

1次元表現ルールに基づいた数式の送受と授業実践

KeTCindy センター 高遠節夫¹, 長野高専 濱口直樹², 山口大教育学部 北本卓也³

1 はじめに

2020年の初めに始まったコロナ禍は、数学の授業形態を大きく変えることとなった。従来の黒板による説明および印刷物による課題の配布回収に代わって、動画やスライドおよび課題をICTにより配信するオンライン授業スタイルがより一般的になった。著者らは2006年から数式処理ソフトMapleのプログラム言語を用いてT_EX文書(教材)に入れる図を簡単に作成するパッケージK_ETpicの開発を始め、2014年には動的幾何ソフトCinderella(以下Cindy)をGUIとするK_ETCindy⁴([4])へと進化させてきた。K_ETCindyを用いれば図入りの印刷教材を簡単に作成することができる。さらに、T_EX自体よりも簡単なコードで教材スライドを作成するKeTSlideの機能を追加した。例えば、以下のようなコードをテキストファイルに書けば、CindyファイルのSlideボタンを押すことにより図のスライドが作成される。

```

1.new::重積分と極座標
2.%repeat=4,para
3.\slidepage

4.layer::{120}{0}
5.putnote::se{83}{20}::domainofex
6.end

7.itemize
8.item::Dは次の不等式で表される\\
9.%thin[2,-]::\hspace*{1zw}
10.%thin[2,-]::0 \leqq x \leqq 1,\
11.%thin[2,-]::0 \leqq y \leqq \sqrt{1-x^2}$
12.%thin[3,-]::item::I=\\displaystyle
13.%thin[3,-]::\int_0^1\bigl(\int_0^{\sqrt{1-x^2}}(e^{-(x^2+y^2)}+1)dy\bigr)dx$
14.%thin[4,-]::item::しかし、この積分ができない
15.end

```

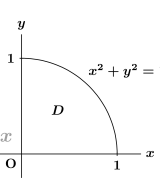
4/26

重積分と極座標

$$I = \iint_D (e^{-(x^2+y^2)} + 1) dx dy \quad (D \text{は右図})$$

- Dは次の不等式で表される
 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$
- $I = \int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{1-x^2}} (e^{-(x^2+y^2)} + 1) dy \right) dx$
- しかし、この積分ができない

定義復習



||<|<|<|>|>|>|| 2/4

各コードについて簡単に説明する。1.は新しいページを開いて::以下のタイトルを記述する。2.のrepeatはこのページに割り当てられるコマ数, paraは右下にページ内でのコマ移動のボタンを配置するかを指定する。3.はページ番号を右上に置くことをする。4から6はketlayer.styで定義されている環境layerの宣言文であり、図などの配置に利用される。第1引数, 第2引数はそれぞれ横および縦にグリッド(単位mm)を表示して、配置要素の位置を定め、第2引数を0とすれば、他の要素の配置は変えずにグリッドが消

¹E-mail:s-takato@jcom.home.ne.jp

²E-mail:hama@nagano-nct.ac.jp

³E-mail:kitamoto@yamaguchi-u.ac.jp

⁴インストールはketcindy home(<https://s-takato.github.io/ketcindyorg/index.j.html>)を参照

える。これにより図等を自由に配置することができる。5. は図等の要素を自由な位置に配置するために `ketlayer` で定義されているマクロ

`\putnotese{83}{20}{\input{fig/domainofex.tex}}` (第3引数は配置要素) において配置要素が描画ファイルの場合の省略形であり, 点 (83, 20) の南東方向に要素が `input` で置かれる。なお, 図要素の後に `,0.8` などと追記すれば, サイズが 0.8 倍になる。6. の `end` は `\end{layer}` を意味しており, 他の環境についても同様である。7. から 15. は `itemize` 環境で, `item::` (文字列) は `\item` (文字列) を作る。この際, 先頭の記号を変えたければ, `\item` [記号] (文字列) とすればよい。9. から 14. は段階的表示で, 例えば, `%[2,-]` はこのページのコマ 2 以降に表示すること, および `thin` をつければこのコマ以外には薄文字で表示することを意味する。他のコマ番号の指定としては, `[2]` (2 のみ), `[-,2]` (2 まで), `[2,4]` (2 と 4), `[2..4]` (2 から 4 まで) などをサポートしている。さらに, KeTSlide ではパラパラ動画を簡単に埋め込むことができる。それには, 以下の 1 を Slide 作成用の `Cindy` に記述して, `ParaF` と `Flip` のボタンを押すと各コマの入ったフォルダができるから, `Slide` のファイルに 2. のようなページを追加すればよい。

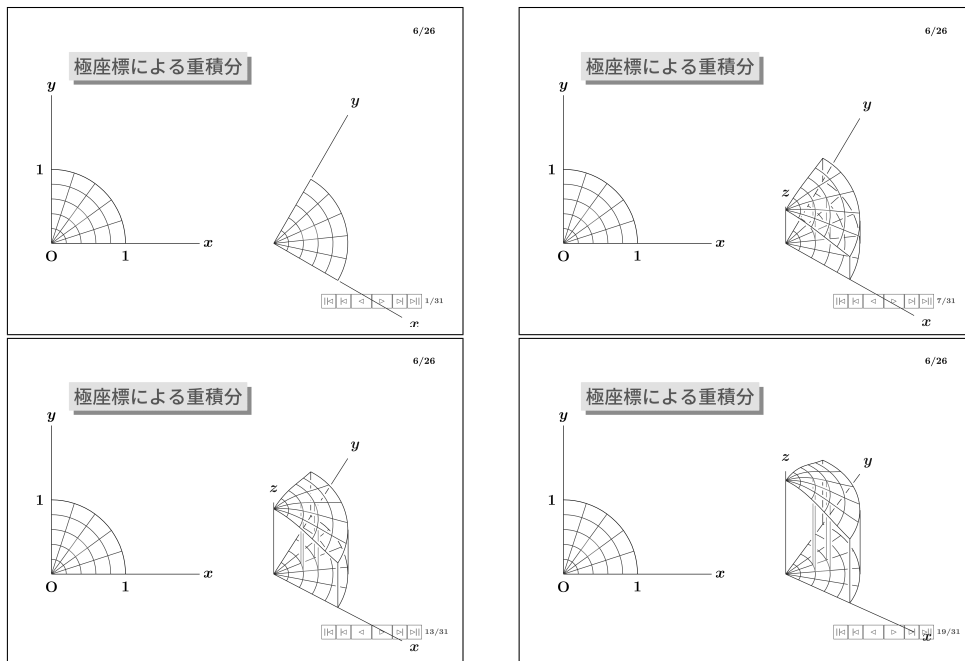
1.Cindy Script

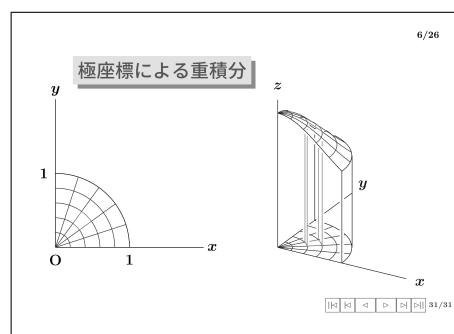
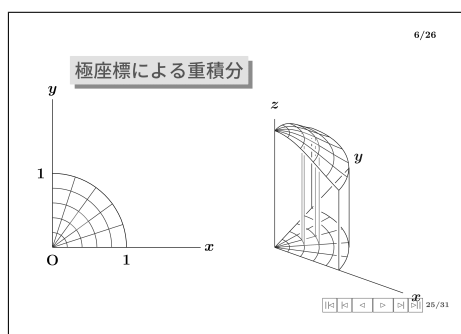
```
mf(s)=(
  Listplot("1",[[-pi,1],[pi,1]],["da"]);
  Listplot("2",[[-pi,-1],[pi,-1]],["da"]);
  fun=Assign("sin(x-s)","s",s);
  Plotdata("1",fun,"x");
);
Setpara("sin","mf(s)"s=[-pi,pi],["Div=24"]);
```

2.KeTSlide のコード

```
new:: 正弦曲線のパラパラ動画
%repeat=
%para=sin:{0}:n{60}{80}:\input
\slidepage
```

同様な方法で, 3 D のパラパラ動画を作成してスライドに埋め込むこともできる。





著者の一人(高遠)は、2019年度まで約10年間、黒板をほとんど用いずにKeTSlideで上記のような講義スライドを作成し、プロジェクタでスクリーンに映しながら説明を加えた。ICTはほとんど使わず、プレゼン資料も配付せず、学生にはノートをとるように指導して、多くがノートを取り終わった様子になるまで辛抱強く待つことを心がけた。授業の最後には、印刷した課題用紙を配付して提出させた。その際、学生どうしが相談したり教え合ったりするようすに、グループ学習が活発化していることを感じる事ができた。

2020年度は、厚労省所管の短期大学校で数学の授業を担当して3年目であった。コロナ対策で開講が2ヶ月ほど遅れたが、6月に対面方式の授業が始められた。講義は、これまでと同様にスライドを用いたが、三密を避けるため教卓脇の教師用デスクに着席してスライドに沿った説明をし、また机間巡視は避けるようにした。また、印刷教材も中止した。しかし、課題の配付と回収は数学の授業において不可欠である。そこでオンライン学習システム(OLS)の1つであるGoogle Classroom(以下GC)を利用することにした。MoodleやTeamsでも同様なことが可能であろうが、当該の短期大学校では、当時は組織としてOLSを導入しておらず、個人ベースで手軽に無料で使えて、学生もスマホでアクセスできる点を考慮してGCを採用した。しかしながら、どのシステムにも共通して問題となるのは数式のやり取りである。配信の方は、教員が $\text{T}_\text{E}\text{X}$ などを用いてPDF化すればよいが、解答の提出では学生が数式の入力に難渋することになる。コンピュータ室など周辺機器が整っている場所では、問題を印刷して書き込んだり、タッチペンで書き込んだりできるのでまだ状況はいい(それでも採点作業は容易ではない)が、一般教室でスマホだけをもっているような場合は、結局ノートを写真で撮って送ってくることが多くなって、教員の成績処理は困難を極めることになる。そこで、著者らは $\text{T}_\text{E}\text{X}$ をベースとした1次元数式表現ルールを作り、それを即時に2次元数式として表示するシステムKeTMathを開発した。例えば、分数 $\frac{a}{b}$ の $\text{T}_\text{E}\text{X}$ 表現 $\text{\frac{a}{b}}$ に対して、KeTMathの1次元表現は $\text{fr}(a,b)$ と定めている。2節では、KeTMathの開発と改良について述べることにする。

2 KeTMathの開発と改良

2.1 現在のKeTMathの数式表現ルール

- (1) 分数 $\frac{a}{b} \implies \text{fr}(a,b)$ 注) 小さい分数 $\text{tfr}(a,b)$
- (2) 掛け算 $ab \implies ab$ 注) $a*b$ も可
- (3) べき乗 $a^b \implies a^\wedge(b)$ 注) b が1文字の場合は $a^\wedge b$ も可

- (4) べき乗根 $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a} \Rightarrow \text{sq}(a), \text{sq}(3,a)$
- (5) 三角関数 $\sin x, \sin^2 x \Rightarrow \text{sin}(x), \text{sin}(2,x)$
- (6) 度 $60^\circ \Rightarrow 60(\text{deg})$
- (7) 円周率 $\pi \Rightarrow \text{pi}$
- (8) 対数関数 $\log x, \log_a x, \ln x \Rightarrow \text{log}(x), \text{log}(a,x), \text{ln}(x)$
- (9) 改行 $//$
- (10) スペース (sp) 注) $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ の $\backslash;$ を出力
- (11) 立体 $100\text{m} \Rightarrow 100\text{tx}(\text{m})$
- (12) 積分 $\int x^2 dx, \int_a^b x^2 dx \Rightarrow \text{int}(x^2,x), \text{int}(a,b,x^2,x)$
 注) 括弧は自動判定するが, 手動で外す(つける)ときは, $!(!!)$ を冒頭に追加する.
 $\int_a^b x \sin x dx, \int_a^b (x^2) dx \Rightarrow \text{int}(a,b,!x\text{sin}(x),x), \text{int}(a,b,!!x^2,x)$
 注) 極限, 和なども同様
- (13) ブラケット $[f(x)]_a^b \Rightarrow \text{br}(f(x),a,b)$
- (14) 極限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \Rightarrow \text{lim}(x,a,f(x))$
- (15) 和 $\sum_{k=1}^n k^2 \Rightarrow \text{sum}(k=1,n,k^2)$
- (16) 微分・偏微分 $\frac{dy}{dx}, \frac{\partial z}{\partial x} \Rightarrow \text{diff}(y,x), \text{par}(z,x)$
- (17) 行列・行列式 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \Rightarrow \text{mat}(a,b;c,d), \text{det}(a,b;c,d)$
- (18) 場合分け $\begin{cases} a & (x < 0) \\ c & (x \geq 0) \end{cases} \Rightarrow \text{case}(a,(x<0);c,(x \geq 0))$
- (19) ドットなど $\cdot \times \Rightarrow (\text{cdot}) (\text{cross})$
- (20) 複号 $\pm, \mp \Rightarrow (\text{pm}), (\text{mp})$
- (21) 不等号 $<, >, \leq, \geq, \neq \Rightarrow <, >, (\text{leq}), (\text{geq}), (\text{neq})$
- (22) 下添字 $a_n \Rightarrow \text{a}_n$
- (23) 全角文字を混ぜてもよい
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ の解は $x = 1, -3 \Rightarrow x^2+2x-3=0$ の解は $x=1, -3$
- (24) ギリシャ文字 $\alpha, \beta \Rightarrow \{\backslash\alpha\}, \{\backslash\beta\}$
- (25) その他の $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 記号はそのまま書いて (sp) やコンマなどで区切る
 $\sim \subset \in \Rightarrow \backslash\text{sim}(\text{sp})\backslash\text{subset}(\text{sp})\backslash\text{in}$
- (26) Maxima を利用するときには変数の文字を 1 文字とする.
 $\text{absin}(x) \Rightarrow (\text{Maxima 数式}) \quad \text{a*b*sin}(x)$

2.2 初期の KeTMath アプリ

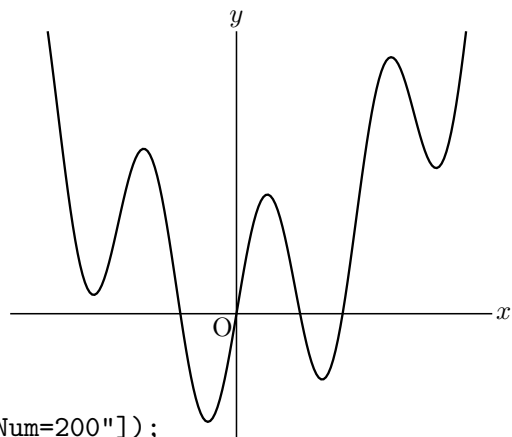
2016年, ミュンヘン工科大学のグループが Cindy の Script にほぼ互換な JavaScript フレームワーク CindyJS をリリースした ([1]). KeTMathCindyJS は CindyJS に KeTMathCindy の関数を追加したものである ([5]). CindyJS には TeX 数式をほとんどそのままの記述で高速に表示する KaTeX が組み込まれている. したがって, KeTMathCindyJS にある

```
Indexall  検索文字列の位置をすべて返す
Strsplit  コマなどで区切った文字列のリストをすべて文字列で返す5
Bracket   括弧の位置とレベルを返す
Getleve   カッコ内のコマの位置とレベルを返す
```

などの文字列関連の関数を用いて構文解析をすることにより, KeTMath 数式を TeX 数式に変換する関数 Totexform が作られる.

```
str="fr(sq(2),4)x^2+2sin(3x)";
tstr=Totexform(str); => tstr="\dfrac{\sqrt{2}}{4}x^2+2\sin 3x"
Expr([1,2],"e",tstr); =>  $\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + 2\sin 3x$  (画面上の [1,2] の東側に表示)
```

KeTMath 数式のもう 1 つの利点は, 関数の引数がすべて括弧で統一されているため, TeX 数式に比して構文解析が容易であり, Cindy や Maxima の数式にも比較的簡単に変換できることである. このことを利用して, 関数 Tocindyform, Tomaxform も KeTMathCindy に組み込んである.



```
cstr=Tocindyform(str);
=> "(sqrt(2))/(4)*x^2+2*sin(3*x)"
Plotdata("1",cstr,"x",["dr,1.5","Num=200"]);
```

KeTMath アプリを作るためには, ユーザーとの間で数式をやり取りするテキスト窓が必要となる. これには, CindyJS の Editable Text を用いる⁶. そのため, 次の 2 つの関数を組み込んだ (テキスト窓の名前を Text1 とする)

```
Text1 の文字列を取得  str=Textedit(1,"");
                        第 2 引数は=以下が空文字の場合に返す文字列
str=Textedit(1,"","");
                        第 2 引数は第 3 引数以下が空文字の場合に返す文字列
文字列を Text1 に表示  Subsedit(1,str);
```

いずれも 1 行の文字列しか扱えない (ただし文字数は任意) が, コピーペーストできる点が画面に表示する文字列との違いである. 文字列には日本語などのテキストを混ぜてもよいようにした. すなわち, 内部処理としては, 非 ascii 文字列を @..@ で囲んで \$...\$ の外に出すようにした.

⁵Cindy(JS) の tokenize は数値文字列を数値に変換してしまう. また多倍長数には対応していない.

⁶Cindy の「特別>文字列入力」で作成できるが, Cindy 自体では機能しない.

$2x-3=0$ の解は $x=\text{fr}(3,2)$ である $\Rightarrow 2x-3=0$ の解は $x=\text{fr}(3,2)$ である
 $\Rightarrow \$2x-3=0\$$ の解は $\$x=\text{fr}(3,2)\$$ である

以上の関数や機能によって作成したのが次の KeTMath アプリ (初期バージョン) である。

数式はASCII文字 (半角文字) のみ。改行は//

π	$\frac{b}{a}$	a^x	\sqrt{a}	$\sqrt[p]{a}$	$\log_a x$	$\sin x$	$\int f(x)dx$	$\int_a^b f(x)dx$	$[x^2]_a^b$	<	>	\leq	\Leftrightarrow	α	β	θ	.	space
pi	fr(b,a)	a^x	sq(a)	sq(p,a)	log(a,x)	sin(x)	int(f(x),dx)	int(f(x),a,b,dx)	[x^2]_a^b	(. .)	(=)	(==)	Ga	Gb	Gt	dot	sp	

^ は **, + は --, = は :: で代用してよい。分数を / で表すときは括弧に注意 $a+b/c+d = a + \frac{b}{c} + d$

2.3 2020 年度の授業と KeTMath キーボード版

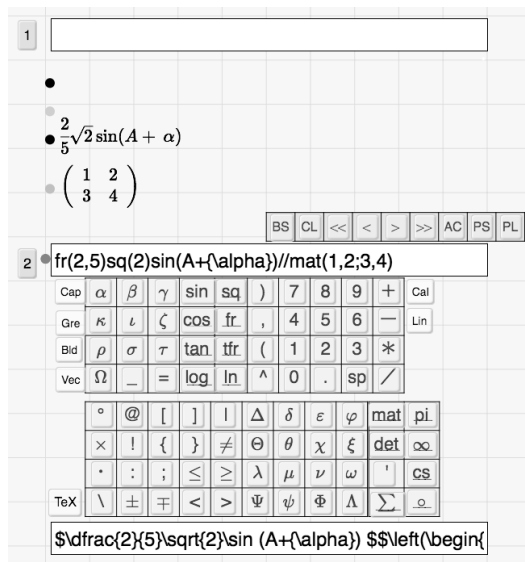
2020 年度, はじめて GC を使った授業を実施した。最初の 1, 2 回こそ, GC の「課題」と Google フォームで問題を配付したが, 解答の回収に難があり, 以後は GC の「質問」を用いて, KeTMath による課題の送信と回収を行う方式に切り替えた。「質問」ではテキストベースでやり取りをするため, 送受信のミスは激減した。学生は「質問」に KeTMath 方式で書かれた問題を KeTMath アプリにコピーして確認してから, ノートなどで問題を解き, 解答をやはり KeTMath アプリで入力確認してから「回答」にコピーして返信するという流れで課題の提出を行うように指導した。多くの学生は, 興味を持って KeTMath 方式で返信してくれたが, $\sin(x)$ を $\sin x$, 分数を $1/a+b$ と書いてしまうといったミスも相当数あった。とりわけ, ほとんどの学生はスマホを用いていたが, iPhone と Android のキーボードの違いがあり, また, キーボード自体の種類が多すぎて, 特殊記号 ($\sqrt{\quad}$ など) を選んで入力する学生も少なくなかった。そこでキーボードを KeTMath の画面に配置することにして, KeTMath キーボード版を作成して利用した。

The image shows a virtual keyboard for KeTMath. The top row contains symbols like π , $\frac{b}{a}$, a^x , \sqrt{a} , $\sqrt[p]{a}$, $\log_a x$, $\sin x$, $\int f(x)dx$, $\int_a^b f(x)dx$, $[x^2]_a^b$, and comparison operators. The second row contains their ASCII equivalents: pi, fr(b,a), a^x, sq(a), sq(p,a), log(a,x), sin(x), int(f(x),dx), int(f(x),a,b,dx), [x^2]_a^b, and symbols like (.), (=), (==), Ga, Gb, Gt, dot, sp. Below the keyboard are input fields for variables (aa=, bb=, yy=, xx=) and a 'TeX' button.

2.4 KeTMath の改良—スマホ対応—

2021年度の授業は通常通り4月に開講したが、オンライン授業の割合が昨年度より急増した。特に、後半期は期末テストを含めてすべてがオンラインになった。そのため、KeTMathを授業においてより使いやすいものにする必要があり、そのための改良と拡張を行った。

まず、学生全員がスマホを使用していたので、スマホで入力しやすくするために、(1) 縦型のスタイルに変更(2段キーボード)、(2) 入力窓と数式表示を近い位置に配置するようにした。さらに、(3) 編集キーを整理、(4) 大文字やギリシア文字など日本語以外の文字をKeTMathキーボードで入力可能にする、などの改良をした。その後もいくつかの変更を施してできたのが、右図の現行KeTMathの画面である。画面の中央の入力窓2がデフォルトで、入力されたKeTMath数式が $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 数式として表示される。//は改行の記号である。また、表示位置は点を動かすことで変更できる。入力窓の上にあるのが入力文字の編集ボタンである。



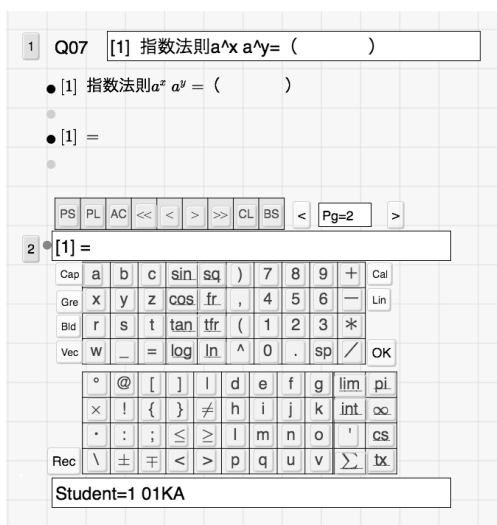
3 KeTMathによる学習管理システムの構築

2021年度はKeTMathスマホ版を使うようにした。ただし、課題の配付と回収は従来通りの方法、すなわち次の流れに従った。

- (1) 教員はKeTMath方式で課題を作成してGCの「質問」に書き込む
- (2) 学生は必要に応じてKeTMathを立ち上げて2次元表現を確認する。
- (3) 課題をノート等で解く。
- (4) 解答をKeTMathに作成して、2次元表示を確認する
- (5) よければKeTMathの入力欄の1次元数式をコピーする。
- (6) GCを立ち上げて回答欄にペーストして返信する。
- (7) 教員は回収したデータに基づいて成績処理する。

(2)については、最初こそ「fr」「sq」の意味などについても質問があり、それぞれfraction, square rootであると答えたりしていたが、すぐにKeTMath数式に慣れてそのまま理解するようになった。しかし、解答をKeTMathで作るときは、特に括弧の数が合わないなどのミスがどうしても多くなる。したがって、(4)の作業は必須であるが、スマホの場合、複数の画面を同時に開いて作業することができないので、かなりの学生が(4)を省略して回答欄に数式を直接記述し、結果として間違えたままの数式を返信してきた。そこで、問題自体を組み込んだkettask(学生に配付するhtml)と教員用のketscore(採点のためのhtml)を作成することにして、そのためのプログラムtoolketmathall.cdyの開発を進めた。まず、kettaskによる課題の提出と回収の流れは以下の通りであり、このうち(2)(3)でtoolketmathallによる処理が行われる。

- (1) 問題, 解答欄, 正解, 学生番号リストは通常のテキストファイルとして作成する.
- (2) K_ET CindyJS と教員両者にとって可読な 1 行のテキストとした quline(問題), shline(解答欄), sqline(各学生の問題ごとの割当番号) を taskline.txt に書き出す⁷.
- (3) taskline を kettaskorgv に組み込んだ kettaskv(+日付など).html を作成する.
- (4) (3) を教員の公開型 web サイト (著者は github の pages を使用) にアップして, リンク先を GC の「質問」に記載して配信する.
- (5) 学生は (4) のリンク先にアクセスして, kettaskv.html を立ち上げる.
- (6) 学生番号を入力し, 問題に解答していく.
- (7) 最後に Rec ボタンを押すと解答データが下欄に表示されるので, それを GC の「回答」にコピーして返送する.

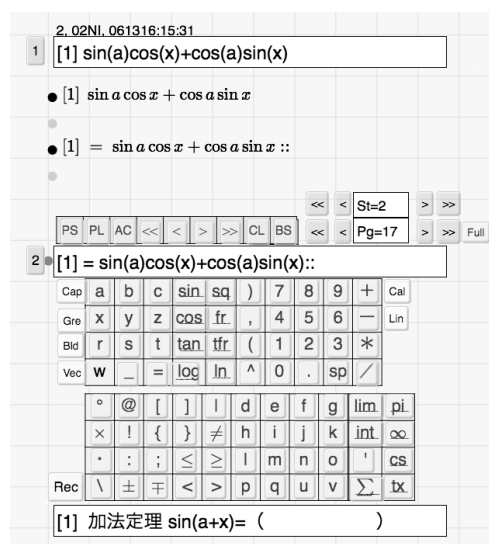


各学生の回答データは, 学生番号と日時
に次の形の解答を追加した 1 行のテキスト
として送られてくる.

Q01---;;[1]y=(x+1)^2+1;;...

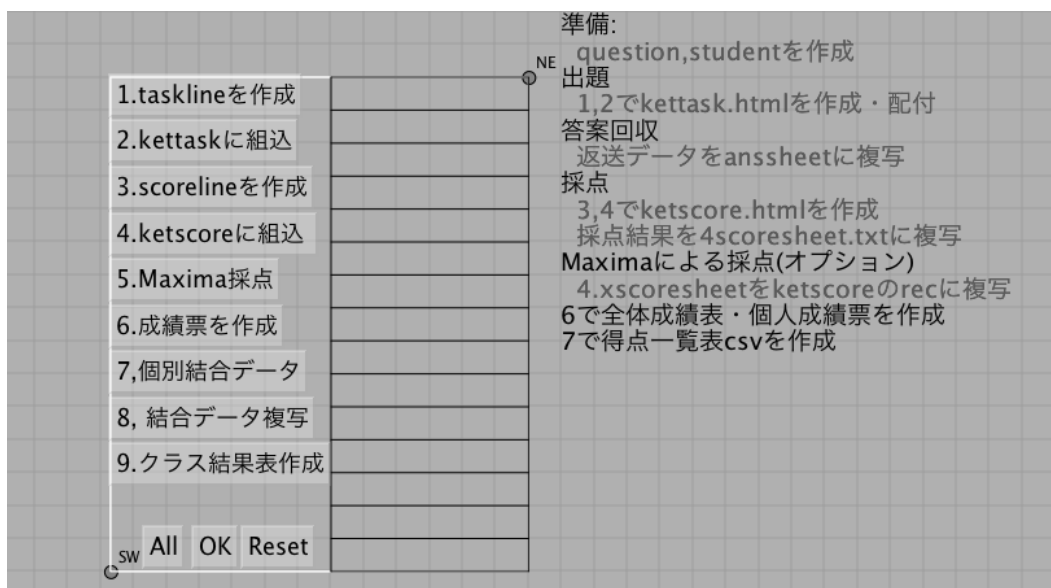
以下は ketscore の採点の流れである.

- (1) 全学生の回答, 正解, 配点, Maxima 使用の有無のデータを taskline に追加した scoreline.txt を作成する.
- (2) (1) を組み込んだ ketscore(+日付など).html を作成する.
- (3) 右図は ketscore の画面であり, 正解, 学生の解答, 問題文が表示される. 学生番号, 問題番号のどちらを動かしても採点できる点の特徴である.



⁷1 つの問題について複数題を作って学生ごとに乱数で割当することを可能とした. そのため, 学生リストと問題リストと合わせて最大 3 階層のリストになるが, それを 1 行で表すため, コロン, tab, CR の 3 個の区切り文字を用意し, リストとの相互変換の関数として List2line, Line2list を作成した.

toolketmathall は KeTMath による学習の作成管理ツールである。



KeTCindy で開発されていて、現在、以下のことができるようになっている。

- 課題の配付と回収のための kettask(+日付).html の作成 (図の 1,2)
- 採点のための ketscore(+日付).html の作成 (図の 3,4)
- Maxima による採点 (図の 5)
- 問題ごとの個人成績票の作成 (図の 6)
- 各授業単位で統合した個人成績票の作成 (図の 7)
- 個人成績票の配付 (図の 8)
- 各授業単位の全体成績表の作成 (図の 9)

4 KeTMath による授業の実施と評価

著者の一人(濱口)は、高専の学生に対して、KeTMath を用いた授業を実施した。対象としたのは、これまで KeTMath を利用したことのない 1 年生で、基礎数学における複素数の授業である。当該高専は BYOD を導入しているという背景もあり、前日に授業中 Teams を利用できるスマートフォンか PC を準備しておくよう連絡したところ、9 割程度の学生が PC を利用していた。

直前の授業で「複素数」の単元に入り、四則計算や共役複素数について学んでいる。今回の授業は、複素数の絶対値とこれを含む計算に関する内容である。

授業では、まず 4 分程度にまとめられた「kettask による課題のやりとり」の説明動画を視聴した。その後、Teams にアップされている問題および解答となるテキストファイルの提出方法、また、PC やスマートフォンのキーボードではなく KeTMath のキーボードを用いること等の補足説明を 10 分程度行い、前回までの復習問題として、Teams の「課題」で下記の問題演習を実施した。

問題 1 次の計算をせよ.

(1) $(1 - 2i)(3 + 4i)$ (2) $\sqrt{-2}\sqrt{-8}$

正解

(1) $11 - 2i$ (2) -4

この問題は、特に分数や根号は利用しておらず、コピーによるテキストファイルの提出方法を確認する意図がある。20分弱の説明時間の後の問題であったが、授業開始後30分が経過した時点で全42名中39名の提出が確認された。

授業の本題に入り、複素数の絶対値とその計算方法について説明を行った。配付プリントでの問題演習の後、kettaskでアップしたTeamsの「課題」により下記の問題演習を行った。

問題 2 次の複素数の絶対値を求めよ.

(1) $|3 + 2i|$ (2) $|2 - i|$ (3) $-5i$

正解

(1) $\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) 5

問題 3 次の複素数の絶対値を求めよ.

(1) $|(3 - 2i)(2 + 3i)|$ (2) $\left| \frac{1}{2 + i} \right|$ (3) $\left| \frac{\sqrt{3} - 2i}{1 + \sqrt{6}i} \right|$

正解

(1) 13 (2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (3) 1

本授業は、午前中に実施したものであるが、問題2および問題3の解答については、42名中40名が当日のうちに提出している。

今回利用したTeamsであれば、「課題」の「結果概要」に以下のような学生の解答がデータで得られる。これらをdataフォルダ内のanssheetにペーストする。なお、実際は提出された全解答データがあり、各行の最初には解答した学生の番号が入っている。このデータから、1次元表現ルールについては大きな問題なく受け入れられていることがわかる。

```
i2022063036720;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= 1↓
i2022063036601;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= 1↓
i2022063036714;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(sq(5),5);;[3]= 1↓
.2022063036776;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(sq(5).5);;[3]= 1↓
'2022063036813;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(3));;[3]= 1↓
i2022063036814;;Q03---;;[1]= sq(65)i;;[2]= fr(sq(3),3);;[3]= fr(sq(35),5i)↓
.2022063036813;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(3));;[3]= 1↓
.2022063036730;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= 1↓
!2022063036847;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(sq(5),5);;[3]= 1↓
i2022063036862;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(sq(5),5);;[3]= 1↓
i2022063036865;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= 1↓
'2022063036856;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= fr(sq(13),sq(7))↓
i2022063036857;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(sq(5),5);;[3]= 1↓
i2022063036867;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= sq(5);;[3]= fr(sq(13),sq(7))↓
.2022063036916;;Q03---;;[1]= 13;;[2]= fr(1,sq(5));;[3]= 1↓
```

今回の問題では、小問 3 個に括弧を必要とする解答が含まれている。提出された全解答の中で、1 次元表現ルールについての入力に関する間違いとしては以下のようなものがあつた。

- $\text{sq}(5)$ を $\text{sq}5$ とするなど、括弧の間違いが 5 個
- $\text{fr}(1,2)$ を $\text{fr}(1.2)$ とするコンマとピリオドの間違いが 1 個
- $\text{sq}(5)$ を $\sqrt{5}$ のように表しているものが 1 個

当初より最も多い間違いである括弧のつけ忘れについては、KeTMath の改良⁸により、減少傾向にある。

また、Maxima を用いて自動採点を行った後、個人成績データとともに、以下のようなクラス全体の成績データが得られた。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	N
1				Q01		Q02			Q03			
2				[1]=	[2]=	[1]=	[2]=	[3]=	[1]=	[2]=	[3]=	
3	1	01Q▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
4	2	02W▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
5	3	03E▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
6	4	04R▶	630	2	2	2	2	2	2	0	2	14
7	5	05T▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
8	:											
44	41	41G▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
45	42	42H▶	630	2	2	2	2	2	2	2	2	16
46												
47				1.66	1.76	1.70	1.54	1.84	1.74	1.47	1.53	12.33
48												

最下段の数値は各問題の配点（2 点）に対する平均点、およびこの日の全問題の得点（16 点満点）の平均点である。提出された解答の各問題の平均点は、正答率 8 割程度となることがわかる。なお、未解答で提出された問題は空欄となり、合計点にのみ反映される。

5 まとめと今後の課題

KeTMath システムの改良により、学生の入力ミスが減少して Maxima による採点などの成績処理もスムーズに行われるようになった。今後、日常的な利用により、教員が設計した授業計画による学生の理解の度合いを、授業の進行とほぼ同時に確認することができるようになると思われる。通常では、次の授業での小テスト等によって内容の理解度を確認することも多いが、授業における複数テーマの 1 つ 1 つの理解度をその都度確認し、十分でない場合にはすぐにフォローすることが可能となる点については、継続的な利用により今後も検証を重ねていきたい。

6 謝辞

本研究は JSPS 科研費 22K02972 の助成を受けている。

⁸ これまでは不完全な数式でも表示していたが、括弧の数が合わないときは $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ に変換せずに括弧を赤字で表示するように修正した。

参考文献

- [1] Gagern M., Kortenkamp U., Gebart J., Strobel M., CindyJS– Mathematical Visualization on Modern Devices–, ICMS 2016, LNCS **9725**, 319–334, Springer, 2016.
<https://cindyjs.org>
- [2] Takato S, Vallejo J., Interfacing Free Computer Algebra Systems and C with KeTCindy, Computer Algebra Systems in Teaching and Research, Siedlce University of Natural Sciences and Humanities, Volume 6, 172–185, 2017
- [3] Takato S, Vallejo J., Oshima Splines to Produce Accademic Numerical Results and High Quality Graphical Output, Mathematics in Computer Science, Volume 14, 399–413, Springer, 2020
- [4] 高遠節夫, 大島スプライン曲線の応用と KeTCindy プログラミング, 京都大学数理解析研究所講究録 2105, 2019
<https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/2105-17.pdf>
- [5] 高遠節夫, KeTCindyJS の開発と教育利用, 京都大学数理解析研究所講究録 2142, 2019
<https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/2142-16.pdf>
- [6] 高遠節夫, 濱口直樹, Web 利用の理数教育に役立つ数式送受システムの開発, 京都大学数理解析研究所講究録 2178, 2021
<https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/2178-08.pdf>
- [7] 濱口直樹, 北本卓也, 高遠節夫, テキストをベースとした LMS の利用と HTML 教材の作成, 京都大学数理解析研究所講究録 2208, 2021
<https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/2208-08.pdf>