

KeTLMS のアニメーション課題への応用

福島高専 西浦孝治¹

1 はじめに

さまざまな学習管理システム LMS (Learning Management System) が開発され、大学、高専などで効果的に活用されているが、数学教育においては、教員と学生間の数式の送受が問題となる場合がある。それは学生が教員へ数式を含む文書を送ることが難しいためである。近年、TeX をベースとした 1 次元簡易数式書式である KeTMath 数式とそれを用いた課題の出題と解答の回収および採点処理を一体化した授業支援システム KeTLMS が開発された ([1, 2])。

数学教材を作成するときに、多くの数学教員が TeX を用いている。TeX で図を作成し、適切なところに配置することは容易ではなかったが、数学ソフトウェアの関数が作成するデータを取得して TeX の描画コードを出力するマクロパッケージ KeTpic が開発された。その後、KeTpic は動的幾何ソフトウェア Cinderella と連携した KeTCindy へと発展した ([3])。また、Cinderella とほぼ互換な HTML を作成するフレームワーク CindyJS に KeTCindy のライブラリを HTML に組み入れるための処理を追加した KeTCindyJS が開発された ([4, 5])。KeTMath は KeTCindyJS によって、KeTLMS は KeTCindy と KeTCindyJS によってそれぞれ開発された。

これまで KeTLMS を用いた課題演習を実践してきた ([6])。一般に課題の作成から採点までを行うと、教員は多くの時間と労力を必要とするが、KeTLMS を用いた課題では教員の負担が小さく一連の作業を行うことができる。また学生も毎回の課題を提出することによって、基礎学力の定着へと繋がると考えられる。KeTLMS の特徴として次のことが挙げられる。

- 教員と学生間の数式を含むデータの送受は、1 行のテキストである。
- 選択式の問題だけでなく、記述式の問題が可能である。また、証明問題も出題できる。
- 課題の HTML をテキストファイルから容易に作成することができる。
- 採点は Maxima による自動採点も可能である。

KeTLMS では図も入れることはできるが、さらにアニメーションも HTML に埋め込むことができる。学生はそれを自身で動かして問題に解答することができる。これによって教材のバリエーションが広がった。本論文では、はじめに KeTMath と KeTLMS の概要について説明し、アニメーションを含む KeTLMS の課題と授業におけるその活用事例について述べる。

¹E-mail: nishiura@fukushima-nct.ac.jp

2 KeTMath について

KeTMath は 1 次元簡易数式書式で記述された数式を 2 次元 TeX 書式に変換して表示する HTML アプリケーションである。KeTMath の主な数式書式は次の通りである。

- 分数 $\frac{a}{b} \implies \text{fr}(a,b)$
- べき乗 $a^b \implies \text{a}^{\text{(b)}}$
- べき乗根 $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a} \implies \text{sq}(a), \text{sq}(3,a)$
- 三角関数 $\sin x, \sin^2 x \implies \text{sin}(x), \text{sin}(2,x)$
- 対数関数 $\log x, \log_a x, \ln x \implies \text{log}(x), \text{log}(a,x), \text{ln}(x)$
- 極限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \implies \text{lim}(x,a,f(x))$
- 微分 $\frac{dy}{dx}, \frac{\partial z}{\partial x} \implies \text{diff}(y,x), \text{par}(z,x)$
- 積分 $\int x^2 dx, \int_a^b x^2 dx \implies \text{int}(x^2,x), \text{int}(a,b,x^2,x)$

図 1 は KeTMath の画面である。学生はスマートフォンのキーボードで $\sqrt{\quad}$ や π を入力すると、特殊記号で入力することがあるので、KeTMath にはキーボードが備わっている。

入力窓にこのキーボードを用いて、KeTMath 数式を入力すると、入力窓の上の表示部には TeX の数式が表示される。分数「fr」や累乗「^」を入力すると、括弧「(」も同時に入力される。この例の楕円の方程式「 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$ 」の打鍵数は、KeTMath の数式入力では 19、TeX の数式入力では 37 である。KeTMath を用いた入力では、打鍵数が非常に少ないことがわかる。また、表示窓 1 には Maxima 数式が表示され、表示窓 2 には、その上の「TeX」ボタンを押すことによって、TeX コードが表示される。入力窓には全角文字も入力可能であるため、数式を含む文章を KeTMath で作成し、それをメールで送り、受けては KeTMath の入力窓に貼り付けて読むことができる。

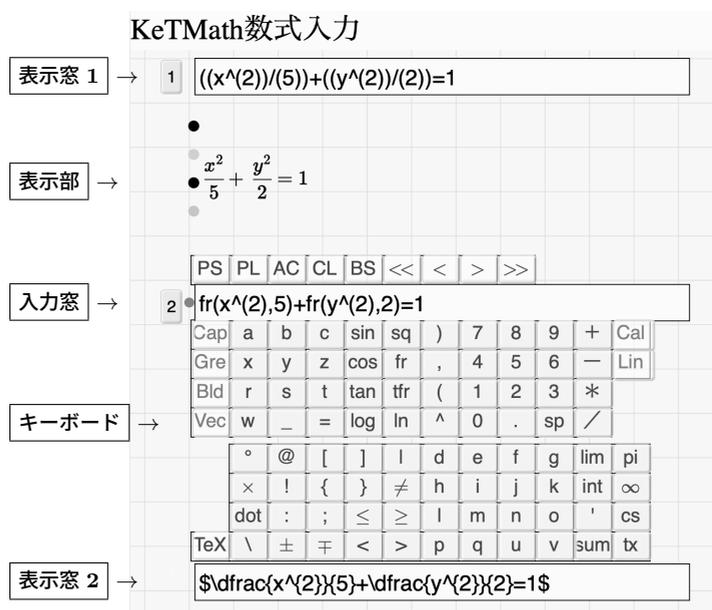


図 1. KeTMath の画面

3 KeTLMS について

KeTLMS は KeT-Math 数式による課題の作成，出題と回答の回収，採点までを行うオンライン授業支援システムである．KeTLMS を使うためには，Cinderella，KeTCindy，および KeTMath が必要である．これらは KeTCindy のホームページなどから無償でダウンロードできる．

はじめに作成するものは，課題のテキストファイルであり，図 2 のような形式である．数式は KeTMath 数式で記述する．

```

1 Q
2 fr(x^(2),5)+fr(y^(2),2)=1 について，次の問いに答えよ.
3 [1] 焦点 F の x 座標を求めよ.
4 [2] P が (sq(5),0) のとき，PF+PF' を求めよ.
5 Sheet
6 [1]x=:50
7 [2]PF+PF'=:50
8 Ans
9 [1] sq(3)
10 [2] 2sq(5)

```

図 2. 課題のテキストファイル

問題の Q (1 ~ 4 行)，解答欄と配点の Sheet (5 ~ 7 行)，および模範解答の Ans (8 ~ 10 行) の 3 つの部分から構成される．図やアニメーションを入れるときには，別のテキストファイルを作成する．図 3 は KeTMath のツール集の Cinderella ファイル toolkitmath.cdy の画面である．画面の左側に 0 から 10 のボタンがあり，それぞれのボタンを押し，「実行」ボタンを押す．

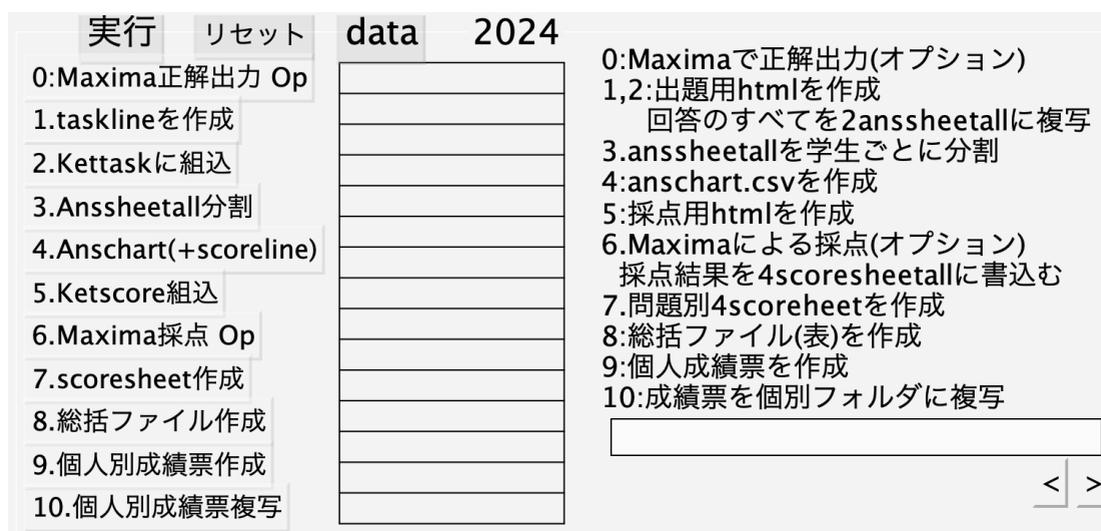


図 3. toolkitmath.cdy の画面

課題に関する一連の作業は、主に toolketmath.cdy のボタン操作によって次のように行われる。

1. 課題のテキストファイルの作成
2. 課題の HTML ファイルの作成：「1.taskline を作成」, 「2.Kettask に組込」
3. 課題の配布
4. 学生の回答と提出
5. 解答の採点：「3.Anssheetall 分割」, 「4.Anschart(+scoreline)」, 「5.Ketscore 組込」, 「7.scoresheet 作成」
6. 全体の結果一覧表の作成：「8. 総括ファイル作成」
7. 各学生の成績票の作成：「9. 個人別成績票作成」
8. 成績票の返却：「10. 個人別成績票複写」

課題の URL の配布では、Microsoft365Teams の「クラス」の「課題」で、Forms を用いている。Google Classroom などを使って配付するなど、他の方法もある。学生は KeTMath 数式で解答を入力した後、下記のような 1 行のテキストを Forms の回答欄に貼り付けて送信する。

```
1;;12024012940867;;Q01---;;[1]x=sq(5);;[2]PF+PF'=6
```

前半部分が学生の番号と回答日時であり、後半部分が解答である。これを成績処理し、各学生に成績票を返却する。返却先を Dropbox にすると、toolketmath.cdy のボタン操作で一括返却される。

4 KeTLMS によるアニメーション課題

KeTLMS では、課題に図やアニメーションを含めることができる。KeTCindy の図やアニメーションを作成するときと同様のプログラムで、そのテキストファイルを作成する。そして、図を埋め込むためのツール集の Cinderella ファイル toolembd.cdy を用いて、課題の HTML に図を入れる。図のスク립トだけでなく、PNG ファイルも課題の HTML に埋め込むことができる。

KeTLMS を用いた課題演習を実践している。2023 年度は福島高専第 1 学年の数学 IA (通年, 4 単位) の授業で実施した。毎回の授業の最後の 5 分から 10 分の時間で行い、学生は各自のスマートフォンを使って回答する。はじめの数回は、数式の入力を間違える学生もいたが、それ以降はほとんど入力の手違いはなくなった。KeTLMS の課題が授業の一部となっている。後期には 2 次曲線を学習したが、楕円や双曲線は学生の理解度が低い分野の 1 つである。そこで楕円に関するアニメーション課題を作成した。楕円は 2 つの定点からの距離の和が一定な点の軌跡であることを示すものである。通常の課題は、学生の理解度を確認するためのものであるが、この課題は学生自身が図を動かすことによって楕円の定義の理解を定着させるためのものである。

図4が問題であり、そのテキストファイルは図2である。

Q. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$ について、次の問いに答えよ。

(1) 焦点Fのx座標を求めよ。

(2) Pが $(\sqrt{5}, 0)$ のとき、 $PF + PF'$ を求めよ。

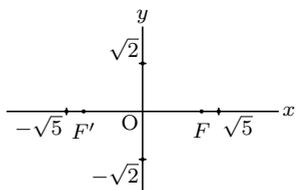


図4. 問題

これだけでは一般的な問題であるが、楕円のアニメーションを付け加えた。図5は課題のHTMLの画面である。画面の左側が問題文と解答の入力欄であり、右側が楕円のアニメーションである。問題(2)の正解は $2\sqrt{5}$ であるが、この画面は $2\sqrt{10}$ (KeTMath数式では $2\text{sq}(10)$)と答えたものである。答えを入力した後に「Play」ボタンを押すと、その答えの $PF + PF'$ の値に応じて点Pが動き、楕円が描かれていく。また PF と PF' の長さ、およびその和が図の下に表示される。

KeTTask001-1

1 Q01-3 [2] Pが $(\text{sq}(5), 0)$ のとき、 $PF + PF'$ を求めよ。

Q01 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$ について、次の問いに答えよ。

- [2] Pが $(\sqrt{5}, 0)$ のとき、 $PF + PF'$ を求めよ。
- [2] $PF + PF' = 2\sqrt{10}$

楕円は2定点F, F'からの距離の和が一定な点Pの軌跡
入力後「Play」を押して4つの頂点を通れば正解

AC	←	→	DL	OK	次	Pg=3	戻	Un	AC	PS	PL
----	---	---	----	----	---	------	---	----	----	----	----

2 [2] $PF + PF' = 2\text{sq}(10)$

Cap	a	b	c	sin	sq)	7	8	9	+	Cal
Gre	x	y	z	cos	fr	,	4	5	6	-	Lin
Bld	r	s	t	tan	tfr	(1	2	3	*	St=01
Vec	w	_	=	log	ln	^	0	.	sp	/	OK
	°	@	[]		d	e	f	g	lim	pi
	×	!	{	}	≠	h	i	j	k	int	∞
	dot	:	;	≤	≥	l	m	n	o	'	cs
Rec	\	±	∓	<	>	p	q	u	v	sum	tx

$PF + PF'$

$4.492 + 1.832 = 6.325 = 2\sqrt{10}$

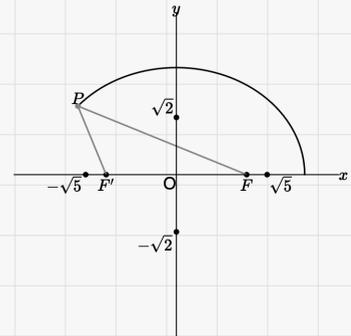


図5. 課題のHTMLの画面

正解を答えると、楕円の4つの頂点 $(\pm\sqrt{5}, 0)$, $(0, \pm\sqrt{2})$ を通るグラフになる。図5の解答は不正解であるため、これらの4点を通っていない。したがって、学生は図によって正解、不正解を確認することができる。解答は修正することができるので、実際の授業では理解している学生に対しても、いろいろな値を入力して動かしてみようことを勧めた。問題(2)は2クラス79名中、78名が正解であった。理解度を確認するための問題ではないので、正解率は高くなる。

5 まとめと今後の課題

図やアニメーションを教室のスクリーンに写して、数学の授業を行うことがある。これは学生の理解度を上げるための有効な方法である。また、毎回の授業中に実施する課題は、学生にとっては授業内容の理解を深めるために、教員にとっては学生の理解度を確認するために重要である。KeTLMSによる課題は、問題の作成から採点、成績処理までの教員の負担を大きく軽減するものになっている。一方、学生にとっても、数回の課題演習によって紙媒体とほぼ同程度に数式情報を送ることができるようになる。これによって、教員と学生とのメールでの数式の受け答えも、これまではPDFファイルを作ったり、写真を撮って送るなどすることもあったが、テキストで送受が可能となる。KeTLMSのアニメーションを含む課題は、課題であることによって学生はより真剣に図を自ら動かし、理解しようと努めると考えられる。図は視覚的に数学の理解を促すため、有効な課題の形式である。今後はアニメーションを含む課題の学習効果を客観的に検証する必要がある。課題演習をしたグループとしなかったグループとの比較検証である。さらに三角関数、指数関数、対数関数、微分積分などさまざまな分野で、多くの工夫したアニメーション課題を作成する。ただし、通常の課題よりも作成するのに時間を要するため、これまでに作ったアニメーションを利用したり、少しずつ作成して蓄えていく。より一般的には、教員の誰もが図やアニメーションを容易に作成することができるサポートプログラムの開発が今後の課題となる。

6 謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K03021 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] 高遠節夫, 濱口直樹, 北本卓也, KeTMath による課題送受・採点処理・結果分析, 京都大学数理解析研究所講究録 2236, pp.90–99, 2022.
- [2] <https://s-takato.github.io/ketmath/misc/ketindex/indexketlms.html>
- [3] M. Kaneko, S. Yamashita, K. Kitahara, Y. Maeda, Y. Nakamura, U. Kortenkamp, S. Takato, KeTCindy –Collaboration of Cinderella and KeTpic, The International Journal for Technology in Mathematics Education, 22-4, pp.179–185, 2015.
- [4] M. Gagern, U. Kortenkamp, J. Gebart, M. Strobel, CindyJS – Mathematical Visualization on Modern Devices–, ICMS 2016, LNCS 9725, pp.319–334, Springer, 2016.
- [5] 高遠節夫, KeTCindyJS の開発と教育利用, 数理解析研究所講究録 2142, pp.123–132, 2019.
- [6] 西浦孝治, 高遠節夫, 数学教育における KeT-LMS の効果的活用, 数理解析研究所講究録 2273, pp.192–201, 2023.