

ゲーム理論と 感染症流行伝播シミュレーション

城西大学理学部数学科
安田英典

本日の予定

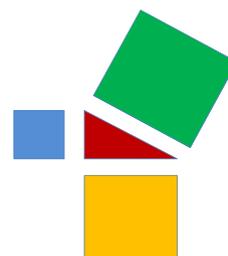
1. はじめに、数学とコンピュータ科学
2. ゲーム理論
3. 感染症流行伝播シミュレーション
4. ワクチン接種ゲーム

古代ギリシャ; 静的で具象的な幾何学

• 幾何学

• ピタゴラスの定理

紀元前6世紀



アラビア; 抽象的な代数学

• 代数学 (Algebra)

• アラビア数字

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

...

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X

壱, 弐, 参, 四, 五, 六, 七, 八, 九, 壺拾

アル=フワーズミー
9世紀

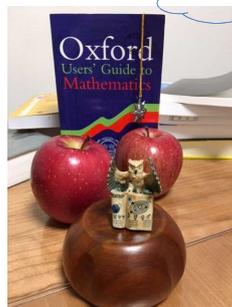
アルゴリズム

ヨーロッパ; 動的な解析学

• 微分と積分

ニュートン 17世紀

• 惑星の運動



微分方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f$$

アイザック ニュートン
1643/1/4-1727/3/31

人類の計算力の驚異的な進歩

- 60進数
- 12進数
- 10進数
- 2進数

バビロニアの粘土板 (平方根の計算法)
紀元前1800-1600年頃
[2の平方根](#)の近似値は60進法で4桁、10進法では約6桁に相当する。 $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1.41421296...$



10010001111000

機械で計算する

- アバカス(そろばん)
 - 古代エジプト
- 機械式計算機(歯車の塊)
 - 中世ヨーロッパ
- 階差機関
(蒸気機関の計画)
産業革命のイギリス
チャールズ バベッジ
1791/12/26-1871/10/18

- 時代のマシーン
- 歯車、てこ、滑車
- 蒸気機関
- ガソリンエンジン
- 原子力



デジタルの世界へ

現代

クロード シヤノン 1916/4/3-2001/2/24
チェスプログラム

- BIT 0と1 の発明者 情報科学の始まり
- 電気回路が計算する

機械的な計算機からスイッチの開閉のデジタル計算機へ



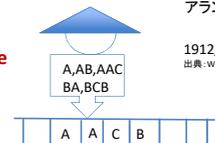
情報、符号化、通信、データ圧縮

ちくま学芸文庫

“通信の数学的理論”1949

AIの誕生

チューリングマシン
Artificial Intelligence



アラン チューリング

1912/6/23-1954/6/7
出典: WIKIPEDIA

チューリングテスト

電話の相手は人なのか機械知性なのか

計算可能性 (computable number)

有限の存在が無限を理解できるか

個人の合理的判断を追求する

ゲーム理論

2つの文化と数学

自然・宇宙の“真理”

■ There are more things
in heaven and earth, Horatio,
Than are dreamt of in your
philosophy.

(ハムレット シェークスピア)

天と地には、君の考えの及ばぬものがあふれているのだ。

■ 宇宙の根本原理の追求 ■ 人の世の合理的な判断

■ 普遍的な真理

人の世の“道理”

■ いづれの御時にか女御、更衣あま
た候ひ給ひける中に、...

(源氏物語 紫式部)

■ 今、この場での道理

人の世の道理 エスカレーターは右側、左側？

みんな

		右	左
自分	右	1, 1	-1, -1
	左	-1, -1	1, 1

東京は左、大阪は右(パリも右)

人間の姿をした悪魔の登場

フォン ノイマン

1903/12/28-1957/2/8

- 量子力学の数学的構造
- 核兵器の開発
- フォンノイマン型計算機
- ゲーム理論

相手があるときの個人の合理的な判断とは何か

ちくま芸文庫

ゲームの理論と経済行動(1953) ノイマン, モルゲンシュタイン

ゲーム理論の開花:ノイマンからナッシュへ

ジョン ナッシュ
1923/6/13-2015/5/23

He is a mathematical genius.

幾何学者
若き日の一時期～ゲーム理論(ナッシュ均衡)
ノーベル経済学賞

ナッシュ均衡点:2人のプレーヤがある戦略の組で対戦しているとき、
どんな他の戦略を用いても今より自分の利益を高くできないとき、
二人の取っている戦略の組をナッシュ均衡とよぶ。(動いたら負け)

囚人のジレンマ

		相棒	
		黙秘	自白
自分	黙秘	1年, 1年	5年, 釈放
	自白	釈放, 5年	3年, 3年

自白していれば、相棒が黙秘しようと自白しようと悪くなることはない。だが、しかし・・・

ナッシュ
均衡点

ジャン＝ジャック・ルソーの鹿狩りゲーム

1712/6/28-1778/7/2

- 鹿を捕らえようとする場合、各人はその持ち場を守らなければならない。
- 一匹の兎が通りすぎるようなことでもあれば、自分の仲間が獲物を取り逃がすことになるうとも、いささかも気にはかけなかった。

『人間不平等起源論』(岩波文庫 昭和8年)

鹿狩りゲームの利得表

		相棒	
		鹿	ウサギ
自分	鹿	10, 10	0, 3
	ウサギ	3, 0	3, 3

猟師が居酒屋で酔自慢をするのは合理的である。

相棒がウサギを追いかけたら、...

戦略を混ぜる(混合戦略)

- 混合戦略: 一定の確率で選択する
キーパーとキッカーのゲーム

		右	左
キーパー	右	1,-1	-1,1
	左	-1,1	1,-1

- 純粋戦略のナッシュ均衡点はない!
- 混合戦略のナッシュ均衡点(0.5,0.5),(0.5,0.5)

生活の役に立つゲーム理論

閑話休題 交渉ゲーム

本当に割り勘でよいのか

- A君とB君がタクシーで自宅まで帰ることにした。
- 二人別々にタクシーに乗ると、A君は4000円、B君は5000円かかる。
- もし相乗りすると、タクシー代は7000円ですむ。
- 割り勘だと3500円
- しかし、一体、いくらずつ支払うのが合理的なのだろうか。

交渉ゲーム

- A君とB君が一緒に乗ると7000円ですむ

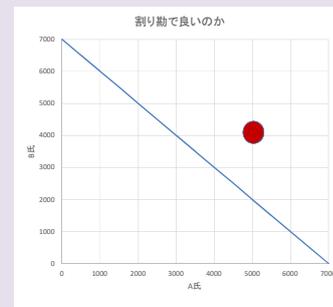
$$u_A + u_B = 7000, \quad u_A > 0, u_B > 0$$

- A君ひとり5000円、B君ひとり4000円
Status quo: (5000, 4000)

ナッシュ交渉解

- ナッシュは次の関数を最大にする利得ベクトルの組みを交渉ゲームの解、ナッシュ交渉解とした。
- 交渉ゲームのナッシュ交渉解を求めよ。
 制約条件 $u_A + u_B = 7000, u_A \geq 0, u_B \geq 0,$
 最大化 $(5000 - u_A) \times (4000 - u_B)$

解法 u_B を消去すると u_A の2次関数の最大値問題。
 (高校の数学で解けます。)



適者生存

ダーウィンの進化論

ダーウィンの進化論

1809/2/12-1882/4/19

環境に適応できない行動様式、形態は自然淘汰される



城西大学紀尾井町キャンパス博物館



熱帯雨林の樹は高い

進化論の難問

□ヘラジカの集団などでは、攻撃的な行動と穏健な行動が混在することが観察されている

□“混在”は自然淘汰では説明できない



□遺伝子(行動様式を決める)

□ゲーム理論



(注)進化論は個人の合理的判断は関係ない

進化ゲーム

メイナード スミス
1920/1/6-2004/4/19
Narrow roads of gene land

“数学は生物学において、この上なく役に立ちます。なぜなら数学は私たちに、あくまで正確さを求めるからです”
生物学(ちくま学芸文庫)

集団にあらたなタイプ(突然変異, ミュータント)が侵入したとき、...

進化論の難問を数理的モデルを用いて解明

進化ゲーム

自然選択(適者生存の法則)

あるタイプの増加率=あるタイプの適応度-平均適応度

	ハト派	タカ派
ハト派	2, 2	1, 3
タカ派	3, 1	0, 0

- タカの利得=3(1-x)+0x
- 集団の適応度の平均値=2(1-x)²+x(1-x)+3x(1-x)+0x²
- タカであれば、平均よりもタカ-平均だけ得をする

ヘラジカの集団のシミュレーション

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)(1-2x)$$

微分方程式

時間発展

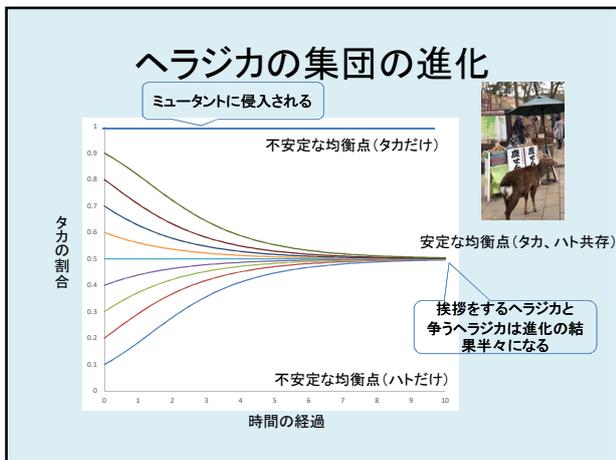
適者生存の法則

$$\frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} = x^n(1-x^n)(1-2x^n)$$

レオンハルト オイラー
1707/4/15-1783/9/18

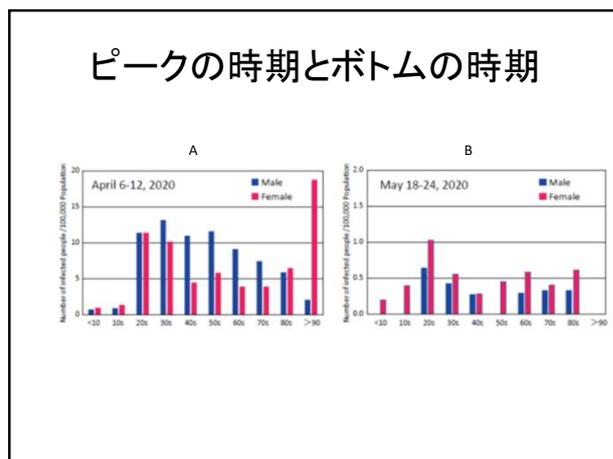
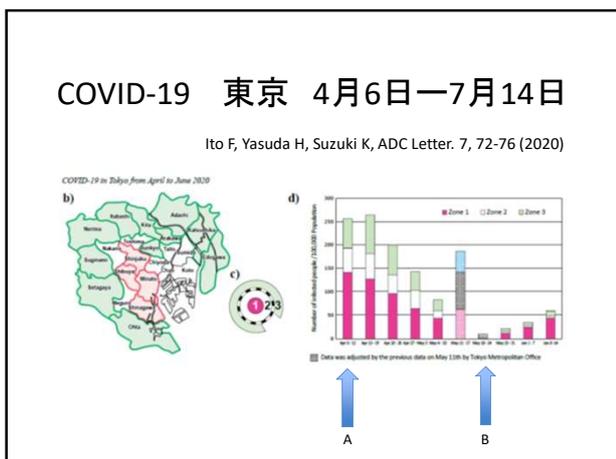
計算は離散的
コンピュータは01の世界

オイラー法



モデリングとシミュレーション

感染症流行伝播の数理モデル



流行伝播の数理モデル

- 地域社会での感染症流行をモデル化する
- SIR model と Agent model
 - 基本再生産数: 1人の感染者が(平均して)感染させる人数
- SIR model
 - ケルマックとマッケンドリックの局地的な流行モデル(1927)
 - 微分方程式(地域社会は一様)

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma}$$



エージェントモデル インフルエンザH1N1pdm流行 仮想中央線モデル

Yasuda H, Suzuki K(2009), Measures against transmission of pandemic H1N1 influenza in Japan in 2009: Simulation model, Eurosurveillance, vol14(issue44),12-18:



34

Railway: Chuo-Line

インフルエンザ 2009A/H1N1pdm

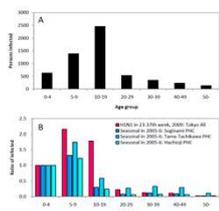
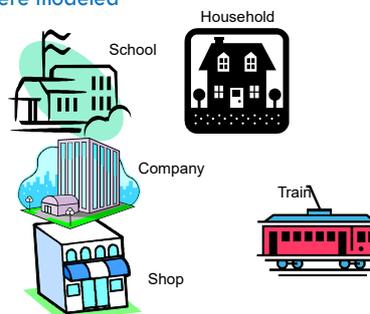


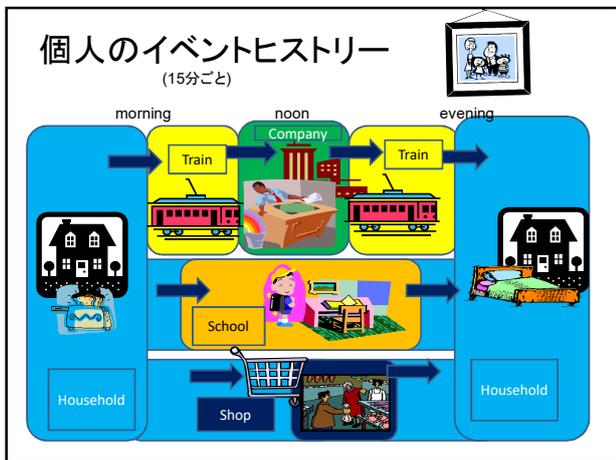
Fig.1 新型インフルエンザの実データ
A: 東京都の年齢群データ, B: 中央線沿線保健所(経堂, 多摩立川, 八王子)の正規化した年齢群データ

地域社会 (学校、会社、家庭、...)

- 8,800 persons were modeled
- 5 compartments

Contacts in Compartment





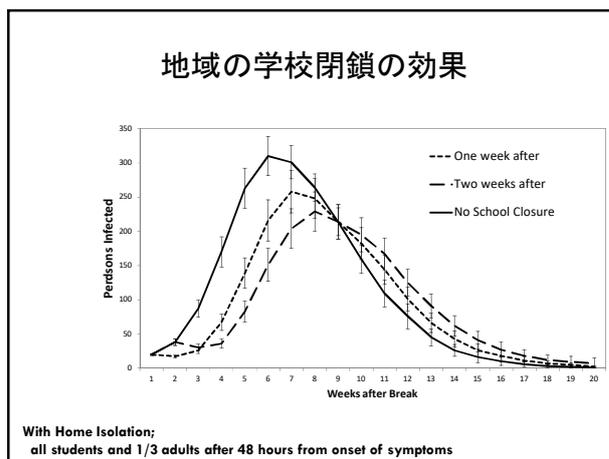
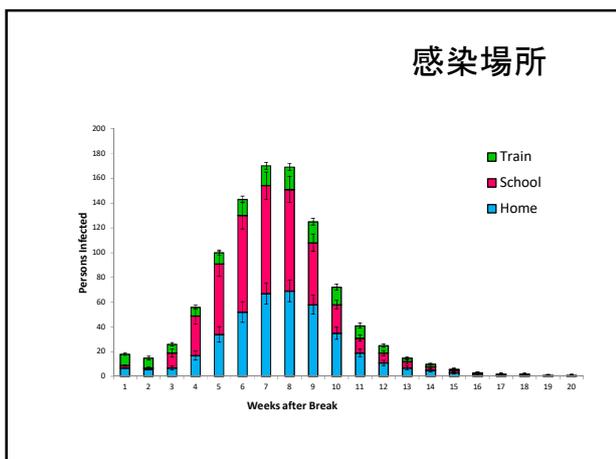
モデル構築

統計データ

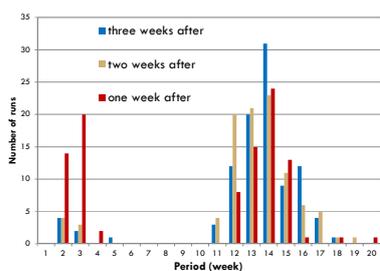
- 日本人の生活時間調査(NHK):
 - 30000人、15分ごと
- パーソナルトリップサーベイ:
 - 国土交通省等
- 国勢調査
- 自治体のデータ

感染シナリオ

- Latency : 2 days
- Infection : 5 days



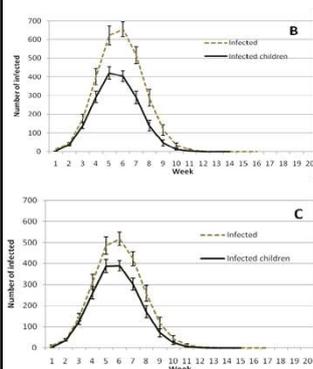
学校閉鎖と流行終息



現実との違い

- モデルのパラメータ
 - 学校
 - 孤立した集団のデータの値をSIRモデルで同定
 - その他
 - 季節性FLUのパラメータ
- 成人/学童の割合
 - シミュレーション
 - 0.61
- 現実
 - 0.26 2009A/H1N1pdm
 - 0.52 季節性FLU

ポストアナリシス



米国の疫学調査, 家庭内で学童は成人の2倍感染する
Cauchemez, S. et al. NEJM. 361.2619-27,2010



成人/学童比は0.34に低下

流行伝播モデル検証の重要性

- どのようなモデルも現実を単純化している。
- 単純なモデルでも現実に忠実でなければならぬ**忠実に**という意味はモデルに**他の現実的な要件を加えても結果に影響のないことをいう。**

J. Koopmanミシガン大教授

ゲーム理論,シミュレーションと感染症流行伝播

ワクチン接種ゲーム

個人の利益と社会の利益

Vaccination Game: ワクチン接種ゲーム

- あなたが孤島に相棒と二人でいるとき、世界中に重篤な感染症が流行したとします。
- ワクチンはあるが効かないかもしれないし副作用も恐ろしい。
- あなたはワクチンを打ちますか。相棒が打てば良いのでありませんか。
- 相棒はどう考えていると思いますか。
(極端に単純化したワクチン接種ゲーム)

ワクチン接種ゲーム

Bauch and Earn, PNAS 2004

- ワクチン接種率 P の集団から接種率 P^* の集団への“移行”
– Convergently stable Nash equilibrium
- ワクチン接種ゲームのペイオフ
– 感染率(P) \times 感染リスク – ワクチンリスク
– 感染率とワクチンリスク/感染リスクの比が重要
– ワクチンリスク: Vaccine scareの問題
- 流行伝播シミュレーション
– 感染率は流行伝播モデル(SIRモデル)で計算
– 感染率はワクチン接種率 P の関数

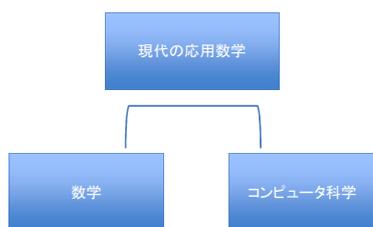
模倣ゲーム-中国武漢2019-2020

Zhao et. al. Ann Trans Med 2020

- サーベイランスデータ
– 武漢12/1/2019 – 1/8/2020
- 模倣ゲーム(進化ゲームの一種)
– 積極的にマスク、手洗い、外出を控える集団とそうでない集団
– 感染率(P) \times 感染リスク – 防御リスク(コスト)
– 2つの集団のペイオフの差 \times 模倣率
- 流行伝播シミュレーション
– SEIRモデル
– 戦略のコントロール(パラメーターラン)

”人々の幸福に密接に関わるような事柄について少しばかりの解析や計算が提供できる知識をすべて使うことなく意思決定を行うべきでないと切に願います”。

ダニエル・ベルヌーイ（18世紀の数学者）



Fin