

Original

A Production Adjustment Method that Treats Both Backlog and Inventory Equally to Respond to Fluctuations in Product Demand

Toshitake KOHMURA,¹ Hai HUANG,² Masaki IJIMA,² Kazunobu FUKUSHIMA¹
and Masamitsu KIUCHI¹

Abstract

This paper addresses information sharing for the purpose of adjusting the product flow with the information flow between a manufacturing company and a sales company in a supply chain. In other words, if demand fluctuates, the issue is what data should be shared by a manufacturing company with a sales company to realize efficient production-sales activities. Supposing a group company continues to produce and sell a product under a pull-type system, and sets the production rate in a unit period at a value fixed according to the estimates of demand. This will inevitably cause overproduction or insufficient production because demand fluctuates, following a probability distribution. Without any production adjustments, when demand fluctuates, either the product will be out-of-stock or the company will be forced to pile up excessive inventory of the product due to overproduction. The inventory or the backlog may increase infinitely over a long period of time. In this paper, a method for making production adjustments to minimize the inventory, as well as the backlog, is derived from the following empirical prescription: the production rate in a unit period should be the estimated demand for the period corrected by the inventory and the backlog piled up in the previous unit periods. This empirical prescription provides the following simple method of applying production adjustments: the production rate in a unit period should be exactly the same as the demand quantity in the previous unit period. This production adjustment method, obtained by mathematical analyses, is shown here. This paper also presents some examples of time-series changes of inventory and backlog data through simulations. One finding is that by treating both inventory and backlog equally, this proposed adjustment method not only decreases the inventory, but also decreases the backlog.

Key words: fluctuation of product demand, backlog and inventory, production adjustment method, data sharing

¹Department of Business Administration, Josai University

²Department of Management, Aichi-Gakuin University

Received: July 31, 2008

Accepted: April 22, 2010

需要量の揺らぎ変動に対処するために 受注残を在庫量と対等に扱う生産調整法

香村俊武¹, 黄海², 飯島正樹², 福島和伸¹, 木内正光¹

サプライチェーン内において生産企業と販売店の間で、製品の流れと情報の流れを整合するために、共有すべき情報、すなわち、需要量が揺らぎ変動をするとき、効率的な生産販売活動を遂行するために、生産企業は需要量の変動を把握する販売店とどのような情報を共有すべきかという問題を扱う。生産企業が、Push 型の生産販売方式にしたがって、一定の需要量の見込み値を生産指示量に設定し生産販売を続けると、如何に妥当な需要量の見込み値を採用しても、需要量が揺らぎ変動をすれば、生産の過剰や不足が生じ、長期間の間に、在庫量あるいは欠品量が無限に増大する。在庫量や欠品量が増大することを回避するには、生産指示量を、各单位期間に生じる需要量の見込み値にその期間までに生じた在庫量や欠品量の分だけ加減して、設定する必要がある。その結果、最も効率的な生産方式は、第1単位期間の生産指示量を単位期間あたりの需要量の平均値に設定し、第2単位期間以後の各单位期間の生産指示量を直前の単位期間に生じた需要量に等しく設定する、すなわち、単位期間あたりの生産指示量を需要量に一単位期間遅れで追従させる需要遅延追従生産になる。販売活動に同期した生産活動を展開するには、生産企業と販売店が、直前単位期間に生じた需要量の実数の情報を共有する必要がある。数理解析により上記の結論を導き、在庫量や欠品量の時系列変化の具体的な事例をシミュレーションにより示す。生産指示量を設定する際に、在庫量と対等に受注残 (= 欠品量) にも配慮することが重要である。本生産調整法は、受注残を在庫量と対等に扱うことにより、在庫量だけでなく受注残をも少なくできる。

キーワード：需要量の揺らぎ変動，受注残と在庫量，生産調整，情報の共有

1. Push 型の生産販売の過程において生じる製品生産の過剰や不足

製品が生産企業から販売店を通じて顧客に流れる。それにともなって、需要に関する情報が顧客から販売店を通じて生産企業に効率的に流れると、販売活動に同期した生産活動を効果的に進めることができる。販売活動に同期した生産活動への取り組みとして、MRP や かんばんなどの生産販売方式が編み出された。1990年代に情報技術が飛躍的に進展するにつれて、生産企業と販売店の間で、需要に関する情報の共有化が進んで、生産企業、販売店と顧客の間でサプライチェーンが形成されることになった。サプライチェーン内において製品の流れと情報の流れを整合するように管理することが求められる [1]。以上の観点に立って、本研究において、SCM のモデルとして、サプライチェーンを組む生産企業と販売店が販売活動に同期した生産活動を遂行するとき、生産企業と販売店の間で需要量に関する情報を共有することによって、生産販売活動が活性化する効果を解明する。本論文では、(1) 販売活動に同期した生産活動を遂行するために、生産企業が、販売店と需要に関するどのような情報を共有し、販売

店から得た情報をどのように生産活動に活かすかの問題に取り組む。(2) 具体的に、サプライチェーンが在庫量と受注残を最小限にする生産販売活動を展開する場合を扱う。その活動を展開するために実施すべき生産調整法を提案し、その際に生産企業が販売店と共有すべき需要に関する情報について検討する。(3) 以上の事項を数理解析により検討し、生産調整を行った場合の事例をシミュレーションにより発生させて、需要量に関する情報の共有によりこの生産調整法が順調に機能する効果を生じることを示す。

生産企業と販売店は、それぞれ独自の経営方針にしたがって企業経営を行い、生産販売活動のための計画決定を行うが、販売店は、販売を通じて、製品の需要量 (在庫量や受注残) を把握し、その情報を生産企業へ伝える。生産企業はその情報を受けて、需要量の変動に対応して、製品の生産指示量を設定する。販売店と生産企業の間で、需要量に関するどのような情報を共有すれば、この企業グループは、需要量が変動しても、販売活動に同期した生産活動を展開することができるかを考える。

需要量が変動することに対処するために、需要量の予測値に基づいて生産指示量を算定して生産を行う Push 型と、需要の実績に基づいて生産指示量を算定して生産を行う Pull 型の二つの対極的な生産指示方式 [2], [3], [4] がある。しかし、Push 型生産販売方式は需要量が変動するのに対応しにくいし、Pull 型生産販売

¹城西大学 経営学部

²愛知学院大学 経営学部

受付：2008年7月31日，再受付（2回）

受理：2010年4月22日

方式は、需要量の変動を把握してから生産調整をするため、情報の伝達と処理の時間を必要として需要に即応することが難しい。どのような生産販売方式にすれば、最も効率的に需要量の変動に即応できるか。この問題に答えるために、まず、Push 型の生産販売方式が如何に需要量の揺らぎ変動に対応しにくいかを検討して、その上で、Push 型生産販売方式に生産調整を加えることにより、需要量の揺らぎ変動に即応する最も効率的な生産販売方式を導く。

生産企業と販売店からなる企業グループが Push 型の生産販売を遂行するとき、生産企業は各单位期間に製品の需要量の予測値に基づいて生産を行う。しかし、通常、製品の需要量は揺らいで変動するため、生産企業が単位期間において製品を生産する量を需要量に一致するように設定しようとしても、製品の販売時における需要量は生産時において見込んだ値からずれが生じる。そのために、製品の生産が過剰になることや、不足することがある。この製品の生産の過剰や不足は確率的に相当の頻度でしばしば起きるために、それに対応した生産調整をしないと、生産の過剰が続いて製品の在庫量が次第に増大したり、生産の不足が続いて製品の欠品量が次第に増大したりする。そのため、各单位期間において現に存在している在庫量や欠品量に配慮して生産調整を行わない限り、在庫量や欠品量が次第に増大することを回避できない。製品の生産の過剰や不足に対処するために生産調整をする必要がある。

本論文においては、生産販売の過程において生じる製品の生産の過剰や不足に対処するための生産調整の方法を検討し、生産企業と販売店の間でどのような情報を共有する必要があるかを論じる。生産販売方式の取り扱いを簡潔に数式化し、その結果を明確に表すために、この企業グループは一生産企業と一販売店から成り、生産企業は、単一種類の製品を一定の単位期間ごとに生産指示量分を生産し、生産した製品をすべて販売店に輸送し、販売店が製品を販売すると仮定する。単位期間により、販売店における製品の需要量は揺らぎ、各单位期間における需要量は一定の正規確率分布 [5], [6] に従って確率的に揺らいでいるとする。そのため、各单位期間における需要量の正確な値をあらかじめ予測することはできない。需要量が揺らぎ変動だけでなく傾向変動 [7] をする場合については第 7 節において議論する。生産企業が休祝日に操業を中止するなど、単位期間によって製品を生産する量が無作為に揺らぐことを考慮しても、少し煩雑になるだけであり、取り扱いを進めることができる。しかし、本論文においては、生産調整の効果を明確に提示するという目的があるために、生産企業で製品を生産する量が生産指

示量からずれて揺らいで変動することを対象として扱わない。生産企業において製品を生産する量が揺らいで変動することを考慮しても、生産調整の効果を検討することが可能であり、その効果について全く同様な結論を導くことができる。

本論文において、以下のように議論を展開して、変動する需要量に対応する生産調整とそのためのサプライチェーン内における情報の共有について論じる。

1. 第 3 節において、数理解析により、需要量が揺らぎ変動をするために、生産企業が単位期間ごとの生産指示量を一定量にして生産し続けると、いかなる生産指示量であっても、製品の生産の過剰あるいは不足が生じて、それが次第に増大することを示す。

2. 需要量が揺らぎ変動をする場合に、製品の生産の過剰や不足が無限に増大することを回避するには、各单位期間において、生産量を調整することが必要である。第 4 節において、そのための生産調整法を提案する。生産企業は、生産調整をするための経験的な式、

$$\begin{aligned} \text{生産指示量} &= \text{需要量の見込み値} \\ &\quad - \text{在庫量} + \text{受注残} \end{aligned} \quad (1)$$

にしたがって、単位期間あたりの生産指示量を設定する。その際に、在庫量と対等に受注残 (= 欠品量) にも配慮することが重要である。在庫量と対等に受注残を扱うことにより、在庫量だけでなく受注残をも少なくする生産調整法が得られる。数理解析により、上式における単位期間あたりの需要量の見込み値をどのように決めれば良いかを論じる。同節の第 1) 小節において、単位期間あたりの需要量の確率分布の平均値が確認できる場合を扱う。この場合には、需要量の見込み値 = 需要量の平均値、として生産調整をすれば、最も効率的に生産の過剰や不足が無限に増大することを回避できる。単位期間あたりの需要量の見込み値の最適な値は需要量の平均値である。また、生産調整をしても生じる生産の過剰量や欠品量の期待値を求める。第 2) 小節において、実際には需要量の平均値を正確に把握することは難しいので、需要量の見込み値として設定した値が需要量の平均値からずれた値になる場合を扱う。需要量の平均値が未知である場合にも、需要量の見込み値を任意の一定値に設定して、生産調整を続けければ、生産の過剰や不足を回避する度合いは弱くなるけれども、生産の過剰や不足が無限に増大することを回避できる。

上記の生産指示により在庫量だけでなく受注残をも少なくする生産調整の方式は、単位期間あたりの生産指示量を、第 1 単位期間には需要量の見込み値に等し

く設定して、第2単位期間以後は直前の単位期間に生じた需要量に等しく設定する、つまり、「需要が生じた量だけ生産する」ことになる。すなわち、生産指示量を需要量に一単位期間遅れで追従させる需要遅延追従生産方式¹になる。

以上のように第3, 4節において数理解析によって、揺らぎ変動する需要量に対応して、在庫量と受注残を最小限にする生産調整の方法を検討する。

3. 第3, 4節において行った数理解析は、厳密であるが、需要量の揺らぎ変動を確率分布の統計処理で扱うために、個々の事例において生じる在庫量や受注残の詳細な時系列変化を具体的に表現することはできない。そのため、第5節において、単位期間あたりの生産指示量が需要量の平均値に合致する場合と、合致しない場合のそれぞれについて、生産調整をしない場合と、する場合の計四つの場合を扱い、それぞれの場合に適合する事例をシミュレーションにより発生させる。それらの事例が数理解析から得られた在庫量や受注残の時系列変化の典型的な特性を具体的に表すことを示す。シミュレーションの事例は、生産調整をしない場合には、在庫量あるいは受注残が生じて、それが時間の経過とともに無限に増大するが、生産調整をする場合には、在庫量や受注残が無限に増大することを回避できることを具体的に示す。

4. 第8節において、生産企業は販売店と需要量に関する情報を共有する必要があることを論じる。(1)式においては、今単位期間の生産指示量を決めるためには、前期末の在庫量や受注残を知る必要があり、これらの実数は販売店が把握する。しかし、需要遅延追従型生産調整において、生産企業が、今単位期間における生産指示量を設定するにあたり、販売店と共有すべき情報は直前の単位期間における需要量の実数についてであり、在庫量や受注残の情報は必要でない。

本論文の数理解析においては、生産企業は生産指示量分の製品を生産する能力を常にもっているとする。また、生産不足のために注文した製品を入手できなかった顧客が製品を入手できるときまで待つ歩留り率が100パーセントであるとする。また、在庫コストを削減するなどのために、需要が期待されるにもかかわらず、在庫量を少なくすることは考えない。顧客の歩留り率を考慮して生産量を減らしたり、在庫コストを考慮して在庫量を減らしたりする必要がある場合には、著者達が論文[9],[10]において導いた在庫費用比と顧客の

¹各単位期間にその期間に生じた需要量にしたがって生産する方式は需要追従生産方式と呼ばれる[8]。しかし、各単位期間に需要量どおりに生産することは時間的に難しい。

歩留り率が与えられた条件下において生産販売利益を最大にする方法により在庫する量を決めて、製品の生産販売を調整することができる。この点については第8節において議論する。

(1)式が示すように、生産指示量を設定する際に、在庫量と対等に受注残にも配慮することが重要である。在庫管理を対象にした生産調整の研究は多数存在するが、本論文では、受注残を在庫量と対等に扱うことにより、在庫量だけでなく受注残をも少なくする生産調整法を提案する。文献[11][12][13]が受注残と遊休時間を少なくするための生産調整を論じている。古典的な文献[14]が需要量の変動により生じる製品の生産の過剰や不足に対処するために生産調整をすることの効果論じている。同文献は、生産量や需要量を時間に関して微分可能な量として取り扱っていて、需要量が本質的に確率分布してランダムな量である場合には、対処できない。また、需要量の揺らぎ変動に対して生産を発注する時点を調整することにより対処する方法が文献[15]において検討されている。

2. 需要量の確率分布

単位期間あたりの需要量 d は期間ごとに揺らいで変動する。需要量 d の揺らぎ変動を確率分布で表す。生産企業が各単位期間に一定の生産量 s で製品を生産する場合、需要量 d が変動するために在庫や欠品が生じる。本節においては、生産企業と販売店からなる企業グループが Push 型の生産販売方式を採用して、生産企業は単位期間に製品を生産する量 s を一定の需要量の見込み値 N_s に設定し、 $s = N_s$ であるとする。単位期間あたりの製品の生産量 s および需要量 d は連続変数であり、需要量 d は、平均値が N_d であり、標準偏差が σ_d である一定の正規確率分布 $N(N_d, \sigma_d^2)$ をする、すなわち、その確率密度関数 [5],[6] は

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} e^{-\frac{(d-N_d)^2}{2\sigma_d^2}} \quad (2)$$

である。需要量 d の平均値は

$$A_d = \int_{-\infty}^{\infty} df(d)dd = N_d \quad (3)$$

を、また、分散は

$$V_d = \int_{-\infty}^{\infty} (d - A_d)^2 f(d)dd = \sigma_d^2 \quad (4)$$

を満たし、需要量 d の標準偏差は $\sigma_d = \sqrt{V_d}$ を満たす。

単位期間における生産量 s と需要量 d の差 $s - d > 0$ である単位期間には製品が $s - d$ だけ生産過剰になり、

在庫品として残る。また、差 $s-d < 0$ である期間には製品が $d-s$ だけ生産不足になり、欠品になる。このように生産量 s と需要量 d の差 $s-d$ がその単位期間に生じる在庫量や欠品量を表す。単位期間における生産量 s を一定値 N_s に設定し、 $s = N_s$ としても、需要量 d が正規確率分布をしていると、生産量 $s = N_s$ と需要量 d の差 $s-d$ も正規分布をして、その密度関数は

$$\begin{aligned} g(s-d) &= f(d) \\ &= f(-\{(s-d) - N_s\}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} e^{-\frac{[-\{(s-d) - (N_s - N_d)\}]^2}{2\sigma_d^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} e^{-\frac{\{s-d - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} \quad (5) \end{aligned}$$

になる。生産量 s と需要量 d の差 $s-d$ の平均値は

$$\begin{aligned} A_{s-d} &= \int_{-\infty}^{\infty} (s-d)g(s-d)d(s-d) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \int_{-\infty}^{\infty} (s-d)e^{-\frac{\{s-d - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} \\ &\quad d(s-d) = N_s - N_d \quad (6) \end{aligned}$$

である。また、分散は

$$\begin{aligned} V_{s-d} &= \int_{-\infty}^{\infty} (s-d - A_{s-d})^2 g(s-d) d(s-d) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \int_{-\infty}^{\infty} \{s-d - (N_s - N_d)\}^2 \\ &\quad e^{-\frac{\{s-d - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} d(s-d) \\ &= \sigma_d^2 \quad (7) \end{aligned}$$

であり、需要量 d の分散 V_d に等しくなる。生産量 s と需要量 d の差 $s-d$ の標準偏差は

$$\sigma_{s-d} = \sqrt{V_{s-d}} = \sigma_d \quad (8)$$

である。

3. 生産調整をしない場合に生じる製品の生産の過剰や不足

本節において、単位期間ごとの生産指示量を一定量にして生産し続けると、需要量が揺らぎ変動をするために、いかなる生産指示量であっても、生産の過剰あるいは不足が生じて、それが次第に増大することを示す。

Push 型の生産販売方式において、第 i 単位期間の製品の生産量 s_i を単位期間 i に依存しない一定の需要量の見込み値 N_s に設定し、 $s_i = N_s$ にする。製品の

需要量 d_i は平均値が N_d であり、標準偏差が σ_d である正規分布 $N(N_d, \sigma_d^2)$ をして、その密度関数が

$$f_i(d_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} e^{-\frac{(d_i - N_d)^2}{2\sigma_d^2}} \quad (9)$$

であるとすると、第 i 単位期間における生産量 s_i と需要量 d_i の差 $s_i - d_i$ の密度関数は

$$\begin{aligned} g_i(s_i - d_i) &= f_i(d_i) \\ &= f_i(-\{(s_i - d_i) - N_s\}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} e^{-\frac{\{s_i - d_i - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} \quad (10) \end{aligned}$$

になる。

第 1 単位期間から第 K 単位期間まで、各単位期間における生産量を一定値 $s_i = N_s$ に設定して、生産調整をしないで生産販売を続けると、 K 単位期間にわたる製品の生産量 $S = \sum_{i=1}^K s_i$ と需要量 $D = \sum_{i=1}^K d_i$ の差 $S - D = \sum_{i=1}^K (s_i - d_i)$ の期待値は

$$\begin{aligned} A_{S-D} &= \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^K (s_i - d_i) \prod_{j=1}^K g_j(s_j - d_j) \\ &\quad d(s_1 - d_1) \cdots d(s_K - d_K) \\ &= K(N_s - N_d) \quad (11) \end{aligned}$$

である。また、 K 単位期間にわたる製品の生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の分散は

$$\begin{aligned} V_{S-D} &= \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^K (s_i - d_i) - K(N_s - N_d) \right\}^2 \\ &\quad \prod_{j=1}^K g_j(s_j - d_j) d(s_1 - d_1) \cdots d(s_K - d_K) \\ &= \sum_{i=1}^K \sigma_d^2 = K\sigma_d^2 \quad (12) \end{aligned}$$

である。

1) 生産量を需要量の平均値からずれた値に設定する場合

Push 型生産販売方式において、単位期間あたりの生産量 s を需要量 d の平均値 N_d からずれた一定の需要量の見込み値 N_s に設定し、 $s = N_s$ として、そのまま生産調整をしないで生産販売を続けると、(11) 式により、 K 単位期間にわたる製品の生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の期待値の絶対値は期間数 K に比例して次第に増大する。同式は、需要量の見込み値 N_s と需要量の平均値 N_d の間の大小関係により、在庫量あるいは欠品量が期間の経過とともに、期間数 K

に比例して、次第に増大することを示す。

2) 生産量を需要量の平均値に設定する場合

次に、単位期間あたりの需要量の見込み値 N_s が、製品の需要量 d と整合されていて、需要量 d の平均値 N_d に等しく、 $N_s = N_d$ に設定されている場合を考察する。すなわち、第1単位期間から第 K 単位期間まで、各単位期間における生産量 s_i を一定の需要量の平均値 N_d に設定し、 $s_i = N_s = N_d$ として、生産調整をしないで生産販売を続ける。この場合には、 K 単位期間にわたる製品の生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の期待値は (11) 式により、

$$A_{S-D} = 0 \quad (13)$$

であるが、差 $S - D$ の分散は (12) 式により、

$$V_{S-D} = K\sigma_d^2 \quad (14)$$

である。したがって、たとえ単位期間あたりの製品の生産量 $s_i = N_s$ を需要量 d_i の平均値 N_d に等しく設定して生産を続けても、 K 単位期間にわたる製品の生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の標準偏差は $\sigma_{S-D} = \sqrt{V_{S-D}} = \sqrt{K}\sigma_d$ になり、期間数 K の平方根に比例して増大する。すなわち、需要量 d が確率分布をして、その分散があるために、生産量 s と需要量 d の差 $s - d$ に分散が生じて、単位期間によっては生産量 s と需要量 d が等しくならない。需要量 d が生産量 s よりも小さい単位期間には、生産が過剰になり、製品が売れ残るため、製品の在庫が生じる。また、需要量 d が生産量 s よりも大きい単位期間には、生産が不足して、製品の欠品が生じる。第 K 単位期間末における在庫量の期待値は生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ が正である変域内における $S - D$ の期待値 $A_{S-D} (>0) = \sqrt{\frac{K}{2\pi}}\sigma_d$ になり、欠品量の期待値は差 $D - S$ が正である変域内における $D - S$ の期待値 $A_{D-S} (>0) = \sqrt{\frac{K}{2\pi}}\sigma_d$ になる。

以上により、需要量が揺らぎ変動をするために、生産調整をすることなく、単位期間あたりの生産量を $s_i = N_s = N_d$ に設定したまま、Push 型の生産販売方式にしたがって、生産販売を続けると、期間の経過とともに、在庫量あるいは欠品量が次第に増大して、ついには無限大に発散することになる。

以上のように、単位期間あたりの生産量 $s_i = N_s$ を需要量の平均値 N_d に等しく設定しても、等しくない値に設定しても、いずれの場合にも、Push 型の生産販売方式においては、生産調整をしないと、在庫量あるいは欠品量が生じて、それが期間の経過とともに次

第に増大する。

4. 需要量の揺らぎ変動に対処するための生産調整

本節において、需要量が揺らぎ変動をしても、製品の生産の過剰や不足が無限に増大することを回避するための生産調整法を提案する。Push 型の生産販売を続ける際に、現に生じている在庫量や欠品量を考慮して生産調整をすると、在庫量や欠品量が期間の経過とともに次第に増大することを回避できる。第1単位期間の生産量 s_1 を需要量の見込み値 N_s に設定、 $s_1 = N_s$ として生産販売を開始する。第2単位期間以後は、その期間までに蓄積した在庫量や欠品量を考慮して、その在庫量や欠品量を無くするように、製品を生産する量 s_i を単位期間に見込まれる需要量の見込み値 N_s から調整する。すなわち、第 i 単位期間において、現に生じている在庫量(あるいは欠品量)の分、 $\sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j)$ だけ生産指示量を減らし(増やし)て、

$$s_i = N_s - \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j) \quad (15)$$

に設定する。これは Push 型生産販売を遂行する場合に通常経験的になされている生産指示、

$$\begin{aligned} \text{生産指示量} &= \text{需要見込み量} \\ &\quad - (\text{在庫量} - \text{受注残}) \end{aligned} \quad (16)$$

の式において、

$$\begin{aligned} \text{生産指示量} &= s_i, \\ \text{需要見込み量} &= N_s, \\ \text{在庫量} - \text{受注残} &= \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j) \end{aligned} \quad (17)$$

と置き換えたことに相当する。このように在庫量と対等に受注残にも配慮して、在庫量だけでなく受注残 (= 欠品量) をも少なくする生産調整法を導入する。

(15) 式にしたがって生産調整をすると、第1単位期間の生産指示量 s_1 は需要量の見込み値 N_s 、すなわち、

$$s_1 = N_s \quad (18)$$

であるが、第2単位期間の生産指示量は

$$\begin{aligned} s_2 &= N_s - (s_1 - d_1) = N_s - (N_s - d_1) \\ &= d_1, \end{aligned} \quad (19)$$

第3単位期間の生産指示量は

$$s_3 = N_s - (s_1 + s_2 - d_1 - d_2) = d_2 \quad (20)$$

になり、以後第 i 単位期間の生産指示量は

$$s_i = d_{i-1} \quad (21)$$

になる、すなわち、生産調整の結果、各単位期間の生産指示量は直前の単位期間に生じた需要量になる。これは、第6節において詳述するように、第1単位期間には Push 型生産販売方式を採用し、生産販売を開始しても、第2単位期間以後は Pull 型生産販売方式を採用することになり、Pull 型の生産販売方式を改良したものになることを意味する。需要量の見込み値 N_s を考慮して生産することは各単位期間に生じる需要量 d_i のうち N_s 分については当該単位期間中に製品が供給されることを保証することになる。この生産調整の結果、第 i 単位期間の需要量 $d_i > N_s$ である場合には、同単位期間末に、製品の欠品量 $d_i - N_s$ が生じ、また、 $d_i < N_s$ である場合には製品の生産過剰量 $N_s - d_i$ が生じる。

上記のように、単位期間あたりの生産指示量を経験的に妥当な (15) 式に設定すると、第二単位期間以後の各単位期間の生産指示量は直前単位期間の需要量に等しくなる。この関係を、(15) 式から (21) 式まで数学的帰納法を用いて、需要量の揺らぎの確率分布の形によらずに、証明した。したがって、生産指示量として、(15) 式を採用すれば、需要量の揺らぎが正規分布以外の確率分布をする場合にも、(21) 式の関係は一般的に成り立つ。

以下、本節において、(15) 式のように生産調整をすると、製品の生産の過剰や不足が無限に増大することは回避できることを、数理解析により、示す。需要量 d_i は正規確率分布をすと仮定すると、その確率密度関数は $f_i(d_i)$ (9) 式のままであるが、生産調整のため、生産量 s_i と需要量 d_i の差 $s_i - d_i$ の密度関数は修正されて、

$$\begin{aligned} \bar{g}_i(s_i - d_i) &= f_i(d_i) \\ &= f_i(-[s_i - d_i - \{N_s - \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j)\}]) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d}} e^{-\frac{\{\sum_{j=1}^i (s_j - d_j) - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} \end{aligned} \quad (22)$$

になる。したがって、 K 単位期間にわたる生産量 $S = \sum_{i=1}^K s_i$ と需要量 $D = \sum_{i=1}^K d_i$ の差 $S - D = \sum_{i=1}^K (s_i - d_i)$ の期待値は

$$\begin{aligned} \bar{A}_{S-D} &= \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^K (s_i - d_i) \prod_{j=1}^K \bar{g}_j(s_j - d_j) \\ &\quad d(s_1 - d_1) \cdots d(s_K - d_K) \\ &= N_s - N_d \end{aligned} \quad (23)$$

であり、差 $S - D$ の分散は

$$\begin{aligned} \bar{V}_{S-D} &= \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^K (s_i - d_i) - (N_s - N_d) \right\}^2 \\ &\quad \prod_{j=1}^K \bar{g}_j(s_j - d_j) d(s_1 - d_1) \cdots d(s_K - d_K) \\ &= \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d}} \right\}^K \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^K (s_i - d_i) \right. \\ &\quad \left. - (N_s - N_d) \right\}^2 \\ &\quad \prod_{j=1}^K e^{-\frac{\{\sum_{k=1}^j (s_k - d_k) - (N_s - N_d)\}^2}{2\sigma_d^2}} \\ &\quad d(s_1 - d_1) \cdots d(s_K - d_K) \\ &= \sigma_d^2 \end{aligned} \quad (24)$$

である。以下、第1)と2)小節において、需要量の平均値が確認できる場合にも、できない場合にも、生産調整により、製品の生産の過剰や欠品が無限に増大することを回避できることを示す。

1) 需要量の平均値が確認できる場合

単位期間あたりの需要量の平均値 N_d が確認できる場合には、各単位期間の需要量の見込み値を $N_s = N_d$ に設定し、第1単位期間の生産量を $s_1 = N_s = N_d$ にして生産販売を開始する。第 i 単位期間には生産量 s_i を、需要量の見込み値 $N_s = N_d$ にその期間までに蓄積した在庫量や欠品量のみだけ加減して、

$$s_i = N_d - \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j) \quad (25)$$

と調整する。 K 単位期間にわたる生産量 $S = \sum_{i=1}^K s_i$ と需要量 $D = \sum_{i=1}^K d_i$ の差 $S - D$ の期待値は、(23) 式において $N_s = N_d$ として得られ、

$$\bar{A}_{S-D} = 0 \quad (26)$$

になり、差 $S - D$ の分散は (24) 式により、

$$\bar{V}_{S-D} = \sigma_d^2 \quad (27)$$

になる。

このため、生産販売の期間数 K が大きくなっても、 K 単位期間にわたる生産量 S と需要量 D の差 $S - D$

の期待値は 0 であり、また、その分散は単位期間における生産量 s と需要量 d の差 $s-d$ の分散の値 σ_d^2 に等しい。第 K 単位期間末における在庫量の期待値は生産量 S と需要量 D の差 $S-D$ が正である変域内における $S-D$ の期待値 $\bar{A}_{S-D} (>0) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\sigma_d$ になり、欠品量の期待値は差 $D-S$ が正である変域内における $D-S$ の期待値 $\bar{A}_{D-S} (>0) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\sigma_d$ になる。したがって、たとえ、需要量 d に揺らぎ変動があっても、上記の生産調整を続けると、生産販売期間の経過とともに製品の在庫量あるいは欠品量が次第に増大することはない。

以上の結果、単位期間あたりの需要量の平均値 N_d が確認できる場合には、(15) 式における単位期間あたりの需要量の見込み値を $N_s = N_d$ とすれば、(23) 式により、 K 単位期間にわたる生産量 S と需要量 D の差 $S-D$ の期待値は $\bar{A}_{S-D} = 0$ になり、生産量と需要量が平均として釣り合っており、在庫量も受注残も生じないことが期待される。需要量の見込み値 N_s を需要量の平均値 N_d と異なる値にすると、生産量 S と需要量 D の差 $S-D$ の期待値 \bar{A}_{S-D} は零でなくなり、在庫量か受注残のいずれかが生じることになる。したがって、需要量の見込み値 N_s の最適な値は需要量の平均値 N_d である。

2) 需要量の平均値が確認できない場合

単位期間あたりの製品の需要量 d は、季節的な変動をしたり、製品の人気度の盛衰による変動をしたりする。また、新製品の生産販売を開始した直後には、データが未蓄積であるために、単位期間あたりの需要量 d の平均値 N_d は確認しにくい。したがって、Push 型生産販売方式において、単位期間における生産量 s の目安である需要量の見込み値 N_s を需要量 d の平均値 N_d に等しく設定することは実際上難しい。このように需要量 d の平均値 N_d が確認できない場合には、需要量の見込み値 N_s を実際の需要量 d の平均値 N_d からずれた値に設定せざるを得ない。生産調整をすることなく、そのまま Push 型生産販売を続けると、第 3 節において述べたように、単位期間の需要量の見込み値 N_s が需要量 d の平均値 N_d からずれているため、このずれが長期間の間に蓄積する。需要量の見込み値 N_s が需要量の平均値 N_d よりも大である場合には、過剰な生産を続けることになり、期間数に比例して在庫量が次第に増大する。また、需要量の見込み値 N_s が需要量の平均値 N_d よりも小である場合には、不足な生産を続けることになり、期間数に比例して欠品量が次第に増大する。しかし、需要量の平均値 N_d が確認できない場合にも、(15) 式にしたがって、各単位期間

に現に生じている在庫量や欠品量を考慮して、生産調整をしながら、製品の生産販売を続けると、以下において述べるように、在庫量や欠品量が無限に増大することを回避できる。

単位期間あたりの需要量の平均値 N_d が確認できない場合には、第 1 単位期間の生産量 s_1 を任意の需要量の見込み値 N_s に設定、 $s_1 = N_s$ にして、生産販売を開始し、第 2 単位期間以後の第 i 単位期間に、その期間までに蓄積した在庫量や欠品量を考慮して、(15) 式のように、生産量を $s_i = N_s - \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j)$ と調整する、すなわち、(21) 式のように、生産量 s_i を直前の単位期間の需要量 d_{i-1} に等しく設定すると、 K 単位期間にわたる生産量 $S = \sum_{i=1}^K s_i$ と需要量 $D = \sum_{i=1}^K d_i$ の差 $S-D$ の期待値は (23) 式により、 $\bar{A}_{S-D} = N_s - N_d$ であり、差 $S-D$ の分散は (24) 式により、 $\bar{V}_{S-D} = \sigma_d^2$ である。したがって、生産量と需要量の差 $S-D$ は、 K 単位期間にわたって、その値が単位期間における需要量の見込み値 N_s と需要量の平均値 N_d の差 $N_s - N_d$ 程度であり、その分散も単位期間における生産量 s_i と需要量 d_i の差 $s_i - d_i$ の分散 σ_d^2 に等しい。これは、需要量 d_i が揺らいでも、上記の生産調整を続ければ、直近の第 K 単位期間において生じた需要量 d_K についてのみ生産調整がなされていないために、製品の在庫量 $N_s - d_K$ 、あるいは、欠品量 $d_K - N_s$ が生じるだけであり、長期間の間に在庫量や欠品量が無限に増大することはないことを示している。

なお、単位期間あたりの需要量の平均値 N_d が確認できない場合には、第 2 単位期間以後の各単位期間における需要量の見込み値 N_s をその単位期間までの過去の需要量の平均値に設定しても、以下に示すように、製品の在庫量や欠品量が無限に増大することを回避できる。すなわち、第 2 単位期間以後の第 i 単位期間における需要量の見込み値 N_s を、単位期間 i に依存する量にして、過去の需要量の平均値

$$N_s(i) = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} d_j}{i-1} \quad (28)$$

にする。そして、(15) 式にしたがって生産調整を行い、生産指示量を

$$s_i = N_s(i) - \sum_{j=1}^{i-1} (s_j - d_j) \quad (29)$$

とする。この方法によれば、第 1 単位期間の生産指示量は

$$s_1 = N_s, \quad (30)$$

第2単位期間の生産指示量は

$$s_2 = 2d_1 - N_s \quad (31)$$

であり、第3単位期間以後の第*i*単位期間の生産指示量は

$$s_i = \frac{id_{i-1}}{i-1} - \frac{\sum_{j=1}^{i-2} d_j}{(i-2)(i-1)} \quad (32)$$

になる。この生産調整により、*K*単位期間にわたる生産量 $S = \sum_{i=1}^K s_i$ と需要量 $D = \sum_{i=1}^K d_i$ の差は

$$S - D = \frac{\sum_{i=1}^{K-1} d_i}{K-1} - d_K \quad (33)$$

になる。各単位期間の需要量 d_i は確率分布をし、その期待値は $\bar{A}_{d_i} = N_d$ であるから、生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の期待値

$$\bar{A}_{S-D} = \frac{\sum_{i=1}^{K-1} \bar{A}_{d_i}}{K-1} - \bar{A}_{d_K} \quad (34)$$

において、各単位期間の需要量 d_i の期待値 \bar{A}_{d_i} が互いに消去し合うために、差 $S - D$ の期待値は $\bar{A}_{S-D} = 0$ になる。また、生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の分散 \bar{V}_{S-D} も (24) 式の値に比べて少し大きくなるが、期間数 *K* とともに増大することはない。したがって、製品の在庫量もまた欠品量も無限に増大することはない。

以上のように、需要量の平均値 N_d が確認できる場合にも、また確認できない場合にも、生産調整により、製品の在庫量や欠品量が無限に増大することを回避できる。

5. シミュレーションによる事例の分析

本節において、単位期間あたりの生産量と需要量の平均値が合致する場合と、合致しない場合のそれぞれについて、生産調整をしない場合と、する場合の計四つの場合を扱い、それぞれの場合に適合する事例をシミュレーションにより発生させる。それらの事例が数理解析により解明された在庫量や欠品量の時系列変化の典型的な特性を具体的に表すことを示す。

生産調整をしない場合には生産の過剰あるいは不足が生じて、それが無限に増大し、生産調整をする場合には生産の過剰や不足が無限に増大することを回避できることを、第3、4節において、数理解析により解明した。数理解析は厳密であるが、揺らぎ変動を確率分布の統計処理で扱うために、個々の事例において在庫量や欠品量が時系列変化をする詳細を具体的に表すことはできない。在庫量や欠品量の時系列変化の具体的

な事例を示すためにシミュレーションを用いる。本論文において、在庫量や欠品量の時系列変化の法則性は数理解析により解明しており、このシミュレーションは、分析結果から法則性を導き出すためではなく、事例を発生させ、それらの事例が数理解析で解明した特性を具体的詳細に表すことを示すために行う。

シミュレーションにはシミュレーションソフト SIMUL8 を用い [16], [17], その設定を以下のようにする。すなわち、第3、4節において行った数理解析の場合と同じく生産工場の工程数は一工程であるとする。単位期間は1週間、定時の生産時間は週5日で、1日8時間とし、また、製品生産着手時間間隔 = 6分 (1週間の生産量 $N_s = 400$)、生産所要時間 = 6分とする。需要発生時間間隔は正規確率分布をしているとし、その平均値 $T = 6$ 分 (1週間に発生する需要量の平均値 $N_d = 400$) の場合と $T = 5$ 分 (1週間に発生する需要量の平均値 $N_d = 480$) の場合を扱う。需要発生時間間隔の正規分布の分散を $\sigma_T^2 = 1$ 分²とする。すなわち、平均需要発生時間間隔 $T = 6$ 分の場合には、1週間 (2400分) あたりに生じる需要量は、標準偏差が

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \frac{2400\sigma_T}{T^2} \sqrt{\frac{T}{2400}} \\ &= \frac{2400}{6^2} \sqrt{\frac{6}{2400}} \\ &= 3.3 \end{aligned} \quad (35)$$

である正規分布 $N(400, 3.3^2)$ をする。また、平均需要発生時間間隔が5分の場合には、1週間あたりに生じる需要量は、標準偏差が

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \frac{2400}{5^2} \sqrt{\frac{5}{2400}} \\ &= 4.4 \end{aligned} \quad (36)$$

である正規分布 $N(480, 4.4^2)$ をする。需要量の揺らぎ変動により、需要が増して生産量を増す生産調整をする場合には、平日1日につき5時間を限度に残業生産をして対処し、需要が減って生産量を減らす生産調整をする場合には、定時の生産時間を短縮して対処する。

第3、4節で行った数理解析に対応して、Push型と生産調整型のそれぞれの生産販売方式について、需要の発生時間間隔が生産着手時間間隔6分 ($N_s = 400$) に整合する場合 ($N_d = 400$) と整合しない場合 ($N_d = 480$) を扱い、計四つの場合について、一日あたりの時間数を13時間 (残業が可能である5時間を含む)、すなわち、780分、一週間を5日の3900分として、生産販売を開始する時点から16週間 (62400分) についてシ

シミュレーションを行った。これらの四つの場合について、それぞれシミュレーションにより、数理解析の結果に合致する典型的な事例を得た。また、需要が大量に発生して、1日5時間の残業生産をしても需要を満たすことができない場合の例として、需要発生時間間隔が平均値 $T = 3$ 分で、標準偏差 $\sigma_T = 1$ 分の正規分布をする場合について、上述と同じ生産調整を行ったシミュレーションの事例を得た。以下に以上の計五つの場合についてシミュレーションで得た事例を図示する。なお、生産販売開始時から6週間(23400分)については、モデルの立ち上がり期間であり、解が不安定である[18]ことを考慮して、図から除いてある。製品の生産着手時間間隔は6分($N_s = 400$)に固定する。

1) Push 型の非整合生産モデル

需要の発生時間間隔が正規確率分布 $N(5, 1)$ をして、単位期間あたりの生産量($N_s = 400$)が需要量の平均値($N_d = 480$)と整合していない条件で、Push 型の生産方式にて生産をする場合の事例を図1に示す。この場合には、図1に示すように、生産量が需要量に比べて不足するために、製品が生産されるまで待つ需要量(欠品量)が期間の経過とともに経過期間数にほぼ比例して次第に増大する。一方、在庫は全く生じず、在庫量が常に0である。このシミュレーションの事例では、製品の生産待ちの需要量が第6週末には485、また、第16週末には1308になり、この間の生産待ち需要量の平均値は905.2である。第3節の数理解析の結果、(11)式によれば、このPush 型の非整合生産モデルの場合には製品の生産待ちの需要量が一週間ごとに $N_d - N_s = 480 - 400 = 80$ ずつ生じて、6週間には $80 \times 6 = 480$ 、また、16週間には $80 \times 16 = 1280$ 生じる。この間における生産待ちの需要量の平均値は $(480 + 1280) / 2 = 880$ になると期待される。シミュレーションの事例はこれらの期待値をよく再現している。

以上の場合とは逆に、単位期間あたりの生産量が需要量の平均値に比べて大きい場合には、在庫量が期間の経過とともに増大し、一方、製品の生産を待つ需要は生じず、生産待ちの需要量は常に0になる。本論文における取り扱い法により、単位期間あたりの生産量 s と需要量 d を入れ替えた場合について解析すると、在庫量と生産待ち需要量を入れ替えた結果になる。したがって、需要量の見込み値 N_s が需要量の平均値 N_d よりも大きい $N_s > N_d$ である場合の在庫量と生産待ち需要量は、 $N_s < N_d$ である場合について解析した結果の在庫量と生産待ち需要量を入れ替えることにより得られる。そのため、 $N_s < N_d$ である場合の他に、 $N_s > N_d$ である場合についてシミュレーションを改め

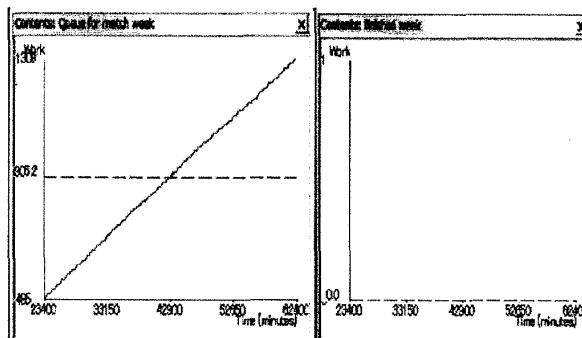


図1 生産着手時間間隔が6分($N_s = 400$)のPush 型の生産をし、需要の発生時間間隔が正規分布 $N(5, 1)$ ($N_d = 480$) をする場合の製品生産待ち需要量(欠品量)(左図)と在庫量(右図)の時間変化。生産販売を開始してから6週間後(23400分)から16週間後(62400分)までの時間変化を実線で、また、それらの平均値を鎖線で示す。

て行う必要はない。たとえば、 $N_s = 480$ 、 $N_d = 400$ の場合についてシミュレーションを行うと、その生産待ち需要量(欠品量)と在庫量が、図1の $N_s = 400$ 、 $N_d = 480$ の場合の生産待ち需要量と在庫量を入れ替えた量になる事例が得られる。

2) Push 型の整合生産モデル

需要の発生時間間隔が正規確率分布 $N(6, 1)$ をして、単位期間あたりの生産量($N_s = 400$)が需要量の平均値($N_d = 400$)と整合している条件で、Push 型の生産方式にて生産をする場合の事例を図2に示す。この事例では、生産開始後6週間から11週間までの間、製品の生産待ち需要が生じ、在庫量は0であったが、11週間以後になると、逆転して、在庫が生じ、生産待ちの需要が消えている。16週間後には在庫量がさらに増大する傾向になった。図に示すように、生産販売開始より6週間から16週間までの間の在庫量と生産待ち需要量の平均値は2.6と2.2になり、差が $2.6 - 2.2 = 0.4$ であった。これは、需要量 D と生産量 S の差の期待値 $A_{S-D} = 0$ である数理解析の結果、(13)式に対応している。また、第3節において数理解析により導いた在庫量と欠品量の期待値 $A_{S-D(>0)} = A_{D-S(>0)} = \sqrt{\frac{K}{2\pi}} \sigma_d$ を用いると、在庫量や欠品量の期待値は生産開始から6週間後には3.2になり、16週間後には5.2になる。図に示したシミュレーションの事例はこれらの値を比較的良く再現している。

以上のPush 型生産方式についてシミュレーション

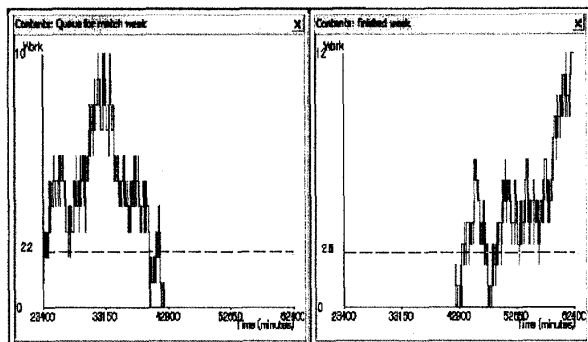


図2 生産着手時間間隔が6分 ($N_s = 400$) のPush型の生産をし、需要の発生時間間隔が正規分布 $N(6, 1)$ ($N_d = 400$) をする場合の製品生産待ち需要量(欠品量)(左図)と在庫量(右図)の時間変化。生産販売を開始してから6週間後(23400分)から16週間後(62400分)までの時間変化を実線で、また、それらの平均値を鎖線で示す。

を行って得た二事例において、単位期間あたりの生産量が需要量の平均値に整合しているにもかかわらず、生産待ちの需要量あるいは在庫量のいずれかが期間の経過とともに増大することが認められる。

3) 生産調整型の非整合生産モデル

需要の発生時間間隔が正規確率分布 $N(5, 1)$ をして、単位期間あたりの生産量 ($N_s = 400$) が需要量の平均値 ($N_d = 480$) と整合していない条件で、生産調整型の生産方式にて生産をする場合の事例を図3に示す。この事例では、生産量が需要量に比べて不足するために、製品の生産待ち需要量が生じるが、生産調整により、生産待ち需要量の値はその平均値である89.7の近傍で振動している。生産待ち需要量の平均値が、Push型の非整合生産モデルの場合には905.2であったが、生産調整型の場合には生産調整の結果89.7になった。在庫量の平均値は二つの非整合モデルの場合にともに0である。生産調整の場合の在庫量と生産待ち需要量の平均値の差 $0 - 89.7 = -89.7$ は、数理解析の(23)式による生産量 S と需要量 D の差 $S - D$ の期待値 $\bar{A}_{S-D} = N_s - N_d = -80$ に対応する。

本節の第1)小節の最終段落において説明したように、単位期間あたりの生産量が需要量の平均値よりも大きい場合について分析すると、小さい場合について分析して得られる生産待ち需要量と在庫量を入れ替えた結果になる。たとえば、 $N_s = 480$, $N_d = 400$ の場合についてシミュレーションを行うと、その分析の結果得られる生産待ち需要量(欠品量)と在庫量が、図3

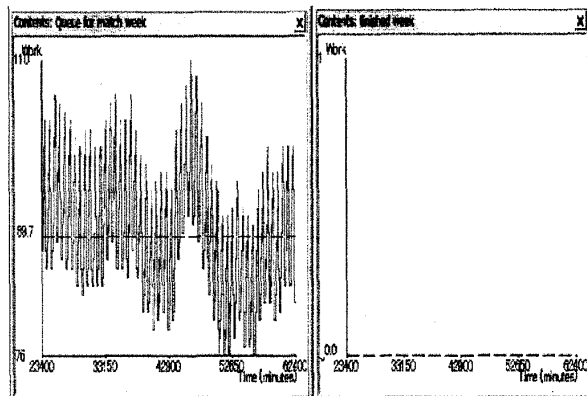


図3 生産着手時間間隔が6分 ($N_s = 400$) の生産調整型の生産をし、需要の発生時間間隔が正規分布 $N(5, 1)$ ($N_d = 480$) をする場合の製品生産待ち需要量(欠品量)(左図)と在庫量(右図)の時間変化。生産販売を開始してから6週間後(23400分)から16週間後(62400分)までの時間変化を実線で、また、それらの平均値を鎖線で示す。

の $N_s = 400$, $N_d = 480$ の場合に得られた生産待ち需要量と在庫量を入れ替えた量になる事例が得られる。この場合、生産調整の結果、在庫量は80近傍で振動するが、生産待ち需要量は常に0になる。

4) 生産調整型の整合生産モデル

需要の発生時間間隔が正規確率分布 $N(6, 1)$ をして、単位期間あたりの生産量 ($N_s = 400$) が需要量の平均値 ($N_d = 400$) と整合している条件で、生産調整型の生産方式にて生産をする場合の事例を図4に示す。この事例では、需要量の揺らぎ変動により、在庫量と製品の生産待ち需要量が小刻みの振動をするが、発散する傾向にはない。在庫量と生産待ち需要量の平均値が1.2及び1.3になり、Push型の整合生産モデルの場合に比べてともに小さくなっている。第4節において数理解析により導いた在庫量と欠品量の期待値 $\bar{A}_{S-D} (>0) = \bar{A}_{D-S} (>0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sigma_d$ がこの場合には1.3になり、シミュレーションの事例の在庫量と生産待ち需要量の平均値1.2と1.3はこの数理解析から得た値をよく再現している。

以上の二事例が示すように生産調整型の生産方式は、単位期間あたりの生産量が需要量の平均値に整合しているにもかかわらず、在庫量や生産待ち需要量が期間の経過とともに次第に増大する傾向を抑える効果があることが理解される。

5) 需要が大量である場合の生産調整

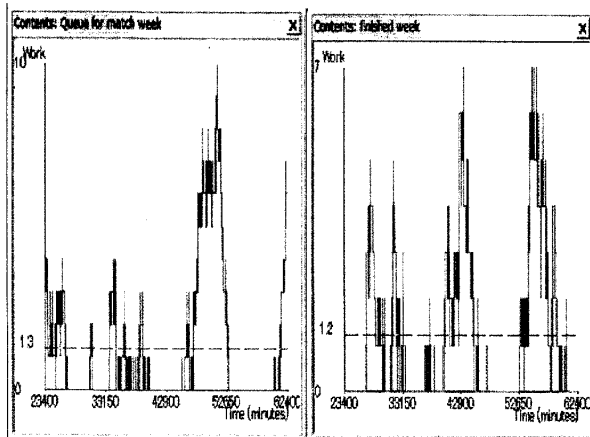


図4 生産着手時間間隔が6分 ($N_s = 400$) の生産調整型の生産をし、需要の発生時間間隔が正規分布 $N(6, 1)$ ($N_d = 400$) をする場合の製品生産待ち需要量(欠品量)(左図)と在庫量(右図)の時間変化。生産販売を開始してから6週間後(23400分)から16週間後(62400分)までの時間変化を実線で、また、それらの平均値を鎖線で示す。

需要の発生時間間隔が正規確率分布 $N(3, 1)$ をして、単位期間あたりの生産量 ($N_s = 400$) が需要量の平均値 ($N_d = 800$) に比べて大幅に少ない条件で、生産調整型の生産方式にて生産を続ける場合についてシミュレーションを行って得た事例を図5に示す。この事例では、生産調整をするにもかかわらず、生産能力に比べて需要量が大量であるため、一日につき5時間の残業生産をしても対処しきれず生産待ちをする需要量が期間の経過とともに増大している。この場合に生産待ち需要量に対応して製品の生産を増すには、残業時間を増やすか、生産ラインを増やすなどの方策が必要になる。なお、この場合のように残業時間が限られているため、生産能力が需要量に応じるには限度がある場合の取り扱いが数理解析では難しく、コンピュータによる数値計算またはシミュレーションによる事例の分析をせざるを得ない。

6. 需要遅延追従型生産調整

Push型の生産販売方式においては、単位期間の生産指示量として単位期間に生じる需要量の見込み値 N_s が採用される。これは、当該単位期間に生じる需要のためにその見込み値 N_s だけ製品を生産することを意味する。しかし、Push型の生産販売方式は需要量の揺らぎ変動に対応しないので、揺らぎ変動に対応するためには、生産販売方式を修正して、各単位期間の需要量の見込み値 N_s にその期間までに生じた在庫量や欠品量を考慮して生産指示量を調整する。そのために、

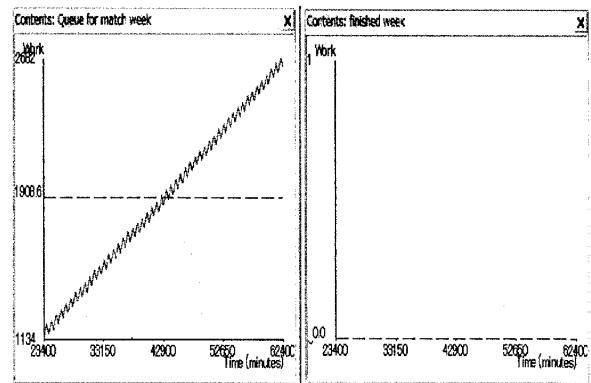


図5 生産着手時間間隔が6分 ($N_s = 400$) の生産調整型の生産をし、需要の発生時間間隔が正規分布 $N(3, 1)$ ($N_d = 800$) をする場合の製品生産待ち需要量(欠品量)(左図)と在庫量(右図)の時間変化。生産販売を開始してから6週間後(23400分)から16週間後(62400分)までの時間変化を実線で、また、それらの平均値を鎖線で示す。

(15)式のように、単位期間の生産量 s_i を、単位期間の需要量の見込み値 N_s に直前の単位期間末における製品の生産過剰量や欠品量のみだけ加減して決める。このようにPush型生産方式に生産調整をすると、以下に示すように、Pull型生産方式を改良した需要遅延追従型生産調整になる。

第1単位期間の生産指示量を、Push型にしたがって、単位期間の需要量の見込み値 N_s に設定、 $s_1 = N_s$ にし、第2単位期間以後生産調整をすると、その結果、第*i*単位期間の生産量は、(21)式のように、直前の単位期間の需要量、すなわち、 $s_i = d_{i-1}$ になり、「需要が生じた量だけ生産する」ことになる。

第4節において述べたように、第*i*単位期間の需要量 $d_i > N_s$ である場合には同単位期間末に製品の欠品量 $d_i - N_s$ が生じ、また、 $d_i < N_s$ である場合には製品の生産過剰量 $N_s - d_i$ が生じる。単位期間に生じる需要量の見込み値を $N_s = 0$ であると仮定すると、(18)式が示すように、第1単位期間の生産指示量 s_1 は0になり、第2単位期間以後に上記の生産調整を行い、生産販売を続けると、各単位期間に生じる需要量 d_i はすべてその単位期間内に製品を入手することができず、次の単位期間に製品が生産されるまで待つことになり、典型的なPull型生産方式になる。

一方、第1単位期間の生産量 s_1 を非零の需要量の見込み値 N_s に設定、 $s_1 = N_s$ にすると、第2単位期間以後の単位期間の生産量 s_i を直前の単位期間の需要量 d_{i-1} に等しく設定することにより、上述のように、単位期間末に製品の欠品、すなわち、次単位期間

に製品が生産されるまで待つ需要が生じて、その量は $d_i - N_s$ になり、 $N_s = 0$ の場合に比べて、製品の生産を次期間まで待つ需要量が N_s だけ減少する。したがって、この場合は Pull 型を改良した生産販売方式になる。

このように、効率的な生産調整方式は、第 2 単位期間以後の単位期間の生産指示量を直前の単位期間に生じた需要量に等しくすること、すなわち、「需要が生じた量だけ生産する」ことであり、生産指示量を需要量に一単位期間遅れで追従させる需要遅延追従型生産調整になる。

需要遅延追従型生産調整は直前の単位期間に生じた需要量の分を今単位期間において遅れて生産することを意味していない。第 4 節に示したように、直前単位期間末における（受注残量－在庫量）と今単位期間に生じる需要量の見込み値 N_s を合わせた今単位期間の生産指示量が直前の単位期間において生じた需要量に等しくなるというに過ぎない。

需要量の見込み値 N_s を大きく見込んで生産すると、在庫が生じる可能性が大きくなり、在庫コストが多くなることになる。また、見込み値 N_s を小さく見込んで生産すると、製品生産を次単位期間まで待つ需要量が多くなり、多くの顧客を失望させることになる。生じる在庫量をできる限り少なくし、かつ、生じる生産待ち需要量をできる限り少なくするための需要量の見込み値 N_s の最適な値は、第 4 節において述べたように、需要量 d_i の平均値 N_d になる、すなわち、 $N_s = N_d$ である。需要量の揺らぎ変動に対処するための最も効率的な生産販売方式は、第 1 単位期間の生産量を $s_1 = N_s = N_d$ として、第 2 単位期間以後の各単位期間の生産量を直前の単位期間の需要量、すなわち、 $s_i = d_{i-1}$ にすることである。このように需要量の見込み値 N_s を考慮して生産することは各単位期間に生じる需要量 d_i のうち N_s については当該単位期間中に製品を供給することを保証することになる。需要量の見込み値 N_s は当該期間中に生じる需要に供するためにその期間中に製品を用意する量を意味する。

7. 需要量が傾向変動をする場合の生産調整

単位期間あたりの需要量が、一定の確率分布をする揺らぎ変動だけでなく、傾向変動 [7] を伴う場合にも上述の生産調整法を続けることにより対処することができる。

需要量の傾向変動が既知であり、その傾向変動に即応して生産調整を進めたいのであれば、以下のように生産調整をすればより効率的である。需要量が傾向変

動をするために、需要量 d の揺らぎ変動を表す正規分布の平均値 N_d が、一定値ではなく、期間の経過とともにゆるやかに変動して、その変化量が、第 i 単位期間までに蓄積して、 $h(i)$ になったとする。すなわち、第 i 単位期間における需要量 d の期待値は

$$N_d(i) = N_d(0) + h(i) \quad (37)$$

になる。ただし、

$$h(0) = 0. \quad (38)$$

この場合の最も効率的な生産調整方式は、第 2 単位期間以後の生産量 s_i 、(21) 式を修正して、

$$s_i = d_{i-1} + h(i) \quad (39)$$

にすることである。

8. ま と め

本論文において、販売活動に同期した生産活動を展開するために、生産企業が販売店と共有すべき情報の内容について検討した。具体的に、需要量の揺らぎ変動に対処するために最も効率的な生産販売方式として、在庫量と対等に受注残 (= 欠品量) にも配慮することにより、在庫量だけでなく受注残をも最小限にする生産調整法を導いた。その生産調整法は、生産指示量を一単位期間遅れで需要に追従させる需要遅延追従生産である。単位期間ごとの生産指示量を、第 1 単位期間には需要量の平均値に設定し、第 2 単位期間以後には直前の単位期間に生じた実需要量に設定する。需要量の平均値が確認できない場合にも、第 1 単位期間の生産指示量を任意の需要量の見込み値にし、以後同様の生産調整を続ければ、製品の過剰量あるいは欠品量の平均値は零では無くなるが、過剰量や欠品量が期間の経過とともに無限に増大することはない。

生産企業と販売店からなるサプライチェーンが、この生産販売方式を展開するためには、生産企業が、単位期間の生産指示量を設定する際に、直前の単位期間において生じた需要量の実績数値に関する情報を販売店と共有する必要がある。生産企業と販売店の間で需要量に関する情報を共有することによって、この生産調整法が順調に機能する効果を生じる。この限りにおいては、(16) 式における需要量の見込み値、在庫量や受注残などの個々の情報を共有する必要はない。本論文において、論旨を簡明にするために、一生産企業と一販売店の間における生産販売の調整と情報の共有の問題を扱ってきたが、上記の結論は生産企業の製品を複数の販売店が扱う場合にも拡張できる。この場合、生産企業は取引のあるすべての販売店から需要量の実

数の情報を得て、今単位期間の生産指示量を直前単位期間の全需要量の実数にすれば良い。

パワーソックスらは 21 世紀における SCM の発展段階の方向性について 10 項目の指摘をしているが、その 10 項目の指摘の中に「予測から実績へ」と「情報保有から情報共有へ」がある [19]。本論文において解明した需要量の揺らぎ変動に対処するための生産調整方式はこの方向性に沿ったものである。

第 3, 4 節において、数理解析により、生産調整をした場合の結果について次の (1) と (2) をそれぞれ証明した。ただし、(1) においては、単位期間の需要量の揺らぎ変動は正規確率分布に従うことを前提とした。

(1) 需要量が揺らいでも、単位期間あたりの生産指示量を経験的に妥当な (15) 式にすると、在庫量と受注残を最小限にする生産販売方式になる。

(2) (15) 式の実生産指示量を採用して生産調整を続けると、各単位期間の実生産指示量は直前単位期間の需要量に等しくなる。需要量の揺らぎが正規分布以外のどのような確率分布をする場合にも、(15) 式の実生産指示量は直前単位期間の需要量に等しくなることを、(15) 式から (21) 式まで数学的帰納法を用いて証明した。

本論文において提案した生産調整法は広範な条件下に適応できる。生産企業が工場に生産量を指示する時間間隔である単位期間の長さは生産販売のリードタイムよりも長い必要はなく、任意に設定できる。したがって、単位期間を短くし、小刻みに設定すると、前の顧客が製品を取得した次の瞬間に製品の組み立て、生産作業を開始することになる。単位期間を短くして、生産企業が頻繁に、販売店から需要量の情報を得て、生産量の指示をすれば、それだけ、需要に即応した生産販売が行える。変動する需要量に対応して効率的に生産をするために、生産指示の単位期間を短くして需要遅延追従生産を遂行することはカンバン方式 [20] の基本的な理念にも合致する。

本論文においては、単位期間における需要量が揺らぎ変動のために大きくなって、生産量が不足し、製品の欠品が生じた場合に、製品を購入できなかった顧客が製品の入手を次単位期間に生産されるまで待つ歩留り率が 100 パーセントであるという前提で、需要量の揺らぎ変動に対応する生産調整の問題を扱った。顧客の歩留り率が 100 パーセントでない場合にも、歩留り率が与えられれば、それを本論文の処方に取り入れて、生産調整の問題を解くことができる。ただし、次単位期間に製品が生産されるまで待つ需要について歩留り率が 100 パーセントでない場合には、諸量の計算において数理解析ができず、コンピュータによる数値計算あるいはシミュレーションによる事例の分析を行

わなければならない。また、需要量の見込み値 N_s は当該期間中に生じる需要に供するためにその期間中に製品を用意する量を意味する。したがって、予測が不確定な将来の期間に需要量の揺らぎ変動による品切れが起きないように製品を生産し在庫して置く安全在庫とは異なる。複数の単位期間にまたがる安全在庫を置くことは、在庫品生産をすることを意味しており、これは本論文の論述の対象外である。

本研究は文部科学省科学研究費補助金 (No. 17330089) による研究の一環としてなされた。共同研究者である大島卓教授と張紀濤教授から得た意見交換を感謝する。

参 考 文 献

- [1] 菊地康也:「SCM サプライチェーンマネジメントの理論と戦略」, 税務経理協会 (2008)
- [2] 「押し出し型生産指示方式」と「引張り型生産指示方式」の表記にて文献 [3] において定義がなされている。英字表記“Push”と“Pull”は文献 [4] に見られる。
- [3] 村松林太郎:「新版生産管理の基礎」, 国元書房 (1979)
- [4] Kimura, O. and Terada, H.: “Design and Analysis of “Pull System”, A Method of Multi-stage Production Control”, Vth ICPR Free Paper Sessions (1979); Int. J. Prod. Res, Vol. 19, No. 3, pp. 241-253 (1981)
- [5] 木下宗七編:「入門統計学」, 有斐閣 (1996)
- [6] 宮川公男:「基本統計学」, 有斐閣 (1991)
- [7] 高橋勝彦: “傾向変動を伴う需要系列に対する生産指示方式の特性解析”, 日本経営工学会誌, Vol. 44, No. 1, pp. 64-70 (1993)
- [8] Arnold, J.R.T.: 「生産管理入門」, 中根甚一郎監訳, 日刊工業新聞社, pp. 28-29 (2001)
- [9] 香村俊武, 福島和伸, 木内正光: “利益最大化のための生産販売方式の研究 —Mate-to-Order 方式か Make-to-Stock 方式か—”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 58, No. 3, pp. 173-181 (2007)
- [10] 香村俊武, 福島和伸, 木内正光: “Make-to-Order 型 Make-to-Stock 型を包含する生産販売方式における製品の在庫性向”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 59, No. 3, pp. 222-230 (2008)
- [11] 黒須誠治: “期間山積計画システムの到着仕事量と期末受注残および遊休時間分布の分析 期間山積計画法に関する研究 (第 1 報)”, 日本経営工学会誌, Vol. 36, No. 1, pp. 34-39 (1985)
- [12] 黒須誠治: “遊休に対する緩衝としての受注残の効果 期間山積計画法に関する研究 (第 2 報)”, 日本経営工学会誌, Vol. 36, No. 6, pp. 429-434 (1986)
- [13] 黒須誠治: “臨時的生産能力増加によるコントロール

- の方法 期間山積計画法に関する研究 (第3報)”, 日本経営工学会誌, Vol. 37, No. 4, pp. 238-244 (1986)
- [14] Simon, H.A.: On the Application of Servomechanism Theory in the Study of Production Control *Econometrica* 20, 247-268 (1952); *Models of Bounded Rationality*, Vol. 1, Economic Analysis and Public Policy, MIT Press, pp. 115-136 (1983)
- [15] 圓川隆夫, 曹 徳弼: “ロジスティクスシステムにおける情報共有化とリードタイム短縮/小ロット化の効果と対策に関する研究”, 日本経営工学会誌, Vol. 44, No. 6, pp. 501-509 (1994)
- [16] 黄 海: “シミュレーションによる情報共有のメリットに関する研究”, 愛知学院大学経研会紀要, 第10巻, pp. 25-47 (2008)
- [17] 黄 海, 飯島正樹, 香村俊武: “シミュレーションによる情報共有のメリットに関する研究—自動生産ラインにおける需要変動へのタイムリな対応” 平成19年度日本経営工学会秋季研究大会予稿集, pp. 184-185 (2007)
- [18] Visual Thinking International Limited: *SIMUL8 ユーザーズ マニュアル*, 初版 デザインテクノロジーズ発行, pp.28-31 (1997)
- [19] Michigan State University, *21st Century Logistics: Making Supply Chain Integration A Reality*, Council of Logistics Management, pp.172-183 (1999)
- [20] 高橋勝彦: “かんぱん方式の研究と課題”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 57, No. 2, pp. 90-100 (2006)