

# 数式処理システムを利用した等式の性質の指導 に関する研究

半田 真

## 要 旨

新型コロナの影響により、今日の中学校教育現場におけるICT機器は生徒一人1台の環境が整備されたといっても良い。しかし、数学教育におけるICT利用はまだまだ少ない。1990年代からグラフ電卓を利用した数学教育の実践研究は行われていたが、教育環境整備、機器の普及の問題等もあり未だ十分にはICTを活用した数学教育が行われているとはいえない。本研究は、中学1年生における1次方程式の指導にICTを利用した指導を取り入れた。中学1年生に数式処理システム(Computer Algebra System, 以下CAS)を利用した等式の性質の指導を行うことが、等式の性質に関する理解と方程式を解く計算能力の向上に効果があるのではないかという仮定の下で検証を行った。その結果、方程式を解く際の「移項」の概念を理解するのに、等式の性質が関わっていることをきちんと理解できていることが確認できた。一方、単純に方程式を解く計算問題については有意な差は見られなかった。

キーワード：コロナ禍、一人1台環境、CAS機能、移項、等式の性質

## 1. 研究の背景と目的

2020年のコロナ禍により日本国内の初等中等教育学校ではICT化の波が急速に訪れた。幸か不幸か予定より早く日本の中学校教育現場でもICT機器を生徒一人1台利用する環境が整備された。

### 1.1 はじめに

文部科学省(2021)の調査ではコロナ前約5人に1台だった初等中等学校の端末整備は2021年3月1日現在のデータでは、1.4人に1台と急速に改善された。しかし、数学教育におけるICT利用という数学そのものの理解を助けるために利用することは少ないと筆者は感じている。曾布川(2012)は「中高の数学教師の大半は授業でコンピュータを使うことは少ない。(中略)学校教育

の中でICTの導入が最も遅れていると言われている教科が数学科である。」(曾布川, 2012, p. 22)と指摘する。柏木(2022)は一人1台端末が整備されたことで実現できた授業として「生徒それぞれの理解度に応じた家庭学習課題を配信しています。自分に合った質・量の課題が自分の端末に送られてくることで、生徒は安心して学習に取り組み、手応えを感じているようです。」(柏木, 2022, p. 6)といった数学科教員の声を紹介している。この例にあるように、数学教育においてのICT利用といっても学習支援システムを使用して課題を配信したり、オンライン授業を行うなどとどまっている。数学そのものの理解のためにICTを利用している場面は少ない。

一方、1990年代から日本でもグラフ電卓を利用した数学教育の実践研究は行われていた。だが、

清水 (2002) は「数学は自分で計算をすることを通じてしか理解することができないという数学学習観が、日本やアジア圏には強く存在している。」(清水, 2002, p. 19) とし、グラフ電卓の活用推進を遅くしていると指摘する。教育環境整備の遅れや端末の普及不足、さらには、数学教師自身がICTを利用することに対する拒否反応などのため、一般の学校で実践されることは稀なことであった。

2020年のコロナ禍によりこうした教育環境の整備は一気に進んだ。日経パソコン編集長の江口 (2022) は、今後は「ネットワークの強化やデジタル教科書の普及に移っている」(江口, 2022, p. 13) とし、ネットワークの質の向上とデジタル教科書の整備に重点が置かれていくと予想している。また、後藤 (2019) は「PCを使えば効果があるのか、数学概念あるいは思考力・判断力に効果があるのかは明確ではない。PCの機能・特性とどの能力との関係を検証するのかをそれぞれ設定した上での検証が必要である。」(後藤, 2019, p. 53) と指摘する。ファウラ (2015) もデジタル教科書を用いることで「思考力を含めた学力面に対する効果があるかについて、今後、実証していく必要がある。」(ファウラ, 2015, p. 14) と指摘する。

そこで筆者は、数学教師が数学を考察させるための道具としてICTを利用することを今こそこれまで以上に工夫すべきだと考えた。端末整備が整った今日、ICTを数学の学習においても思考の道具として活用させる指導を工夫する好機である。それと共に上記の指摘を検証していく必要があると考えた。

## 1.2 研究目的

本研究は、コロナ禍で進んだICT環境を利用して、数学科指導の中でICTを利用した数学学習が従来の授業のあり方よりも効果があるかどうかを

検証することである。具体的には、中学1年生における1次方程式の指導で、CAS機能を利用した等式の性質の指導を行う。CAS機能を利用した授業を受けた生徒集団と、CAS機能を利用していない生徒集団とでは等式の性質に関する理解と計算能力の向上に違いがあるかどうかを検証する。

CASとは数式処理システム(Computer Algebra System)を指す。電卓の様な計算はもちろん四則演算の順序に沿った計算が可能である。数値計算のみではなく文字式の計算や因数分解も計算できる。さらに方程式を解くことも可能である。そうしたアプリケーションを数式処理システム(CAS)と呼ぶ。CAS機能を利用することで数式計算の結果を容易に求めることができてしまうため、数学教育では低学年から利用するケースは少ない。しかし、使い次第で教育的効果が得られると筆者は考えた。そこで、本研究では授業実践時にフリーソフトGeoGebra Classic Ver. 6.0718(以下、GeoGebra)のCAS機能を利用した生徒の学習活動を観察することとした。学習者から提出されたGeoGebraファイルをもとに学習活動を観察、ICT利用の効果を検証する。

## 1.3 数学教育でICT利用が進まない理由

数学教師の大半は授業でコンピュータを使うことは少ない、と指摘した曾布川 (2012) は「ICTは従来行われてきた算数・数学教育に大きなメリットをもたらさないか、もしくは決定的に否定してしまう可能性がある。従って算数・数学科においてICTの導入に慎重または後向きな考えの教員が多くなるのは当然であると言えよう。もし「算数・数学教育にICTを導入する」ことが至上命題になるならば、算数・数学教育で扱う内容そのものを全面的に入れ替えなくてはならないことになる。」(曾布川, 2012, p. 24) と述べ、数学科教育におけるICT導入に反対の立場をとっている。

だが、筆者は現行の学習指導要領でも指導の仕方を工夫することで、メリットを得ることも可能と考える。中学1年生に対する「等式の性質」での指導にCAS機能を取り入れる指導でそれを検証したい。

#### 1.4 数学学習観・教育観からくる課題

清水(2002)は、日本において電卓の活用の推進が遅いのは「外在的要因すなわち教育制度一般等からもたらされるものと、内在的要因すなわち算数・数学教育内部からもたらされる要因」(清水, 2002, pp. 18-19)が影響していると指摘する。その内的要因である数学学習観について清水(2002)は「電卓にさせる計算は自分でできなければならないという考えがある。自分で実行できない計算や処理は、機械にさせていけないという考えである。」(清水, 2002, p. 19)とも指摘している。こうした学習観・教育観がもとになっているのか、しばしば「電卓を用いて計算させることは学力低下につながる。」といった根拠無き批判を受けることもある。だが、ICTで育むのは計算能力以上に、数学的に思考する態度ではないかと筆者は考える。清水(2002)も「生徒には数学的に考えることに焦点をあてさせたい」(清水, 2002, p. 19)と述べているように、数学を考察するための道具としてICTを利用することを数学科の教員は考えなくてはいけない。コロナ禍で一人1台のICT環境が整った今日だからこそ、ICTを数学の学習においても思考の道具として活用させる指導を工夫する好機である。

塚原ら(2020)は、ICTを利活用する数学指導に対して大学生のとらえ方の変容を研究している。その報告で学生たちから、ICTを取り入れることで「内容だけでなく、規則等を見だし、それについて探求できるといった【発見・探求】に関する内容」への気づきが見られた(塚原・松寄・上田, 2020, p. 197), としている。

本研究でも、CAS機能を利用した指導を受けた生徒たちが進んで他の方法や他の問題にもCAS機能を利用するように指導し、少しでも生徒の数学学習観に変化が見られれば良いと考えている。具体的には、2元連立1次方程式の加減法に関して、CAS機能による等式の性質を進んで利用して解法を探究してほしいと考えている。その検証については、提出されたGeoGebraファイル等から確認していく。

#### 1.5 ICT活用に向けた検討課題

後藤(2019)は、算数教育におけるパソコンやタブレットPCの活用成果等を検討し、6つの検討課題を挙げている。その内のひとつとして「数学概念の理解をどう伸ばすのか」について筆者は注目する。前述のように後藤(2019)は「PCを使えば効果があるのか、数学概念あるいは思考力・判断力に効果があるのかは明確ではない。PCの機能・特性とどの能力との関係を検証するのかをそれぞれ設定した上での検証が必要である。」(後藤, 2019, p. 53)と指摘する。

本研究では、中学1年生の方程式の単元において等式の性質の理解にICTのCAS機能利用学習が有効であると考えその検証を行う。

#### 1.6 デジタル教科書利用からの示唆

ファウラ(2015)は、韓国の算数においてデジタル教科書の利用状況を調査している。分析の結果「タブレットPCがない環境と比較してタブレットPCがある環境の方が、児童はより多くのデジタル教科書の機能を使っており、さらに、教師はデジタル教科書の機能の有用性を認識しながら教授活動を行っている傾向がある」(ファウラ, 2015, p. 14)と報告する。

本研究では、デジタル教科書の機能ではないが、CAS機能を利用することを前提にした指導を検討している。CAS機能を利用した学習では、

生徒はCAS機能をどの様に工夫して利用しているか観察することで検証する。また前述のようにファウラ（2015）は、学力面に対する効果があるかについて、実証していく必要性を指摘していた。本研究はデジタル教科書を利用するわけではないが、CAS機能の利用で学習者の理解と計算力の向上に効果があるかについて検証する事は意義があると筆者は考えた。

## 2. 研究方法

本研究は筆者の勤務校である中学1年生を対象に2022年5月下旬から6月にかけて実施したものである。

### 2.1 対象生徒

対象生徒は、都内私立女子中高一貫校の中学1年生である。CAS機能を利用する指導を受けるクラスA、及びCAS機能を利用する指導を受けないクラスB、それぞれ40名、合計80名の生徒を対象とした。どちらのクラスも入学時の試験結果をもとに学力に偏りが無いようにクラス編成されている。

対象生徒には、中学1年入学時に一人1台iPadを購入させている。2022年度入学生は、Apple社製iPadとして、第9世代Wi-FiモデルA2602を購入している。これを校内で利用しやすいように必要なアプリのインストールや設定を施してキッティングした物を持たせている。今回、CAS機能を利用させる対象生徒もこのiPadを一人1台所有している。そこに1.2節で紹介したフリーソフトGeoGebraを導入している。本実践では、このGeoGebraのCAS機能を利用していく。

### 2.2 授業の流れ

実践校では、検定外教科書である「体系数学1 代数編（数研出版）」（以下、「体系数学」）を主に

用いて指導している。正の数・負の数を学習した後、文字式の計算を扱った後、等式の性質などを学習してから「方程式」を指導した。第3章方程式では、1元1次方程式を指導した後、そのまま2元連立1次方程式の指導も行っている。本研究はこの教科書の第3章を指導した様子である。

授業を担当するのはクラスAが筆者、クラスBはこの学校の数学科主任教諭である。両クラスとも授業は、クラスBを担当する教諭が作成する「体系数学」第3章に即したプレゼンテーションをもとに教科書の内容を解説する形で、週あたり5時間の授業を行った。

授業内で利用する演習プリントなどは教員間で共有しながら利用していった。また、利用した教材プリント及びプレゼンテーションは、生徒にもTeamsから配信し、繰り返し見返せるように提供していった。

本研究におけるクラスAでの授業実践は、まず教科書の内容に沿って等式の性質を解説し、1元1次方程式の解法にその性質を利用する手法を指導した。その流れの中で「移項」の概念も解説した。教科書の練習問題で簡単な方程式を解く演習をした後、同じ問題をGeoGebraのCAS機能で解く方法も指導した。これにより、方程式の解法が等式の性質と密接に関わっていることを理解させることを狙った。授業実践時の生徒の観察については、提出されたGeoGebraファイルから学習成果の様子を筆者が測ることとする。なお、公庄（2006）は「基本的な筆算ができていないのにTechnologyに頼ることはいけない。」（公庄, 2006, p. 82）とし、solve機能の指導は避けている。本研究でもそれにならうこととした。

GeoGebraのCAS機能を利用する指導を取り入れることにより、等式の性質の理解がしっかり定着すると筆者は考える。その様子を提出させたGeoGebraファイルから観察する。それと共に、GeoGebraによるCAS機能での解法を指導しなか



ったクラスと定期試験の問題の一部を利用して成績を比較する。成績比較する問題は7月上旬に実施した期末試験の問題から等式の性質を利用した式変形の問題2題と、与えられた等式を指定された文字について解き直す問題2題の正答率を比較することで検証する。また、1元1次方程式を解く計算問題を9題、2元連立1次方程式を解く計算問題を6題出題し、それらの正答率も比較する。なお、比較対象の期末試験問題は附録1として巻末に掲載したので適宜参照願いたい。

なお、検証の結果CAS機能を利用した指導を受けたクラスAの方が計算能力等で有意な場合は、クラスBの生徒に対してもCAS機能を利用した指導を補習する予定であるため、倫理的には問題ないものとする。

### 3. 実践の様子とその結果

本実践は2022年5月下旬から6月にかけて実施した。前述の「体系数学」第3章の指導をもとに行なった。

#### 3.1 グラフ電卓からの示唆

梅野(2006)は、グラフ電卓のCAS機能を用いて数学の自由研究を考えさせる中から「大多数の学生が数学的な事柄について何らかの気づきを得ており、そのような気づきを得ることができたことへの喜びを語っている。その喜びは数学に関する一般的な規則性を発見できたことから来ていると思われるが、それを成績の上下によらず、成績が下位の学生でも感じることもできたことの意味には大きいものがあるだろう。」(梅野, 2006, p.140)と成績の優劣に限らず一般的な規則性を発見でき、喜びを感じていることの意味を強調している。しかし、中学生を対象としたCAS機能に関して同様の成果が得られるかは不明である。

公庄(2006)は、自身の実践からグラフ電卓に

よる1次方程式の解法を4通り試みている。その内の3つ目の解法は、等式の性質を利用して解かせるもので、筆算の解法をICTに行わせるものである。この方法ならGeoGebraを用いた指導が可能と筆者は判断し、本実践で取り入れることとした。

#### 3.2 CAS機能を利用した指導

クラスAにおけるCAS機能を利用した指導については、前述の通り1元1次方程式の解き方を学習した後に行なった。授業としては「GeoGebraで問題を解く日」として1時間(=50分授業)かけて授業を行なった。

最初に、前回までの方程式の解法を復習し、等式の性質も確認した。その後、GeoGebraを起動させ「数式処理(CAS)」を選ばせる。次に、問題の方程式を与えられた形のまま図1(体系数学p.72の例4より)の1行目の様に入力させる。1行目にそれが入ったら「\$1」で「1行目の式」を表現することを指導。その1行目の式から $3x$ を引くことを「\$1 - 3x」と表記すれば良いことを指導した。

1	$5x = 3x - 6$
	$\rightarrow 5x = 3x - 6$
2	$\$1 - 3x$
	$\rightarrow 2x = -6$
3	$\frac{\$2}{2}$
	$\rightarrow x = -3$

図1 CAS機能による解法

「\$1 - 3x」という表記は教科書だけで指導すると違和感を憶える教員もいるが、生徒には「CAS機能ではこの様な表記になる。」と伝え指導していった。最後に $x$ の係数で両辺を割ること

も「\$ 2 / 2」と入力すれば良いことを指導した。その後は前回CAS機能を用いずに解いた方程式の問題をCAS機能を利用して解かせていった。生徒は、はじめて使うCAS機能の操作に戸惑う様子もあったが「一人で考え込まないで近くの者と相談しながら、教え合いながらCAS機能を使う」様に指導した。

ICTの操作では考えても解決方法が見つかるものではない。他者と協調しながら、互いに教え合いながら解決方法を見いだすのが最も良い指導だと考える。教師が教え込んでも、そのときは解決するが、すぐに忘れてしまう。だが自分たちで解決方法を見つけると、見つけた解法が定着しやすいことを過去のグラフ電卓を用いた授業や教科情報での指導で筆者は経験していた。今回もコロナ禍での学習ではあったが、全員きちんとマスクもしていたので、生徒同士教え合いながらの学習を取り入れていった。

1元1次方程式をCAS機能で解く学習をした約1週間後の授業で「等式の変形」(数研出版, pp. 83-84) について学習後、再びCAS機能による指導を取り入れた。その後、2元連立1次方程式の学習では特別に時間を設けることなく、必要に応じてCAS機能を利用させる形で指導していった。

### 3.3 CAS機能による等式の変形

GeoGebraのCAS機能で計算させた様子を提出させたファイルがある。その中から主なものをいくつか紹介しながら生徒の理解の様子を考察する。

1元1次方程式をCAS機能で解く学習をした約1週間後「等式の変形」についても指導した。CAS機能を用いずに解く指導の後、1時間ほどかけてCAS機能による解法も指導した。CAS機能による1次方程式の解法を思い出させながら、等式の性質を利用して変形していく方法を指導し

た。その後、体系数学p.84の練習18(巻末の附録2参照)について前時に解いた問だが、CAS機能を用いて解かせている。

図2は、練習18(6)を生徒がGeoGebraのCAS機能で解いた様子である。与式を入力すると展開されるので、両辺を5倍してから $-4b$ を移項している。次に $5d$ を移項し、最後に両辺を4でわることで正解を求めている。他の生徒も移項の手順をひとつずつ行っている様子がみられた。そこで「いちどに2つの項を移項させても良い」とヒントを与えたが、ひとつずつ移項する方が理解しやすいのか、一度に複数の項を移項させる生徒は少なかった。

1	$d - \frac{2}{5}(a - 2b) + c$
	$\rightarrow d = \frac{2}{5}a - \frac{4}{5}b + c$
2	$\$1 \cdot 5$
	$\rightarrow 5d = 2a - 4b + 5c$
3	$\$2 + 4b$
	$\rightarrow 4b + 5d = 2a + 5c$
4	$\$3 - 5d$
	$\rightarrow 4b = 2a + 5c - 5d$
5	$\frac{\$4}{4}$
	$\rightarrow b = \frac{1}{2}a + \frac{5}{4}c - \frac{5}{4}d$

図2 練習18(6)

しかし、図3の様に複数項の移項を試みる生徒もいた。 $4(x+y)$ と $z$ を一度に移項したため、 $-4y$ まで左辺に来てしまっている。そこで $-4y$ を再び移項させて両辺を $-4$ でわることで正解を得ている。この様に試行錯誤している様子が他の生徒でも複数見られた。図3の生徒の画面をAppleTVで表示してもらいながら「解法がひとつとは限らない」ことも理解できるように指導し

7	$z = 4(x+y) - 3$
○	$\rightarrow z = 4x + 4y - 3$
8	$57 - 4(x+y) - z$
○	$\rightarrow -4x - 4y = -z - 3$
9	$58 + 4y$
○	$\rightarrow -4x = 4y - z - 3$
10	$\frac{59}{-4}$
○	$\rightarrow x = -y + \frac{1}{4}z + \frac{3}{4}$

図3 練習18 (5)

た。

### 3.4 CAS機能による連立方程式の解法

連立方程式の指導については、CAS機能を利用しない解法を説明してから「では、CAS機能を利用して解いてみましょう。」といった形で指導した。つまり、CAS機能の使い方は分かっているはずなので、各自、使い方を工夫して利用するように指導した。体系数学p.91では分数係数の連立方程式も扱っている。例題11（附録2参照）を分母をはらう形で解説した後、CAS機能で解くことを促した。その際も、分母をはらう方法でCAS機能を利用している者が多かったが、図4の様に $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ の両辺を8倍してからyの係数がそろったところで2式を引き算してyを消去している生徒がいた。xの係数は整数にしていなかったので、筆算ではあまり用いない解法かも知れないが、正しい解法である。

これと同じような発想で別の生徒は、練習25（附録2参照）の2つ目の問いを図5の様に解いていた。これもyの係数をそろえ、xの係数は整数ではなくても加減法を適用している。CAS機能の場合は文字が消去できれば残った文字の係数は

整数にしていなくても計算の煩わしさが無いので考えやすいようだ。

一方、練習25（附録2参照）の1つ目の問いでは図6の様に代入法を用いて解く生徒もいた。筆算では代入法の指導を行っているが、CAS機能を用いた代入法は特に説明していない。数値の代入は以前に説明してあったので、それをもとに工夫した様子が見られた。

1	$\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$	5	$\frac{54}{\frac{3}{3}}$
○	$\rightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1$	○	$\rightarrow x = 6$
2	$51 \cdot 8$	6	$6 - 2y = -2$
○	$\rightarrow \frac{8}{3}x - 2y = 8$	○	$\rightarrow -2y + 6 = -2$
3	$x - 2y = -2$	7	$56 - 6$
○	$\rightarrow x - 2y = -2$	○	$\rightarrow -2y = -8$
4	$52 - 53$	8	$\frac{57}{-2}$
○	$\rightarrow \frac{5}{3}x = 10$	○	$\rightarrow y = 4$

図4 例題11

19	$\frac{1}{6}x + \frac{3}{4}y = -1$	23	$\frac{522}{-\frac{13}{3}}$
○	$\rightarrow \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}y = -1$	○	$\rightarrow x = 3$
20	$7x + 3y = 2x + 9$	24	$5 \cdot 3 - 3y = 9$
○	$\rightarrow 7x + 3y = 2x + 9$	○	$\rightarrow 3y + 15 = 9$
21	$520 - 2x$	25	$524 - 15$
○	$\rightarrow 5x + 3y = 9$	○	$\rightarrow 3y = -6$
22	$519 \cdot 4 - 521$	26	$\frac{525}{3}$
○	$\rightarrow \frac{-13}{3}x = -13$	○	$\rightarrow y = -2$

図5 練習25 (2)

9	$y = 2x + 3$	12	$511 \cdot \frac{1}{3}$
○	$\rightarrow y = 2x + 3$	○	$\rightarrow \frac{5}{9}x = \frac{5}{3}$
10	$\frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 2$	13	$512 \cdot \frac{9}{5}$
○	$\rightarrow \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}y = 2$	○	$\rightarrow x = 3$
11	$\frac{x}{3} + \frac{2x+3}{9} = 2$	14	$y = 2 \cdot 3 + 3$
○	$\rightarrow \frac{5}{9}x + \frac{1}{3} = 2$	○	$\rightarrow y = 9$

図6 練習25 (1)

## 4. 考察

提出させたGeoGebraファイルの観察からは生徒たちの試行錯誤による解法の探究の様子が確認できた。

一方、CAS機能を利用した指導を受けた群と受けていない群では、等式の性質に関する理解と計算能力の向上に違いがあるかについては、検証の結果、両者に有意差はみられなかった。

### 4.1 観察からの考察

CAS機能を利用した解法は、生徒によって解き方が様々である。上手く解けなくても試行錯誤しながら正解を導こうとしている生徒も多かった。3.3節で確認したように、複数の項を一度に移項する生徒が複数いた。3.4節では連立方程式の加減法について工夫していた生徒の様子も確認できた。教科書にある解法ではなく整数係数ではない形でも加減法が可能なことを見いだしていた。また、CAS機能を用いた代入法による連立方程式の解法は指導していないが、生徒自ら代入法を試して解いている様子も確認できた。実際の授業では、一人で考えるだけでなくまわりの生徒と相談しながら解き、教え合いながら活動していた。

CAS機能を利用して解くことで試行錯誤による解法を工夫する中から生徒たちは「移項」と「両辺を同じ数でわる（あるいは、同じ数をかける）」ということが、等式の性質の中で、違うものであることをしっかりと認識していた様子が分かる。それを裏付けるのが、期末試験での1-(1)の有意差である。

### 4.2 正答率の比較から

期末試験の中から「等式の性質」に関する理解を問う問題と方程式を解く単なる計算問題で、仮説の検証のために採点した結果を比較する。

附録1に掲載した期末試験問題の内、大問1の等式の性質を利用した式変形の間では、 $2x+7=3$ を解く際の式変形プロセスを示した。最初に移項をし、その後 $x$ の係数で両辺を割るのだが、その2つが等式の性質のどれを用いているのか聞いた。大問2では、与えられた等式を指定した文字について解き直す問題を2題出題している。これらの問いの採点は、正解か不正解かをみただけで行っている。大問3の1元1次方程式および大問4の2元連立1次方程式は、与えられた方程式を解く単純な計算問題である。これらの採点も、正解か不正解かだけで行っている。

採点の結果、正答率を問題ごとにクラスA・Bで比較したグラフが図7である。クラスAとクラスBで正答率の差が大きい問題は、大問1(1)、大問2(1)である。方程式を解く計算問題でも大問3(7)(9)、大問4(3)(4)で差が大きい。また、クラスAの方が正答率が高い問題が多いが、大問3(4)、大問4(2)はクラスBの正答率が高くなっている。しかし、両クラスとも同じような正答率である。

### 4.3 正答率の平均を用いた検証

4.2節の正答率をさらに詳しく調べていく。

大問1・2の採点結果から、CAS機能を利用する指導を受けた生徒群の方が、CAS機能を利用する指導を受けなかった生徒群に比べて有意な差がある( $p<.05$ )か否かを1問ずつクラスごとの正答率で比較・検証する。

大問3・4の検証方法は、単純な計算問題であるため、大問ごとに生徒一人一人の正答率を100%換算した得点を算出した。その上でCAS機能を利用する指導を受けた生徒の方が、CAS機能を利用する指導を受けなかった生徒に比べて有意な差がある( $p<.05$ )か否かを算出した得点のクラスごとの平均を比較することで検証する。

正答率および換算得点の平均の統計的な有意差



を検証する際、2つのクラスの分散が等分散か否かをF検定を用いて判断した。その結果、どれも等分散であると仮定できたためt検定により検定を行った。検定は「CAS機能を利用する指導を受けた生徒群と、CAS機能を利用する指導を受けなかった生徒群、等式の性質に関する理解と方

程式を解く計算能力が向上する。」との仮定の下、有意水準5%で片側検定を行ったものが表1である。表1の $m_A$ 及び $m_B$ はそれぞれクラスA・クラスBの平均である。また、サンプル数は両クラスともすべて40である。

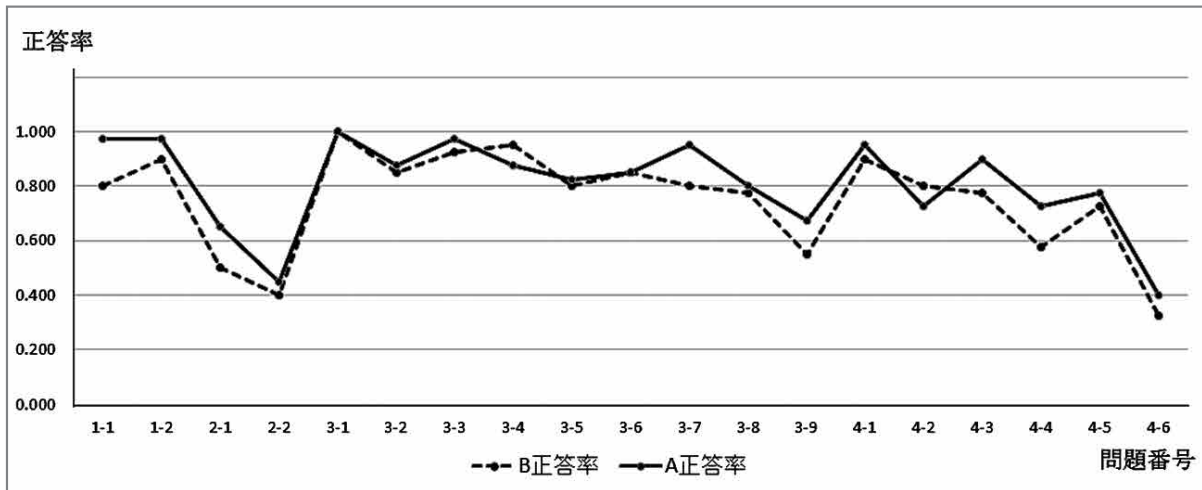


図7 正答率比較

表1 正答率のt検定

問	$m_A$	$m_B$	t-値	p-値	95%信頼区間
1-(1)	.98	.80	$t(50.6) = 2.55$	.007*	$ [.060, \infty)$
1-(2)	.98	.90	$t(58.7) = 1.38$	.086	$ [-.016, \infty)$
2-(1)	.65	.50	$t(78.0) = 1.36$	.090	$ [-.034, \infty)$
2-(2)	.45	.40	$t(78.0) = .45$	.329	$ [-.136, \infty)$
3	.87	.83	$t(78.0) = .95$	.173	$ [-.027, \infty)$
4	.75	.68	$t(78.0) = 1.04$	.151	$ [-.038, \infty)$

検定の結果からは「CAS機能を利用する指導を受けた生徒群は、CAS機能を利用する指導を受けなかった生徒群より、等式の性質に関する理解と方程式を解く計算能力が向上する。」とはいえないことが分かった。

だが、大問1(1)の $A=B$ ならば $A-C=B-C$ を指摘する問いに関してはCAS機能を利用した指導を受けた群に有意差 ( $p < .05$ ) があるこ

とが表1から分かる。この問いは「移項」という考え方が「等式の性質」から導き出されていることをきちんと理解しているか確認している問いである。クラスAの生徒たちは「移項とは、等号の反対側に項を持っていき、符号をかえること」と暗記してしまっているのではなく、等式の性質が関わっているということ、きちんと理解できていたのだと考えられる。

一方、他の問いに関して有意差 ( $p < .05$ ) は見られなかった。CAS機能を利用した指導を受けなくても方程式の学習に大きな影響はないのだと考えられる。定期試験ではICTの利用を認めていない。筆算による練習が必要となる。それ故、定期試験の結果で比較するのは無理があったのかもしれない。だが、差があるとはいえないのだから1.3節や1.4節で検討した先行研究が指摘する学習観「自分で実行できない計算や処理は、機械にさせていけない」等が正しいということにはならない。大切なのは、ICTを用いない計算スキルとICTを利用した数学学習における試行錯誤や考察、この両方をバランスをとりながら指導することが大切ではないかと筆者は考える。ICT機器が生徒一人1台の体制で整備された今日、数学教育においても概念理解など数学的に考察させるための道具としてICTを積極的に利用していくべきである。

## 5. まとめと今後の課題

CAS機能を用いた等式の変形や連立方程式の学習の際に生徒たちは、解法が一通りではなく様々な解き方がある事を実感していた様子が見られた。CAS機能を利用して問題を解く際も、試行錯誤しながら解法を探ったり、生徒同士で相談したりしながら学習活動に取り組む様子も見られた。期末試験からの検証では、「移項」について単純に「等号の反対側に項を持っていき、符号をかえること」と暗記してしまっているのではなく、等式の性質が関わっているということを、CAS機能を利用した指導を受けた群の生徒たちはきちんと理解できていた。これにより「移項」と「両辺を同じ数でわる（あるいは、同じ数をかける）」ということをきちんと区別して理解していたと考える。CAS機能による連立方程式の指導をしていた際に感じられたことが定量的に確認

できたことは今回の実践研究の成果のひとつである。

一方、他の問いに関して差が見られなかったということは、CAS機能を利用した指導を受けなくても方程式の学習に関して学力差は見られなかった。つまり1.3節や1.4節で検討した先行研究が指摘する学習観「自分で実行できない計算や処理は、機械にさせていけない」等が正しいとはいえない。一人1台環境の整った今日の数学教育では、教師も生徒も概念理解など数学的に考察させるための道具としてICTを積極的に利用していくと共にICTを用いない計算スキルも習得できるようなバランスの取れた指導や学習が今は必要ではないかと筆者は考える。

今回は、中学1年生の方程式の学習でCAS機能を利用した指導を行うことで実践を試みた。今後は、他の単元でもICTを用いた数学教育を行い、ICTを利用した方が学習効果が上がる指導はあるのか、実践を通じて検証していきたい。特に、関数に関する指導や幾何図形に関する指導は是非とも機会を見て実践していきたい。中学1年生の空間図形などについて今後検討を重ねていきたい。

## 引用・参考文献

- 江口悦弘 (2022) 「公立学校情報化ランキング」『日経パソコン教育とICT』第19号, 12-23
- ファウラみどり (2015) 「韓国の算数におけるデジタル教科書の活用と有用性に関する研究」『デジタル教科書研究』Vol.2 July2015, 2-18
- 後藤学 (2019) 「算数教育とテクノロジーに関する研究動向—コンピュータは算数教育に貢献したか—」『数学教育学会誌』2019/Vol.60/No.3・4, 49-59
- 柏木崇 (2022) 「「1人1台端末」最前線」『Benesse VIEW next』2022 February, 3-18
- 公庄庸三 (2006) 「The Bible New Math Symphony with Technologyその使い方とActivityのねらいおよび生徒の活動」自費出版, 82-86
- 文部科学省 (2021) 『令和2年度学校における教育の情報化の実態等に関する調査結果』 ([https://www.mext.go.jp/content/20211122-mxt\\_shuukyuo01-000017176\\_1](https://www.mext.go.jp/content/20211122-mxt_shuukyuo01-000017176_1)).

pdf) (2022年6月21日)

清水克彦 (2002) 「初等中等段階の算数・数学教育における電卓の活用の現状と課題」『コンピュータ&エデュケーション』 Vol. 13, 13-20

曾布川拓也 (2012) 「算数・数学教育とICTの不適合性－異端者の考え－」『コンピュータ&エデュケーション』 Vol. 33, 22-27

数研出版 (2022) 『体系数学1 代数編』 数研出版, 66-105

塚原康介・松壽昭雄・上田凜太郎 (2020) 「ICTを利活用する数学指導に対する大学生の捉えの変容－都内私立女子大学理数系学科の教職課程科目における模擬数学授業研究を通して－」『2020年度数学教育学春季年会予稿集』, 195-197

梅野善雄 (2006) 「数学教育における創造力を育む試み」『高専教育』 第29号, 135-140

## **Research on the Effectiveness of Using CAS to Teach Equations to Middle School Students**

Makoto Handa

### **Abstract**

Due to the influence of the Covid-19, today's school has an environment of one ICT device per student. However, the use of ICT in mathematics education is still low. This study introduces the teaching of linear equations using ICT to first-year junior high school students. For this study, I hypothesized that this kind of teaching would improve students' understanding of the nature of equations and their ability to solve equations. As a result, the students were able to understand the concept of "transposition" well. The students understood well that they were solving linear equations using the properties of equalities. On the other hand, there was no difference in the comprehension of computational problems of solving equations.

**Key words:** Covid-19, one-person-one-device environment, CAS, transposition,  
properties of equations



## 附録 1

1 次の方程式を解くとき、下の《等式の性質》[1] ~ [4]のどれを用いているのか答えなさい。

《等式の性質》

[1]  $A = B$  ならば  $A + C = B + C$

[2]  $A = B$  ならば  $A - C = B - C$

[3]  $A = B$  ならば  $AC = BC$

[4]  $A = B$  ならば  $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$   $C \neq 0$

なお,[1], [2]において  $C$  にあたる数は正の数で考えるものとします。

$2x + 7 = 3$  (1) (1)→(2) は \_\_\_\_\_

$2x = -4$  (2)

$x = -2$  (3) (2)→(3) は \_\_\_\_\_

2 次の等式を [ ] の中の文字について解きなさい。

(1)  $m = \frac{a+b+c}{2}$  [b] (2)  $a = 8(b+2c) - 32$  [c]

3 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x - 8 = 5$  (2)  $\frac{x}{9} = -3$  (3)  $6x + 9 = 8x - 5$

(4)  $3(x - 5) = 1 - x$  (5)  $\frac{3}{10}x - \frac{3}{2} = \frac{4}{5}x + 1$  (6)  $0.9x + 2.4 = 1.7x$

(7)  $0.2x + 1 = -x - 1.4$  (8)  $0.8(x + 3) - x = 0.4x$  (9)  $x - \frac{5x - 1}{3} = \frac{x + 2}{6}$

4 次の連立方程式を解きなさい。

(1)  $\begin{cases} y = 5x - 6 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 2x + 7y = 64 \\ -2x + 5y = 56 \end{cases}$  (3)  $\begin{cases} 2x + y = 16 \\ 5x - 3y = 29 \end{cases}$

(4)  $\begin{cases} 4(x - y) + 3y = 10 \\ 7x - 5(2x - y) = 1 \end{cases}$  (5)  $\begin{cases} x + \frac{5}{2}y = 2 \\ 0.3x + 0.4y = -0.1 \end{cases}$  (6)  $\begin{cases} \frac{4x + 2}{5} - \frac{y - 1}{10} = x - 2 \\ 2x - 3y = -19 \end{cases}$

## 附録 2

p.84 の練習 18 次の等式を [ ] の中の文字について解きなさい.

$$(1) 2x + y = 5 \quad [x] \qquad (2) 3x - 4y = 12 \quad [y]$$

$$(3) c = \frac{2a - b}{7} \quad [a] \qquad (4) a = \frac{1}{3}b - 2c \quad [b]$$

$$(5) z = 4(x + y) - 3 \quad [x] \qquad (6) d = \frac{2}{5}(a - 2b) + c \quad [b]$$

p.91 の例題 11 次の連立方程式を解きなさい.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$$

p.91 の練習 25 次の連立方程式を解きなさい.

$$(1) \begin{cases} y = 2x + 3 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 2 \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}y = -1 \\ 7x + 3y = 2x + 9 \end{cases}$$

(3) 以降は省略.