数学科における教職志望学生の教育について

中村俊子 [1]、高山晴子 [1]、土屋高宏 [1]

[1] 城西大学理学部数学科

１．はじめに

本学数学科は２校地制を引いており、1965 年の開学以来、坂戸キャンパスでは数学・数学教育を、2013 年度開設の東京紀尾井町キャンパスでは応用数学を志向する教育を実施している。定員は坂戸キャンパス、東京紀尾井町キャンパスそれぞれ 60 名の計 120 名である。数学科では数学の中学・高等学校教諭の一種免許状を、更に大学院修士課程まで進学すれば専修免許状を、所定の単位を取得すれば、両キャンパスとも取得することが可能な教育を実施している。昨年度の卒業生のうち、新規教員に採用された学生は坂戸キャンパス 4 名（公立３名、私立１名）、東京紀尾井町キャンパス３名（公立２名、私立１名）であった。いわゆる臨時採用は、坂戸キャンパス 13 名、東京紀尾井町キャンパス５名であった。なお、教員免許を取得した人数は坂戸キャンパス 49 名、東京紀尾井町キャンパス 27 名、このうち、公立学校採用試験受験者は坂戸キャンパス 29 名、東京紀尾井町キャンパス９名であった。

免許取得の要件から分かるように中学・高校の数学教員には大学レベルの数学が要求されているが、実際には、中学・高等学校の教授で、大学の数学科で学ぶ知見そのものが必要とことはないと思われる[1]。一例をあげれば、大学で微分方程式を学んでも、その知見を直接授業に反映する機会はないのである。もちろん、高校で微分積分を教える際に、微分方程式の知識の有無は授業の深さに違いがでると考えられるが、正規に高校生に微分方程式の授業を行うわけにはいかない。これは、数学科で学ぶ教員志望の学生の困惑の一つである[2]。また、中学・高校の数学教員の資質と数学研究者の資質はかなり異なっていると思われる。なお、本学数学科の教育は、数学を修得して社会で活躍する人材の育成を目指した教育を行っており、例外的なケースを除いて数学研究者志望者のための教育ではない。本稿では、大学数学科における数学教育と数学科における教職課程について検討を行う。

２．数学科４年生の GPA 分布

昨年度の数学科４年生の大半を占めた SM13 期生（平成 25 年数学科入学）の GPA の分布を示す。SM13 期生は両キャンパス合わせて 143 名（坂戸 78 名、紀尾井町 65 名）である。数学科目のうち必修となっているものは１年次の微分積分学Ⅰ、線型代数学Ⅰ、２年次の微分積分学Ⅱ、線型代数学Ⅱ、代数学基礎である。GPA は成績 S(100-90 点)、A(89-80 点)、B(79-70 点)、C(69-60 点)、不可にそれぞれ 4、3、2、1、０点を割り振り、それに単位数

をかけた総和をとり履修科目の総単位数で割って平均したものである。

履修全科目と数学必修科目の GPA について、両校地および各校地ごとの人数を Fig. 1-3 に示す。

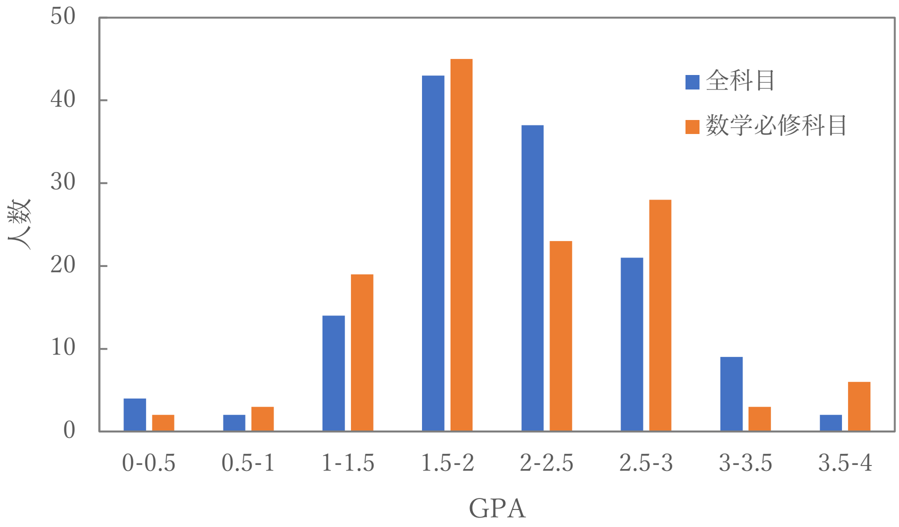

Fig. 1　SM13 期生全科目と数学必修科目の GPA.

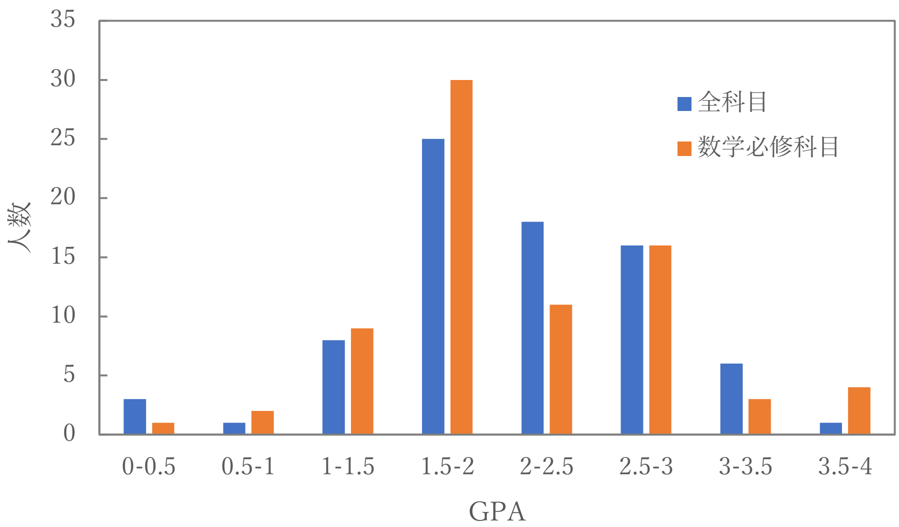

Fig. 2　坂戸キャンパス SM13 期生全科目と数学必修科目の GPA.

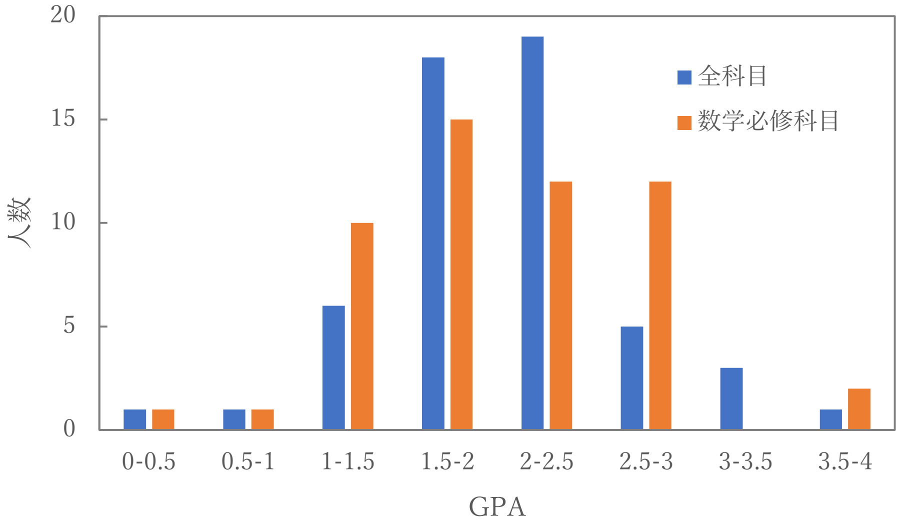

Fig. 3　東京紀尾井町キャンパス SM13 期生全科目と数学必修科目の GPA.

履修全科目の分布は単峰であるが、必修の数学科目は双峰を呈している。この問題については、後節で検討する。次に、履修全科目と数学必修科目との相関を Fig. 4 に示す。また、教育実習を行う学生に関する相関を Fig. 5 に示す。

SM13 期生の 4 年進級者のうち教育実習を行う者は 48 名(坂戸 35 名､東京紀尾井町 13 名)である。

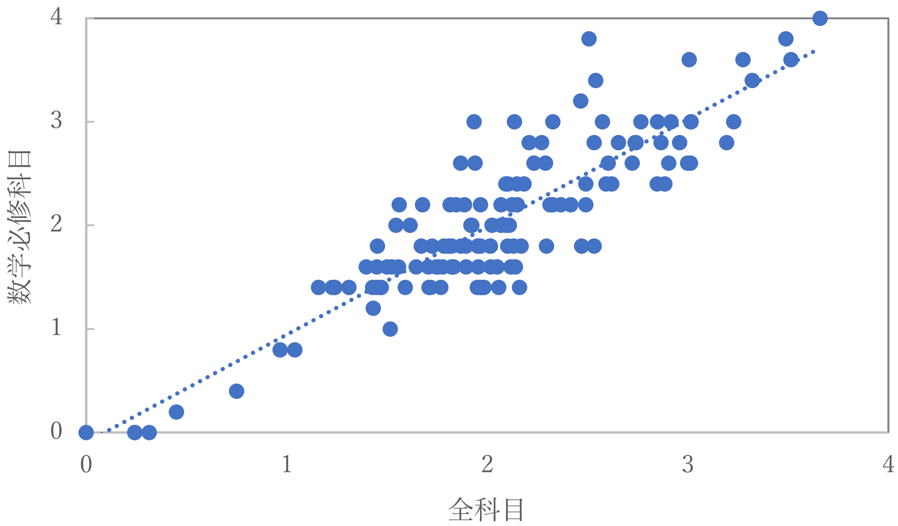

Fig. 4　SM13 期生の全科目と数学必修科目の相関.

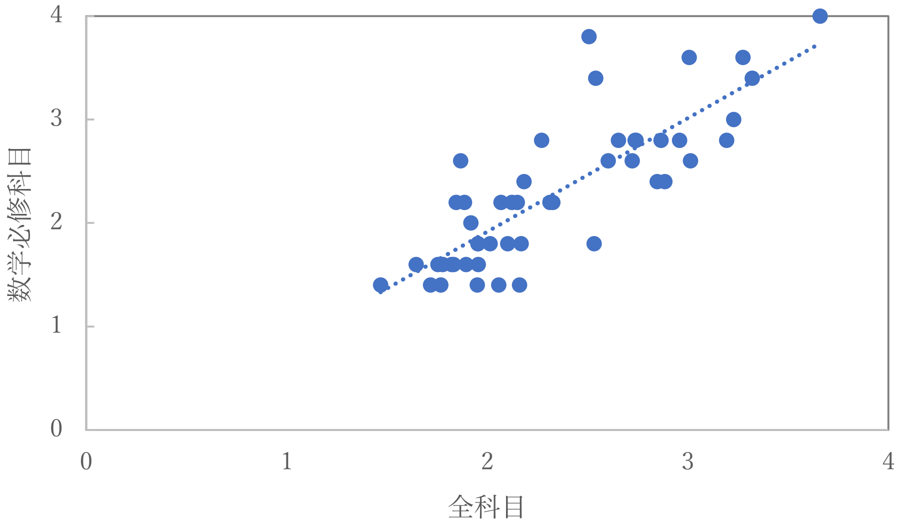

Fig. 5 教育実習を行う学生の全科目と数学必修科目の相関.

履修全科目の GPA と数学必修科目の間にははっきりとした正の相関がある。また、教育実習を行う学生の GPA は全科目、数学必修科目とも 1.5 以上であった。

3．高大接続科目から見た数学教育と教員養成

城西大学数学科では学生が後期中等教育から高等教育へ円滑に移行できるようにリメディアル教育と導入教育を実施している。例えば、選択科目に「数学序論」を設置し、後期中等教育で充分に「数学Ⅲ」を学習してこなかった学生をサポートしている。入学直後に「実力テスト」（数学Ⅲの内容）を新入生全員に行い、「数学序論」の受講が必要と判断される学生に対して履修を勧めている。この実力テストは主に計算力を確認するためのものである。また、必修科目に 1 年次「フレッシュマンセミナーⅠ（前期）・Ⅱ（後期）」を設置し、大学で数学を学ぶための基礎固めを行っている。この科目は高等学校の「数学Ⅰ」で取り扱われる集合と命題に関する内容をさらに深め、大学で数学を学ぶ上で基礎となる概念および記号の導入を行う科目であり、高大接続科目として位置付けている。

「数学序論」は主に計算力の定着を図るための科目であるが、「フレッシュマンセミナー」は集合、写像等を題材に記号や証明の書き方を通して、論理的思考の基礎を身につけるための科目である。「フレッシュマンセミナーⅠ」では集合と写像の基本的な性質を扱い、「同Ⅱ」では同値関係、可算集合と非可算集合、いろいろな集合の濃度を扱っている。集合・写像・論理は大学数学の起点として必要不可欠であるが、高校数学では基礎的な内容しか取り扱われていないため、入学時の学生は抽象的な考え方や証明の仕方・論理を十分に身につけていない。東京紀尾井町キャンパス 2016 年度入学の SM16 期生 83 人について、入

学直後に実施した「実力テスト」(100 点満点)と「フレッシュマンセミナー」(Ⅰ・Ⅱの総合点を 100 点に換算)の得点の関係を調べたところ、両者の間には中程度の相関(相関係数 0.50)が認められたが、同 SM15 期生 52 人については弱い相関(相関係数 0.41)しかない。

本学数学科では 1 年次に基本科目「フレッシュマンセミナーⅠ・Ⅱ」(各 2 単位)、必修科目「微分積分学Ⅰ」「線型代数学Ⅰ」(各 8 単位)と諸分野 8 科目の数学専門選択科目(計 16 単位)を、2 年次に必修科目「微分積分学Ⅱ」「線型代数学Ⅱ」「代数学基礎」(各 4 単位)と諸分野 12 科目の数学専門選択科目(計 36 単位)を置き、基礎力の強化を図っている。東京紀尾井町キャンパス SM16 期生において、「実力テスト」と「フレッシュマンセミナー」のそれぞれの得点と 1 年次終了時の上記数学専門科目の GPA の関係を調べると、「実力テスト」と GPA の間には中程度の相関がある(相関係数 0.50)のに対して、「フレッシュマンセミナー」と GPA の間にはかなり強い相関がある(相関係数 0.84)。さらに、同 SM15 期生における「実力テスト」および「フレッシュマンセミナー」の得点と 2 年次終了時の GPA の相関係数はそれぞれ 0.45 と 0.82 であり、依然として「フレッシュマンセミナー」と GPA の間には強い相関がある。このことは「フレッシュマンセミナー」が他の数学専門科目の成績評価と関係し、数学を学ぶ上で極めて重要な科目であることを示唆している。計算力の定着は必要であるが、初期の段階から論理的思考の養成に注力しなければならないと考えられる。また、フレッシュマンセミナーの成績下位層の教育を如何にすべきかが課題となる。これは同科目の各学習項目に対する習熟度を詳細に検証することが必要であろう。「フレッシュマンセミナー」の履修単位数は 1 年次必修科目である「微分積分学Ⅰ」「線型代数学Ⅰ」と比べて少ないが、「フレッシュマンセミナー」を主要科目として位置づけ、得点の底上げと学力向上を図るための教育指導を模索していくことが重要である。

東京紀尾井町キャンパス SM16 期生に対して入学時にとった学生アンケートによると、卒業後の進路として教員を希望した者は 49%と高い割合であった。教員免許取得希望者は 1 年次より(本学では「自由科目」として)教職に関する科目を履修している。SM16 期生を教職科目の履修者 44 人と未履修者 39 人の 2 群に分類したときの「フレッシュマンセミナー」の得点分布を比較すると、ともに双峰型の混合分布と推測され、平均値(平均点)にほとんど差異は見られないが、得点のばらつき(標準偏差)は未履修者の方がやや大きい。また、平均値付近の度数に相違が見られ、教職科目履修者は平均的なレベルの学生が比較的多い。個性を伸ばす数学教育の実現も望まれるであろう。なお、教職科目の履修者と未履修者で「フレッシュマンセミナー」と GPA の間の相関にほとんど差異はない。

「フレッシュマンセミナー」の講義内容は抽象的概念を多く含むため、興味・関心を引き

出す授業計画が必要である。このために、いくつかの取り組みを行っている。(1) 演習重視と TA の活用 (2) 適度な課題提出と定期的な小テストの実施 (3) グループ学習等である。(1)については演習に費やす時間を講義時間とほぼ同程度にとり、演習時には TA の教室巡視を実施している。(2)は自主学習に費やす時間を増やし、継続的に学習を進めてもらうために必要であると考える。また、学生の理解度把握の観点から演習問題をウェブクラスに置いて随時活用できる e-ラーニング試行も有効であろう。このことと関連して、授業時間外の学習をうまく促す課題を如何に与えるかが重要と考えられる[3]。(3)はアクティブラーニング型授業の 1 つの試みであるが、受講生がグループで課題に取り込むことで集中力を高め、学習意欲の喚起や課題解決の達成感につながるものと思われる。これらの効果を測定するための方法と検証は実施していないが、今後の検討課題としたい。

４．数学教師を志望する学生と数学科における教職課程

数学教師を志望する学生の特徴として、大学入学時より進路への意識が高く大学での学習に対しても全面的に前向きで、そのため試験前だけでなく普段から演習等にも積極的に取り組む傾向があることが挙げられる。その結果が、第 2 節で述べたように SM13 期において教員志望者の全科目および必修科目の GPA が全体的に高いことに表れている。また、ほとんどの教員志望の学生は塾講師アルバイトをしている点も大きな特徴の 1 つである。教員志望の学生は概して世話好きで面倒見がよく、使命感を覚え塾講師アルバイトに取り組んでいる。教員志望の学生が数学を易しく教えたい、面白く教えたいと考えるのは、学生達自身の体験の他、塾でのアルバイトの経験を通して、数学に苦手意識を持つ生徒が多いこと、更に、生徒の興味・関心を喚起したり、生徒の学習のつまずきを取り除く指導・工夫の重要性を実感していることも起因する。

近年、アクティブ・ラーニングの充実とともに、教員には専門性の高い数学の体系的理解が求められるようになってきている。例えば、中学校学習指導要領[4]では、中学 1 年の「数と式」の内容において、数の範囲を小学校で既習の正の数と 0 から負の数にまで拡張し、四則演算ができるようになるとともに数の概念についての理解を深めることを目標とし、数の集合と四則計算の可能性を取り扱うものとしている。これを受け、啓林館の中学 1 年生用教科書[5]では、自然数の集合、整数の集合、有理数の集合において加法、減法、乗法、除法について「計算がいつでもできる、そうでない」を表にまとめる数学的活動を取り上げている。「1－2＝」のような具体的な数に対する計算ではなく、どのような数同士に対しても成り立つかの抽象的な事項の考察にあたっては生徒の取り組み状況を観察しながら適切な補足等が必要であろう。実際、この内容は以前の学習指導要領での高等学校の「数学Ⅰ」から移行された部分である。一方、この問題を大学レベルの数学の視点から「演算が閉じている、閉じていない」かの考察であると捉えると、正の数と 0 の範囲では減法に関

して閉じていないが負の数にまで拡張すると閉じており、有理数の集合では除法に関しても閉じているという意味になる。このように数の世界の拡がりを理解し負の数を学習する意義を実感するという問題のねらいも把握しやすく非常に見通しがよい。また、上記教科書では数の拡がりをベン図を用いて集合の包含関係として表しているが、教員に集合の知識があれば余力を持って授業に臨むことができる。実数の体系も重要な概念の一つであるが、有理数までは直感的に理解させることはできても無理数の扱いは真の意味で高校数学の範囲を逸脱することは注意しておかなければいけない。

別の例として、高等学校学習指導要領[1]では数学Ⅲにおいて、放物線を座標平面上の定点とその定点を通らない定直線までの距離が等しい点の軌跡として定義し、「数学Ｉ」の二次関数のグラフが放物線であることを確認しておくことも大切であるとしている。中学３年で原点を頂点する二次関数のグラフの特徴を学ぶが、放物線は物体を放り投げたときの軌跡であるという物理的な背景を知ることにより、グラフを直観的にイメージしやすくなり「放物線」とよばれる由来も知ることができる。中学３年生や高校１年生の生徒に放物線を描かせると、頂点の近くで滑らかさを欠いた先の尖がった曲線を描く傾向にあることが指導上の留意点としてしばしば取り上げられる。これは関数の値を表にまとめ、それに関連させる手順でグラフを作成させる活動に対する注意事項である。多くの教科書にはボール投げや噴水の吹き出る水の写真等が掲載され、放物線と放物運動の関連性が紹介されているが、数学的説明には数学Ⅲの微積分レベルで理解できる内容ではあるが微分方程式に関する知識が必要である。サイクロイドやアステロイドといった数学Ⅲで扱う曲線についても、その背景には様々な数学的および物理的な背景が潜んでおり、それらを理解しているとより高い視点からのより深い指導が可能である。

複雑で変化の激しい現代社会において、学校教育を担う教員に対しては高い専門性が求められるようになってきている。難しい数学を易しく教える、更に面白く教えるためには、定理・公式や計算方法を丸暗記させるだけでなく、深い学びの実現が必須であり、余力のある教員養成が必要である。

５．ケーススタディ；４年生セミナーでの教員養成

４年生セミナーでの教員養成について、東京紀尾井町キャンパスの SM13 期生の事例から検討する。SM13 期生は東京紀尾井町キャンパスの第１期生であるが、2016 年度の４年生セミナーは、担当教員の専門にしたがって、代数学、幾何学、解析学、統計学、応用数学の５種類が提示され、学生はそれぞれの定員数に合わせて調整を行い配属が決まった。注意すべき点は、教職科目履修者あるいは教職免許取得希望者のためのセミナーというものは開講されないことである。結果、教職科目履修者は各セミナーにほぼ満遍なく数名ずつ配属

された。

2016 年度の幾何学セミナーは、教職科目履修者 4 名、教職科目非履修者 4 名の計 8 名が履修した。セミナーは輪読形式であり、輪読するテキストは 3 つに絞られた。学生は各人の興味にしたがってテキストを選択したが、教職科目履修者 4 人は全員、『幾何への誘い』(小平邦彦著）を選択して 1 つのグループと成った[6]。この『幾何への誘い』は、今日では初等教育から殆ど姿を消している初等幾何学の公理体系による論理の展開を記しており、著者の「図形の科学」としての初等幾何学（平面幾何学）の初等教育における重要性を説くものである。この公理系とは、紀元前 300 年頃にギリシャの数学者ユークリッドによってまとめられた『原論』の流儀であり、二千有余年にわたる学問の典型とされる論理体系である。ところが現代数学においては、そこに論理的欠陥があるという主張のもと、日本も含めて世界中の初等教育で初等幾何が体系的に教えられることがなくなっている。代わりに現れたのは、本学数学科でも 1 年生が学ぶ全く抽象的な集合論である。

本セミナーでは、このような数学教育の背景のもと、未だ今日の初等教育に現れる三角形や円などの性質に関する定理を数少ない公理のみから証明することを、教職志望者が自ら進んで行った。これは生徒にどれだけわかり易くかつ正確に説明するか、という動機および意欲につながったように見受けられる。

結果として教職課程履修者のうち、1 名が静岡県の公立高校教員、もう 1 名が静岡県の公立中学校臨時採用教員、もう 1 名が国立大学大学院の教育学研究科教育実践専攻へ進学という進路をとった。そして、図らずも非教職課程履修者の 1 人はこのセミナーに触発され、企業内定をとり就職するも将来は教職につきたいとの希望をもつに至った。

６．まとめ

多くの教員志望の学生は難しい数学を易しく教えたいと言う。その次は、よく言われるように、易しいことは面白く、面白いことは深く教えるということであろう。中学、高校の数学を教えるのに際して大学で学ぶ数学が直接出てくることはない。しかしながら、深く教えるためには、一度は‘数学の城’を探検する必要があるものと考えられる。

謝辞

GPA のデータ処理等に関して、本学科安田英典教授に感謝します。

参考文献

1. 高等学校学習指導要領解説　数学編理数編，文部科学省（2009).

2. H. M. エンツェンスベルガー，数学者は城の中？，日本評論社（2003).
3. 池田輝政・戸田山和久・近田政博・中井俊樹，成長するティップス先生，玉川大学出版部（2001).
4. 中学校学習指導要領解説　数学編，文部科学省（2008).
5. 中学１年教科書「未来へひろがる数学１」，啓林館（2016).
6. 小平邦彦著，幾何への誘い，岩波出版，岩波現代文庫（2009).