様　式　C－19、F－19－1、Z－19　(共通)

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 30 年　 4 月 14 日現在

機関番号：32403
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2015～2017
課題番号：15K04852

研究課題名（和文）局所等質多様体上の非ケーラー幾何構造とリー変換群作用

研究課題名（英文）Locally homogeneous non-Kaehler manifolds and Transformation groups

研究代表者
神島　芳宣（Kamishima, Yoshinobu）

城西大学・理学部・客員教授

研究者番号：10125304

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,400,000円

研究成果の概要（和文）：複素多様体M上の局所共形ケーラー多様体とは基本2次形式Hに対し,dHがhとHの外積となるような閉1次形式hが存在すことである.Lieベクトル場Aが正則Killing場のときMはVaisman多様体と呼ばれる.連結リー群GがMに正則等長変換として推移的に作用しているとき,M=G/Hは等質LcK空間である.当該期間において等質Vaisman多様体を決定しさらに単連結Vaisman Lie群を分類した.

研究成果の概要（英文）：A locally conformal Kaehler structure (lcK structure) on a Hermitian manifold (M,g,J) is the fundamental 2-form Ωsatisfying dΩ =ΩΛθ for some closed 1-form θ. The Lee field A is determined by the formula g(X) = g(A,X). If A is holomorphic Killing, then M is said to be a Vaisman manifold. If a Lie group G admits a left invariant lcK structure, G is said to be an lcK group. We have determined homogeneous Vaisman manifolds. Moreover, we classied unimodular Vaisman lcK groups.

研究分野：Geometry and Topology

キーワード：LcK structure　Vaisman structure　Kaehler structure　Homogeneous space　Sasaki homogeneous space　Seifert fibering　Unimodular Lie group　Holomorphic Isometry

１．研究の背景

複素多様体に関する幾何学は伝統的にケーラー幾何学を主流に研究されてきたが, 70 年代後半から非ケーラー幾何学にも幾何構造, リー変換群論の立場から研究が取り組まれることにより, 以前の散発的な結果が統一的に解釈されるようになってきた. その流れに沿って対称性の大きい非ケーラー局所等質 lcK(局所共形ケーラー) 多様体のトポロジーを調べていくことは非ケーラー幾何のさらなる発展という観点において十分興味ある数学的問題である.

(I) 複素多様体上のエルミート等質幾何学は古典的にガウス, リーマンにより複素 1 次元エルミート幾何は複素平面, 双曲面あるいは球面のいずれかの幾何学に共形同値となることから始まる. この美しい古典的結果は当然複素 2 次元においても期待されるが, 2 次元エルミート等質幾何には 14 個の群構造同型類が存在し, そのうち 9 個がケーラー幾何そして残り 5 個には局所共形ケーラー幾何 (略して lcK 幾何) が入ることが幾何構造の立場から 1980 年代に示されている ([3]). しかし複素 3 次元以上のエルミート等質幾何は非ケーラー幾何の立場からはまだ何も分類は決まっておらず, 我々の等長リー変換群論によるトポロジー的手法は高次元のエルミート幾何の存在・分類に対して**モデル lcK 等質幾何の存在と一意化**を提供し, 新たな視点に一石を投じるものである. 同時に単連結 lcK 多様体はトポロジーにおける (非コンパクト) シンプレクティック多様体また単連結非完備ケーラー多様体の例を与えるものであり, 非常に興味のある幾何学的対象と思われる.

(II) すでに知られている顕著な対称性 (連続変換群) の結果をみるとき, ケーラー多様体のコンパクト リー群作用はシンプレクティック幾何の観点からその様相が長年にわたり, かなりわかっている. 一般的に非ケーラーエルミート多様体上に固有リー群作用があるときのトポロジーの様相はほとんどわかっていないと思われる. 一方非自明正則トーラス作用に関して比較すると, コンパクトケーラー多様体 M 上に正則トーラス $T^n_{\mathbb{C}}$-作用が存在するならば軌道写像 $\mathrm{ev}: T^n_{\mathbb{C}} \to M$, $\mathrm{ev}(t) = tx$ から誘導される準同型 $\mathrm{ev}_*: \mathbb{Z}^{2n} \to H_2(M;\mathbb{Z})$ は**ホモロジー的単射**であることが知られているが (rank $2n$-正則作用), 一方非ケーラーコンパクト lcK 多様体上の非自明正則トーラス $T^1_{\mathbb{C}}$-作用は決して**ホモロジー的単射とはならない**ことが示されている (常に rank 1-正則作用). このようにコンパクトリー群の作用の対称性の存在は顕著にケーラーと非ケーラ多様体のトポロジーを特徴づけている. したがって一般に非ケーラーコンパクト lcK 多様体上の固有リー群の作用を調べることはトポロジー的性質を捉える上で価値があると考えられる.

２．研究の目的

I. モデル lcK 多様体. 幾何構造の立場から「局所共形ケーラー (lcK) 多様体の普遍なモデル空間はどういうもので, いつどのような条件のもとで lcK 多様体はモデル空間に一意化 (uniformize) されるか」という**存在と一意化**が今回の研究で調べてみたいことであった. 複素多様体 M 上に与えられた 2-form Ω が**等式** $d\Omega = \theta\wedge\Omega$ を満たし, θ は closed 1-form でとれるとき, (M, Ω) を lcK 多様体という. ここで θ は Lee form と呼ばれる. θ がもし exact なら, M 上の関数 f が存在して $\theta = df$ となるから, $(*)$ $\Theta = e^{-f}\cdot\Omega$ とおけば等式から

Θ はケーラー form となる. したがって M は共形的にケーラー多様体である. Vaisman は 1980 年代初期に先の Lee 形式 θ に対し, $\mathsf{g}(X, Y) = \Omega(X, JY)$ で与えられるエルミート計量 g の非退化性から $\mathsf{g}(X, \xi) = \theta(X)$ $(^\forall X \in TM)$ となる Lee ベクトル場 ξ を考え, これが g に関して正則 Killing (言いかえると ξ がつくる 1-径数群が正則等長変換群をなす) となるときの lcK 多様体を特徴づけた. 現在それは Vaisman (lcK) 多様体と呼ばれている. Hopf 多様体 $S^1\times S^{2n-1}$ は典型的な例

である．もっと一般に S^1 と佐々木多様体 $(Y,(\omega,J))$ との積 $S^1\times Y$ は Vaisman lcK 構造をもつ．($S^1\times Y$ 上の概複素構造 $\bar{J}$ はコンタクト form ω の Reeb field が Killing であるときに積分可能 (複素構造) となることがキーポイントである.) Vaisman 多様体 (M,g) が常にこの形になるかは一般に言えないが，しかし lcK 計量 g の共形類の中で lcK 計量をとり換えることで M は積多様体 $S^1\times Y$ に微分同相となることは証明されている．

II. 局所等質 lcK 多様体の一意化．局所等質 lcK 多様体とは普遍被覆空間が大きい対称性を持つ等質 lcK 多様体 G/H であり，離散固有不連続群 $\Gamma\,(\leq G)$ によるその商空間 (両側剰余空間) のことである．この研究での我々の一連の問題は次のように要約できる．

(1) 局所等質 lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ がどのような Lie 群 G のとき，あるいは G がどのような性質を持つとき，Vaisman 多様体に一意化できるか決定することであり，そのとき
(2) $\Gamma\backslash G/H$ のトポロジーの観点から orbi-bundle (軌道束) 構造，幾何の観点からは正則 Seifert fiber 束構造 (holomorphic Seifert fibering) をそれぞれ求める．さらに
(3) 基本群 Γ を (2) の fiber 束からくる群拡大として特徴づける (可解性，準単純性等).

一方今回の申請に掲げた新規のテーマに深く関係する結果として，2013 年に我々は次のことを示し，非ケーラー幾何への一つの方向性を与えた．

Theorem A ([2])**.** コンパクト lcK 等質多様体 M は *Vaisman* lcK 多様体である．このとき M は S^1 と佐々木等質多様体 S の直積 $S^1\times S$ に正則等長同型として一意化される．さらに等質旗多様体 N を底空間に持つ非自明な複素トーラス正則バンドル：$T^1_{\mathbf{C}}\to M\longrightarrow N$ の構造をもつ．

一言でいうと，もし自明バンドルならば M はケーラー多様体になってしまうため，この定理は lcK 特有の非常にデリケートな結果である．

３．研究方法・計画

長谷川敬三氏，および D. Alekseevsky 氏，V. Cortés 氏，O. Baues 氏と一緒にリー変換群の位相的手法と離散群の代数的性質を使って非ケーラー局所等質 lcK 多様体について下記の研究計画にしたがって次のことを主に調べた．

● 可微分位相変換群を駆使して，局所等質 lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ が Vaisman 多様体であるときのリー群 G の構造と基本群 Γ の性質，および $\Gamma\backslash G/H$ のファイバー束構造（正則 Seifert fibering) の決定．

● リー環のコホモロジー群の消滅性を求めて，局所等質多様体 $\Gamma\backslash G/H$ がいつ Vaisman lcK 構造を持つかその場合の G および H に関するリー群からの判定条件．神島，長谷川氏，Cortés 氏，Alekseevsky 氏は局所等質 lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ の構造を調べて，いつ Vaisman 多様体になるか決定した．これは一般の G に対する Vaisman 構造の存在を調べることでもある．神島，Baues 氏は局所等質 Vaisman lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ に対し Seifert holomorphic fibering 構造を調べ，結果として群拡大としての基本群 Γ を決定した．

研究方法の特色： (I) Vaisman lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ の被覆 G/H の微分同相群 $\mathrm{Diff}(G/H)$ 内の正則推移等長 Lie 部分群を調べる．これは G/H 上の可微分作用を考えて，局所等質 lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ が Vaisman 多様体のときに $\mathrm{Diff}(G/H)$ の中で G の同型群を探して G/H の新たな正則等長 Lie 群を構成することである．具体的には $N(H)$ を H の G における正規化群とし，積 $G\times N(H)$ は G/H に $((g,\alpha),xH)=gx\alpha^{-1}H$ として作用するとき，自然に準同型 $\Psi\colon G\times N(H)\rightarrow \mathrm{Diff}(G/H)$ を導く．今，$\mathrm{Aut}(G/H)$ を G/H 上の正則等長変換群とする．G/H が Vaisman 多様体のときは G/H 上に左不変 Lee field ξ が

正則 Killing として存在することから, ξ が生成する G/H 上の 1-径数変換群 R が得られる. $(*)$ で述べたケーラー form Θ に関して, G は *homothety* で作用するから, その中の isometry として作用する余次元 1 の Lie 部分群 $\mathsf{G}_0 \leq G$ が常に存在して $\Psi\colon \mathsf{G}_0 \times \mathsf{R} \to \mathrm{Aut}(G/H)$ は単射になる. このことから Ψ を通して G/H は等質 lcK 多様体 $\mathsf{G}_0/H \times \mathsf{R}$ と決定される. 今後 ξ を $\mathrm{Aut}(G/H)$ の中で変形 (deform) できるならば, $\Gamma\backslash G/H$ の正則 Seifert fibering $T^1_{\mathbf{C}} \to \Gamma\backslash G/H \to Q\backslash\mathsf{G}_0/S^1 \cdot H$ (=局所等質ケーラー多様体) が構成できる.

(II) Cohomology 消滅と Vaisman lcK 構造. 我々の出発点となる目的に述べた定理の証明の本質的な点は G が compact (もっと一般に reductive) なら Hochshild-Serre-Novikov operator $d_\theta = d - \theta$ がつくるコホモロジー $H^2_\theta(\mathfrak{g};\mathbb{R})$ が消滅することであった. 実際 Ω が lcK-form なら $d_\theta\Omega = 0$ であり, 1-form ψ が存在して $(**)$ $\Omega = d\psi - \theta \wedge \psi$ とかける. 我々の問題「lcK 多様体 $\Gamma\backslash G/H$ がいつ Vaisman であるか」においてまず一般の G がどのような性質をもてば $[\Omega] \in H^2(G/H;\mathbb{R})$ が消滅するのかということに着目する. この点に対し G の 中心 $C(G)$ が 1 次元以上ならば $[\Omega]$ が消滅するであろうと予測し, $\Gamma\backslash G/H$ が Vaisman になることが証明できた (つまり (ψ, J) は CR-構造を与える). 特に $\dim C(G) \geq 1$ という仮定は G が compact (reductive) ならば満たされることも証明できる.

References

[1] D. V. Alekseevsky, V. Cortés, K. Hasegawa, Y. Kamishima, *Homogeneous locally conformally Khler and Sasaki manifolds*, International J Math. 26 (6) (2015), 1541001-29.

[2] K. Hasegawa, Y. Kamishima, *Compact Homogeneous Locally Conformally Kähler Manifolds*, *Osaka J. Math. 53* (2016), 683-703.

[3] C. T. C. Wall, *Geometric structures on compact complex analytic surfaces*, Topology 25 (1986).

４．研究成果 (English)

The first part of our results concerns the existence of Vaisman structure on homogeneous lcK manifolds. Let $N_G(H)$ be the normalizer of H in G. We have proved in [1], [2] that *if G is a reductive Lie group such that $N_G(H)$ is compact, G/H is Vaisman.* The key fact is that a *compact lcK* group is necessarily a 4-dimensional Lie group locally isomorphic to $S^1 \times \mathrm{SU}(2)$. Moreover any left invariant lcK structure on $S^1 \times \mathrm{SU}(2)$ compatible with any complex structure is always Vaisman. Along this line, we shall generalize this result. Let $C(G)$ be the center of G and $C(\mathfrak{g})$ the Lie algebra of $C(G)$.

Theorem 1. *Let $(G/H, \Omega, J)$ be a homogeneous lcK manifold with Lee form θ. If* (i) *there exists a central element $\mathsf{t} \leq C(\mathfrak{g})$ such that $\theta(\mathsf{t}) = 1$ and* (ii) *$N_G(H)/C(G)$ is compact, then the homogeneous lcK manifold $(G/H, \Omega, J, \theta)$ is Vaisman. In particular, under the conditions* (i), (ii)*, so is any compact non-Kähler locally homogeneous lcK manifold $\pi\backslash G/H$.*

Next we introduce the following groups: Recall that the Heisenberg nilpotent Lie group $\mathcal{N}$ is the manifold $\mathbb{R} \times \mathbb{C}^n$ with group law

$$(x, \boldsymbol{z}) \cdot (y, \boldsymbol{w}) = (x + y + \mathrm{Im}\,{}^t\bar{\boldsymbol{z}}\boldsymbol{w}, \boldsymbol{z} + \boldsymbol{w})$$
$$(\boldsymbol{z} = {}^t(z_1, \ldots, z_n), \boldsymbol{w} = {}^t(w_1, \ldots, w_n) \in \mathbb{C}^n).$$

It is known that $\mathcal{N}$ supports a standard pseudo-Hermitian structure (ψ, J) which has the group of pseudo-Hermitian transformations $\mathcal{N} \rtimes \mathrm{U}(n)$. Let T^n be the maximal torus of $\mathrm{U}(n)$. Let (k, l) to be a pair of integers such that $k \geq 1$, $l \geq 0$ with $k + l = n$. Put $\mathbf{0} = (0, \ldots, 0) \in \mathbb{C}^k$, $\mathbf{1} = (1, \ldots, 1) \in T^l$, $(\mathbf{0}, (c_1, \ldots, c_l)) \in (\mathbf{0}, \mathbb{C}^l) \leq \mathbb{C}^n$. Choose a nontrivial representation $\rho : \mathbb{C}^l \to T^k = (T^k, \mathbf{1}) \leq T^n$. Let V^l be the abelian group generated by $c_i \cdot \rho(c_i) \in (\mathbf{0}, \mathbb{C}^l) \times (T^k, \mathbf{1}) \leq \mathbb{C}^n \rtimes$

T^n which is is isomorphic to $\mathbb{C}^l$. $(1 \le i \le \ell)$. Form the solvable Lie group $\mathbb{C}(k,l) = \mathbb{C}^k \rtimes V^l$ in $\mathbb{C}^n \rtimes T^n$. Note $[\mathbb{C}(k,l), \mathbb{C}(k,l)] \le \mathbb{C}^k$ $(k \ge 1)$. Thus $\mathbb{C}(k,l)$ is a meta-abelian group. Let $\mathcal{N} \rtimes \mathrm{U}(n) \xrightarrow{p} \mathbb{C}^n \rtimes \mathrm{U}(n)$ be the central extension. Consider the pre-image $\mathcal{M}(k,l)$ in $\mathcal{N} \rtimes \mathrm{U}(n)$ Then $\mathcal{M}(k,l)$ is a solvable Lie group with one-dimensional center but not meta-abelian unless $l = 0$ while $\mathcal{M}(n,0) = \mathcal{N}$. Let $\big(x, (z_1, \dots, z_k; c_1 \cdot \rho(c_1), \dots, c_l \cdot \rho(c_l))\big) \in \mathcal{M}(k,l)$ be an arbitrary element. We further form a solvable Lie group $\mathcal{M}(k,l) \rtimes \mathbb{R}$ in which $\mathbb{R} = \langle a_\theta \mid \theta \in \mathbb{R} \rangle$ acts on $\mathcal{M}(k,l)$ as

$$a_\theta\big(x, z_i; c_j \cdot \rho(c_j)\big) = \big(x, e^{i\lambda_i\theta} z_i; c_j \cdot \rho(c_j)\big)$$

for some fixed nonzero real numbers λ_i $(1 \le i \le k)$.

Theorem 2. *A simply connected unimodular Vaisman group is isomorphic to either one of Lie groups* $\mathsf{R} \times \mathcal{M}(k,l)$, $\mathcal{M}(k,l) \rtimes \mathbb{R}$, $\mathsf{R} \times \mathrm{SU}(2)$ *or* $\mathsf{R} \times \widetilde{\mathrm{SL}}(2,\mathbb{R})$.

There are four types of simply connected unimodular *lcK* groups. First
(i) $\mathsf{R} \times \mathrm{SU}(2)$. Any homogeneous *lcK* structure on $\mathsf{R} \times \mathrm{SU}(2)$ is always Vaisman ([1], [2]). Note that a *compact lcK* group is necessarily a 4-dimensional Lie group locally isomorphic to $S^1 \times \mathrm{SU}(2)$.
(ii) $\mathsf{R} \times \widetilde{\mathrm{SL}}(2,\mathbb{R})$ where $\widetilde{\mathrm{SL}}(2,\mathbb{R})$ is the universal covering of $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$. Any homogeneous *lcK* structure on the reductive group $S^1 \times \mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$ is classified in [1] (cf. [2]). It is worthwhile to mention that there exist *non-Vaisman* homogeneous *lcK* structures on $S^1 \times \mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$. For the remaining cases (iii) $\mathsf{R} \times \mathcal{M}(k,l)$, (iv) $\mathcal{M}(k,l) \rtimes \mathbb{R}$. Any left invariant homogeneous *Vaisman* structure on (iii) or (iv) is a restriction of any $\mathsf{R} \times \mathcal{N} \rtimes T^n$-invariant *lcK* structures on $\mathsf{R} \times \mathcal{N}$. Any homogeneous *lcK* structure on a simply connected nilpotent Lie group is of this type on $\mathsf{R} \times \mathcal{N}$ which is always Vaisman ([2, Theorem 2]).

We do not know whether there exists a non-Vaisman homogeneous *lcK* structure on $\mathsf{R} \times \mathcal{M}(k,l)$ or $\mathcal{M}(k,l) \rtimes \mathbb{R}$ for $\dim \mathcal{M}(k,l) \ge 5$. That is, a homogeneous *lcK* structure non-extendable to $\mathsf{R} \times \mathcal{N} \rtimes T^n$-invariant *lcK* structures.

Theorem 4. *A simply connected Vaisman lcK Lie group which admits a uniform lattice is isomorphic to either one of the following Lie groups* $\mathsf{R} \times \mathcal{N}$, $\mathsf{R} \times \mathrm{SU}(2)$, $\mathsf{R} \times \widetilde{\mathrm{SL}}(2,\mathbb{R})$ *and* $\mathcal{N} \rtimes \mathbb{R}$ *in which* $\mathbb{R} = \langle a_\theta \mid \theta \in \mathbb{R} \rangle$ *acts on the Heisenberg group* $\mathcal{N}$ *as* $a_\theta(x, z_j) = (x, e^{i\lambda_j\theta} z_j)$ *for some fixed real numbers* λ_i $(1 \le i \le k)$.

Theorem 5. *Let* $\pi\backslash G/H$ *be a compact locally homogeneous Vaisman manifold. Then we have* $\dim C(G)^0 \ge 1$.
(**i**) *Suppose that* $C(G)^0 = \mathsf{R} \times \mathsf{T}$. *There exists a holomorphic fibring over a locally symmetric Kähler orbifold according to* $\mathsf{T} = \mathbb{R}$ *or* S^1 *respectively.*
(**ii**) *Suppose that* $C(G)^0 = \mathsf{R}$. *Then* $G = \mathsf{R} \times K_1 \cdot S_0$ *such that* $C(K_1)^0 = C(S_0)^0 = \{1\}$. *In general there is an orbibundle.*

$$\Gamma\backslash \mathsf{R} \times K_1/H_1 \to \pi\backslash G/H \to Q\backslash \nu(S_0)/H_0.$$

(**iii**) *Suppose that* $C(G)^0 = C(G_0)^0 = \mathsf{T}$ $(= \mathbb{R}$ *or* $S^1)$. *There exists a holomorphic fibering over a locally symmetric Kähler orbifold.*

Finally we have the following topological characterization.

Theorem 7. *Let* π *be the fundamental group of a compact locally homogeneous Vaisman manifold* $\pi\backslash G/H$. *Then* π *has a finite index normal subgroup* π' *which is a group extension of a nilpotent group by a nonpositively curved group. If* M *is aspherical, then* M *is a holomorphic orbibundle over a locally symmetric Kähler orbifold with fiber an lcK infranilmanifold* (*or a complex torus* $T^1_{\mathbb{C}}$).

５．主な発表論文等（研究分担者は下線）
〔雑誌論文〕（計６件）

(1) (with K. Hasegawa) *Locally conformaly Kähler structures on homogeneous spaces,* Progress in Mathematics 308 (2015), 353-372.
(2) (with D. V. Alekseevsky, V. Cortés, K. Hasegawa) *Homogeneous locally conformally Khler and Sasaki manifolds*, International J Math. 26 (6) (2015), 1541001-29.
(3) *Infranilmanifolds which admit complex contact structures*, European Journal of Mathematics 1(4) (2015), 746-761.
(4) (with K. Hasegawa) *Compact Homogeneous Locally Conformally Kähler Manifolds*, Osaka J. Math. *53* (2016), 683-703.
(5) 朝倉数学辞典 (変換群の部分 執筆), 朝倉書店 *2016* 年 *6* 月.
(6) *On quaternioic* 3 *CR-structure and pseudo-Riemannian metric*, Applied Math. 9(2)(2018),114-129.

〔学会発表〕（計 6 件）

(1) 2015 年: (講義) *Survey on spherical CR-structures and related geometric structures, Workshop on "Geometric Structures*, Hitchin Components and Representation Varieties", 10 月 20 日-10 月 24 日, KIAS, Seoul, 韓国.
(2) 2015 年: (講演) *On unimodular homogeneous Vaisman manifolds, fundamental groups of locally homogeneous Vaisman non-Kähler manifolds*, The Geometry seminar at the University of Hamburg, 12 月 14 日, ドイツ.
(3) 2016 年: (招待講演) *On quaternionic conformal* 3-*CR structure on* $(4n{+}3{+}3)$*-manifolds, Quaternionic defferential geometry and related topics*, お茶の水女子大学, 9 月 7 日-9 日 日本.
(4) 2017 年:(講演) *Homogeneous Sasaki manifold G/H of unimodular Lie group G*, Institute of Mathematics, Academia Sinica : 台湾 (台北), 2017 年 2 月 17 日 (2 月 14 日-21 日)
(5) 2017 年: (招待講演) *Smooth rigidity of compact aspherical locally homogeneous manifolds and Application to Geometric structures*, JNU-KAIST Geometric Topology Fair： 韓国 2017 年 6 月 12 日-6 月 16 日.
(6) 2018 年:(講演) *Locally homogeneous aspherical Khler manifolds*, NCTS Mathematics Division, Differential Geometry and Topology Seminar, 3 月 22 日, Taipei Taiwan 2018.

６．研究組織

(1) 研究代表者 神島 芳宣 (カミシマ ヨシノブ）城西大学・理学部・教授研究者番号：10125304
(2) 研究分担者 長谷川 敬三（ハセガワ ケイゾウ）新潟大学・人文社会・教育科学系・教授研究者番号：00208480

海外共同研究者

(1) Dmitri. A. Alekseevsky, Institute for Information Transmission Problems B.Karetny per. 19, 127051 Moscow Russia.
(2) Vicente Cortés, Department of Mathematics and Center for Mathematical Physics University of Hamburg, Bundesstraße 55, D-20146 Hamburg, Germany.
(3) Oliver Baues, Department of Mathematics, University of Fribourg, Chemin du Musée 23, CH-1700 Fribourg, Switzerland.