

令和 4 年 6 月 10 日現在

機関番号：32403

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K18012

研究課題名（和文）確率微分方程式モデルの正則化逐次推定手法の考案およびその実装

研究課題名（英文）Propose and demonstrate the regularized recursive estimation for stochastic differential equation

研究代表者

清水 優祐（Shimizu, Yusuke）

城西大学・理学部・助教

研究者番号：80805218

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：確率微分方程式（SDE）モデルで記述される、金融や医療における様々な現象の実データ解析として、新型コロナウイルス感染症の発生・拡大に着目し、潜伏期間のある感染症の数理モデルであるSEIRモデルに拡散項を付与した、微小拡散SEIRモデルというSDEモデルを考案した。また、データの逐次的な処理を可能とする、状態空間モデルにおけるカルマンフィルタによる推定論を用いて、微小拡散SEIRモデルに含まれるパラメータの逐次的な正則化推定に関する数値実験を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

感染拡大の様相は偶発的であり、人口のダイナミクスモデルで表現するためには、ランダムな変動を取り込む必要があった。本研究で従来のSEIRモデルに拡散項を加えた、微小拡散SEIRモデルを考案したことにより、感染症パンデミック下における社会経済的な戦略研究において、合理的な対策を立案するために不可欠な意思決定の枠組みを、より正確に提供できるようになった。また、正則化推定により、家庭内における感染の様相や、世代間の従属関係などがより精度良く解明できる可能性があることが判明した。

研究成果の概要（英文）：As the real data analysis of various phenomena in finance and medical described by a stochastic differential equation (SDE) model, we focus on the outbreak of the COVID-19, and propose a SDE model called the small diffusion SEIR model, in which a diffusion term is added to the SEIR model. Also, by making use of the Kalman filter estimation theory in the state-space model, which enables the sequential data processing, we conduct some numerical experiments on the sequential regularization estimation of the parameters included in the small diffusion SEIR model.

研究分野：統計学

キーワード：確率微分方程式 感染症の数理モデル

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

最尤推定量や正則化推定量に代表される M-推定量は、一般的に良い漸近的性質を持つことが知られている。その一方で、現時点からデータが一つ増える度に最適解の再計算を行う必要があるバッチ処理のため、膨大な計算コストがかかる恐れがある。モデルの複雑化に伴い、その数値計算的困難が顕著に現れるため、高度に複雑化するシステムによって、大量の多種多様なデータが次々と高速に生成される現代においては、データ処理の側面で実用的な手法の考案とその理論構築が急務であり、それは統計数学に期待する役割として、応用の現場にも強く求められているであろう。例えば、近年の株式市場では、高頻度取引の存在感が世界的に増している。また、売買システムの変化に伴い、より高速な取引が可能になっている。上場制度変更による銘柄数の増加は、株価変動の複雑化に影響を与えている。こうした中で、Masuda and Shimizu (2017) により、株価間の従属性を記述する変数の特定を行うことが可能となったが、計算負荷が大きい最適化を必要とするため、高速な取引の場で用いるのは現実的ではない。確率過程論における確率微分方程式 (SDE) モデルの推定はバッチ型のものが主流であり、オンライン型の研究は乏しい。そこで、ビッグデータの一種である高頻度データを、効率的かつ瞬時に処理する統計的手法を考案し、数値実験によりその理論の実証を行う本研究の着想に至った。

## 2. 研究の目的

大規模高頻度データ SDE モデルの正則化逐次推定量を構成し、その漸近挙動の解明と計算機上での実装が目的である。正則化推定とは、モデルの推定と共に、実際の現象をよく説明する変数の選択を行う統計的アプローチである。逐次推定とは、新たなデータが生成される度に推定値を微調整していく方法論であり、大規模なデータの効率的オンライン処理を可能にする。本研究は、確率近似法の一応用として長年に亘って発展してきた逐次推定論と、数理統計学の長い歴史から見ると比較的新しい分野である正則化推定論および確率過程論とを相互にリンクさせる研究である。これは、逐次推定法の適用モデルの拡張と、正則化法の計算コスト削減および SDE モデルの推定に対する新しい手法の提供という点で意義があり、三分野のさらなる応用と発展に寄与する。また、応用の現場では、理論的裏付けのある手法の考案とその実用化が求められる。本研究は数値計算的側面を十分に考慮し、実用を強く意識している。そのため、大規模なデータの効率的オンライン処理の理論構築に関する本研究は、リアルタイムデータ処理技術の飛躍と発展に多大に貢献するであろう。またオンライン処理という性質上、各時点での推定値の時系列プロットを眺めることで、様々な時間発展現象の突発的変化のいち早い検出・予測にも役立つ可能性がある。さらに計算機上でのモジュール化により、確率過程シミュレーションのためのソフトウェア発展の一翼を担えると期待される。

## 3. 研究の方法

ドリフト・拡散パラメータをもつ SDE モデルに対して、例えば Newton-Raphson 型のような更新式を定義し、パラメータの逐次的な更新を行う。その際、高次の逆行列計算を回避するために、様々な数値的アルゴリズムを適用し、数値実験する必要があると考えられる。また、時間変化型パラメータの追跡型逐次推定法の考案、逐次推定量の裾確率評価および積率収束条件の導出、計算機上での実装環境の整備などを行う。

## 4. 研究成果

SDE モデルで記述される、金融や医療における様々な現象の実データ解析として、新型コロナウイルス感染症の発生・拡大に着目し、潜伏期間のある感染症の数理モデルである SEIR モデル

に拡散項を付与した、微小拡散 SEIR モデルという SDE モデルを考案した。これにより、感染症パンデミック下における社会経済的な戦略研究において、合理的な対策を立案するために不可欠な意思決定の枠組みを、より正確に提供できるようになった。また、データの逐次的な処理を可能とする、状態空間モデルにおけるカルマンフィルタによる推定論を用いて、微小拡散 SEIR モデルに含まれるパラメータの逐次的な正則化推定に関する数値実験を行った。様々な数値実験を通して、家庭内における感染の様相や、世代間の従属関係などがより精度良く解明できる可能性があることが判明した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 清水優祐	4. 巻 31(4)
2. 論文標題 微小拡散SEIRモデルのパラメータ推定	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本応用数理学会論文誌	6. 最初と最後の頁 278-287
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.11540/jsiamt.31.4_278	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 清水優祐
2. 発表標題 確率微分方程式モデルの推定手法について
3. 学会等名 第2回統計科学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 清水優祐
2. 発表標題 高頻度データを用いた拡散パラメータの逐次的推定手法の考案およびその実装
3. 学会等名 CREST・さきがけ・AIMaP合同シンポジウム「数学パワーが世界を変える2019」
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------