 \\ t_5 \\ t_4 \\ t_7 \\ t_6 \\ t_1
\end{array}
=
\begin{array}{ccc}
1 & -t_2 & -t_3 \\
13 & -1 & -1 \\
1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & -1 \\
1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1
\end{array}
$$

$t_1 = t_5 = t_7 = 1,\quad t_0 = 13$

Set Partitioning and/or Set Covering の Basis の determinante は比較的小さい　本当か？ 1979.9.29.

| | C15 | C11 | C10 | C2 | C1 | C12 | C8 | C6 | C7 | C3 | C9 | C4 | C14 | C13 | C5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 3 | | 1 | | 1 | | | 1 | | | 1 | 1 | 1 | | | |
| 4 | | | | | 1 | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | 1 | 1 | |
| 5 | | | 1 | | | 1 | | | 1 | 1 | | 1 | | 1 | 1 |
| Ratio | 0. | .5 | 1. | 1.3 | 2.5 | .5 | .3 | 1. | 1. | 1. | 1. | 1. | 0. | .5 | 2. |

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 | C10 | C11 | C12 | C13 | C14 | C15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| R4 | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 |
| R1 | | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | | | |
| R3 | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | | 1 | | | | |
| R2 | 1 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | |
| R5 | | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | | 1 | | 1 | 1 | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | 1の総数 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| R1 | | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | | | | 6 |
| R2 | 1 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | | 7 |
| R3 | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | | 1 | | | | | 6 |
| R4 | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 | 5 |
| R5 | | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | | 1 | | 1 | 1 | | | 7 |

LISTH: 1, 6, 11, 13, 15

LISTT: 5, 10, 12, 14, 15

KPNT2: 1, 3, 5, 8, 10, 12, 15, 17, 20, 23, 25, 27, 28, 30, 31

LPOS2: 1 / 1, 3 / 1, 5 / 1, 2, 3 / 1, 4 / 2, 5 / 2, 3, 4 / 2, 4 / 2, 4, 5

LPOS2: 2 / 3, 5 / 3, 4 / 3, 5 / 4 / 4, 5 / 5

COST2: 0., 1., 2., 4., 5., 1., 1., 2., 3., 3., 2., 2., 0., 1., 2.

M = 5
N = 15

KNAM2: C 15, C 11, C 10, C 2, C 1, C 12, C 8, C 6, C 7, C 3, C 9, C 4, C 14, C 13, C 5

LNAM2: R 4, R 1, R 3, R 2, R 5

名前保存用
アルゴリズム
の 中心部分
ではない。

タイトル
Logic Check, Desk Debug
Balas & Padberg の Original Paper
から採用。

| 年月日 | '76/11/25 |
|---|---|
| 版 | |
| 承認 | |
| 査閲 | |
| 担当 | |
| 登録番号 | |
| 参照番号 | |
| 作成者 | 岩村 |

| タイトル | 年 月 日 | 版 | 承認 | 査閲 | 担当 | 登録番号 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 参照番号 |
| | | | | | | 作成者 |

例 D (G.N. P.315)

| | $x_6$ | $x_7$ | $x_5$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_j$ | 4 | 6 | 10 | 3 | 7 | 8 | 5 | 9 |
| | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | |
| | | | 1 | | | 1 | 1 | |
| | | 1 | | | | | | 1 |
| | 1 | | | | 1 | 1 | | |
| $c_j/h_j$ | 2. | 3. | 5. | 3. | 3.5 | 4. | 5. | 9. |
| $h_j$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| $n_i$ | | | 2 | | 2 | | 2 | 1 |
| $\delta_i$ | | | 2. | | 3. | | 4. | 9. |

$$CN < P = \beta < LP$$

13. 14. 14. 17.

例 B

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | |
|---|---|---|---|---|
| $c_j$ | 2 | 2 | 2 | |
| | 1 | 1 | | 1. |
| | 1 | 0 | 1 | 1. |
| | 0 | 1 | 1 | 1. |
| $c_j/h_j$ | 1. | 1. | 1. | |
| $h_j$ | 2 | 2 | 2 | |
| $n_i$ | | 2 | 2 | |
| $\delta_i$ | | 1. | 1. | |

$$CN = P = \beta = LP = 3.$$

例 A

| | $x_1$ | $x_3$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_j$ | 6 | 4 | 5 | 6 | 8 | |
| | 1 | 1 | 1 | | | 2. |
| | 1 | | | 1 | 1 | 2. |
| | | | 1 | 1 | | 2.5 |
| | 1 | 1 | | | 1 | 2. |
| $c_j/h_j$ | 2. | 2. | 2.5 | 3. | 4. | |
| $h_j$ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| $n_i$ | | | 3 | | 2 | |
| $\delta_i$ | | | 2. | | 3. | |

$$CN < P < \beta < LP$$

8. 8.5 9. 10.

例 C

m=5
n=7
(G.N. P.319, Exercise 7の row 4を除去したもの)

| | $x_3$ | $x_7$ | $x_1$ | $x_6$ | $x_2$ | $x_4$ | $x_5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_j$ | 3 | 8 | 11 | 3 | 6 | 12 | 4 | |
| | 1 | 1 | 1 | | | | | 1.5 |
| | | | | 1 | 1 | 1 | | 3. |
| | | 1 | 1 | | | | 1 | $2.\dot{6}$ |
| | | | 1 | | 1 | 1 | | 2.75 |
| | 1 | 1 | 1 | | | 1 | | 1.5 |
| $h_j/c_j$ | 1.5 | $2.\dot{6}$ | 2.75 | 3. | 3. | 4. | 4. | |
| $h_j$ | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 1 | |
| $n_i$ | | | 4 | | | 3 | 1 | |
| $\delta_i$ | | | 1.5 | | | 3. | 4. | |

$$CN = 3+8 = 11.$$
$$2+3=5$$
$$P = 1.5+3.+2.\dot{6}+2.75+1.5$$
$$= 8.75+2.\dot{6}$$
$$11.41 < P < 11.42$$

$$\begin{array}{r} 8.75 \\ 2.66 \\ \hline 11.41 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8.75 \\ 2.67 \\ \hline 11.42 \end{array}$$

$$\beta = 1.5\times 4 + 3.\times 1 = 9.$$

$$\beta < CN < P < LP$$

9. 11. 約11.41 13.